

## ОПТИКА СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

УДК 551.511.6:621.371

# Учет ветрового переноса турбулентных неоднородностей при оценивании скорости диссипации турбулентной энергии из измерений конически сканирующим когерентным доплеровским лидаром. Часть I. Теория

И.Н. Смалихо\*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 10.07.2020 г.

С использованием гипотезы «замороженной» турбулентности Тейлора усовершенствован предложенный нами ранее метод оценивания скорости диссипации турбулентной энергии из данных, измеряемых импульсным когерентным доплеровским лидаром (ИКДЛ) при коническом сканировании зондирующими пучком. В отличие от ранее применяемого подхода усовершенствованный метод позволяет получать несмещенные оценки скорости диссипации при произвольных значениях отношения средней скорости ветра к линейной скорости конического сканирования. На основе результатов теоретических расчетов определены условия, при которых не требуется учитывать ветровой перенос турбулентных неоднородностей при оценивании скорости диссипации из измерений конически сканирующим ИКДЛ.

**Ключевые слова:** когерентный доплеровский лидар, коническое сканирование, ветер, турбулентность; coherent Doppler lidar, conical scanning, wind, turbulence.

### Введение

Создание импульсных когерентных доплеровских лидаров (ИКДЛ), обеспечивающих высокое пространственное и временное разрешение измеряемой скорости ветра, в частности оптоволоконных ИКДЛ типа Stream Line (Halo Photonics, Brockhampton, Worcester, United Kingdom) [1], WindCube 200s (Leosphere, France) [2] и др., расширяет возможности изучения ветровой турбулентности в пограничном слое атмосферы [3–14]. В [14] нами предложен метод определения таких параметров, как кинетическая энергия турбулентности, скорость диссипации турбулентной энергии, интегральный масштаб турбулентности и потоки количества движения из лидарных измерений при коническом сканировании (см. рис. 1 в [15]). При таком сканировании зондирующий пучок вращается вокруг вертикальной оси под углом  $\phi$  к горизонту (углом места) с постоянной угловой скоростью  $\omega_s$ , и для каждой высоты измерения  $h$  зондируемый объем перемещается по окружности радиусом  $R' = h/\text{tg}\phi$  с определенной линейной скоростью (линейной скоростью конического сканирования). Результаты оценивания скорости диссипации турбулентной энергии этим методом из данных лидара Stream Line хорошо согласуются с оценками скорости диссипации по данным акустических анемометров [14].

При определении вектора скорости ветра и параметров ветровой турбулентности из лидарных данных необходимо учитывать пространственное усреднение измеряемой радиальной скорости по объему зондирования. Именно это обеспечивает корректность оценивания скорости диссипации из лидарных данных [14], несмотря на то что объем зондирования лидаром Stream Line невелик, его продольный размер  $\Delta z = 30$  м [16].

Применение метода [14] предполагает, что средняя скорость ветра значительно меньше линейной скорости перемещения зондируемого объема по окружности основания конуса сканирования на высоте зондирования  $h$ . Однако на небольших высотах измерения (чем меньше высота, тем меньше радиус основания конуса конического сканирования, следовательно, меньше линейная скорость сканирования) и при сильном ветре это условие выполняется не всегда. В настоящей работе метод [14] обобщается на случай произвольного соотношения между средней скоростью ветра и линейной скоростью сканирования на высоте зондирования. В первой части статьи представлены результаты расчетов отношения оценки скорости диссипации турбулентной энергии методом, предложенным в [14], и оценки соответствующей величины с использованием модификации этого метода, учитывающей ветровой перенос турбулентных неоднородностей. На основе результатов расчетов определены границы применимости метода оценивания скорости диссипации без учета переноса турбулентных неоднородностей средним ветром.

\* Игорь Николаевич Смалихо (smalikho@iao.ru).

## Определение скорости диссипации турбулентной энергии из измерений ИКДЛ при коническом сканировании

При коническом сканировании после первичной обработки эхосигналов ИКДЛ мы получаем массив оценок радиальной скорости  $V_L(\theta_m; n)$  для различных расстояний  $R$  от лидара и азимутальных углов  $\theta_m = m\Delta\theta$ , где  $m = 0, 1, 2, \dots, M - 1$ ; ( $M$  – целое число, равное числу лучей за одно коническое сканирование);  $\Delta\theta$  – разрешение по азимутальному углу;  $(M - 1)\Delta\theta = 360^\circ - \Delta\theta$ ;  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$  – номер скана. В предположении, что ветер является стационарным (в пределах одного часа) и статистически однородным по горизонтали (в пределах основания конуса сканирования) процессом, из массива  $V_L(\theta_m; n)$  для высоты  $h = R\sin\phi$  оценивается с помощью синусоидальной подгонки методом наименьших квадратов [17] вектор средней скорости ветра  $\langle \mathbf{V}(h) \rangle = \langle V_z \rangle, \langle V_x \rangle, \langle V_y \rangle$ . Здесь  $V_z$  – вертикальная и  $V_x, V_y$  – горизонтальные компоненты вектора скорости ветра  $\mathbf{V} = \{V_z, V_x, V_y\}$ , а угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций. Затем для этой же высоты  $h$  рассчитывается массив случайных отклонений лидарных оценок радиальных скоростей

$$V'_L(\theta_m; n) = V_L(\theta_m; n) - \mathbf{S}(\theta_m) \langle \mathbf{V}(h; n) \rangle_N, \quad (1)$$

где  $\mathbf{S}(\theta) = \{\sin\phi, \cos\phi\cos\theta, \cos\phi\sin\theta\}$  – единичный вектор вдоль оптической оси зондирующего пучка;

$$\langle f(n) \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{n'=n-N/2}^{n+N/2-1} f(n+n') \quad \text{– усреднение по } N$$

сканам. Из этого массива рассчитывается усредненная по всем азимутальным углам  $\theta_m$  азимутальная структурная функция  $\bar{D}_L(l\Delta\theta)$  флюктуаций радиальной скорости по формуле

$$\begin{aligned} \bar{D}_L(l\Delta\theta) &= \left\langle \frac{1}{M-l} \times \right. \\ &\times \left. \sum_{m=0}^{M-l-1} \left[ V'_L(\theta_m + l\Delta\theta; n) - V'_L(\theta_m; n) \right]^2 \right\rangle_N, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $l = 1, 2, 3, 4, \dots, L \ll M$ .

Во время сканирования центр зондируемого объема перемещается на высоте  $h = R\sin\phi$  по окружности радиусом  $R' = \cos\phi$  и за одно полное сканирование проходит расстояние  $L_c = 2\pi R'$ . Линейная скорость перемещения зондируемого объема по этой окружности  $V_s = L_c/T_{\text{scan}} = \omega_s R'$ , где  $\omega_s = 2\pi/T_{\text{scan}}$  – угловая скорость сканирования;  $T_{\text{scan}}$  – продолжительность одного скана. В соответствии с рис. 1 в [15],  $V_s$  зависит от  $h, \phi$  и  $T_{\text{scan}}$  как

$$V_s(h, \phi, T_{\text{scan}}) = \frac{2\pi h}{T_{\text{scan}} \operatorname{tg}\phi}. \quad (3)$$

Учет ветрового переноса турбулентных неоднородностей при оценивании скорости диссипации...

Введем параметр  $\mu = U/V_s$ , где  $U = |\langle \mathbf{U} \rangle|$  – средняя скорость ветра;  $\mathbf{U} = \{V_x, V_y\}$ . В [14] показано, что при условии  $\mu \ll 1$ , когда переносом турбулентных неоднородностей средним ветром можно пренебречь по сравнению с линейной скоростью сканирования, усредненная по ансамблю реализаций азимутальная структурная функция флюктуаций радиальной скорости представима в виде

$$\langle \bar{D}_L(l\Delta\theta) \rangle = D_\perp(l\Delta y) + 2\sigma_e^2, \quad (4)$$

где  $\Delta y = \Delta\theta R' = \Delta\theta h/\operatorname{tg}\phi$  – поперечный размер зондируемого объема;  $D_\perp(l\Delta y) = \varepsilon^{2/3} A_\perp(l\Delta y)$  – поперечная пространственная структурная функция флюктуаций радиальной скорости, измеряемой лидаром;  $\varepsilon$  – скорость диссипации турбулентной энергии;  $A_\perp(l\Delta y) \equiv A(l\Delta y)$  – функция, описываемая в [14] формулой (20);  $\sigma_e$  – инструментальная погрешность лидарной оценки радиальной скорости. Формула (4) справедлива для расстояний в пределах инерционного интервала  $l\Delta y < L_V$ , где  $L_V$  – интегральный масштаб турбулентности, и при условии  $l\Delta\theta \leq \pi/20 = 9^\circ$ .

Для оценки скорости диссипации турбулентной энергии при  $\mu = 0$  ( $\mu \ll 1$ ) в [14] используется формула (21). Обозначим способ оценивания скорости диссипации по формуле (21) [14] как метод 1, а оценку скорости диссипации методом 1 – как  $\varepsilon_1$ . В свою очередь, способ оценивания скорости диссипации с учетом переноса турбулентных неоднородностей средним ветром при  $\mu \neq 0$  обозначим как метод 2, а оценку скорости диссипации методом 2 – как  $\varepsilon_2$ .

Представим оценку скорости диссипации по аналогии с [14] в виде

$$\varepsilon_i = \left[ \frac{\bar{D}_L(l\Delta\theta) - \bar{D}_L(\Delta\theta)}{A_i(l\Delta y) - A_i(\Delta y)} \right]^{3/2}, \quad (5)$$

где  $l > 1$ . Индекс  $i = 1$  соответствует методу 1,  $i = 2$  – методу 2. Функция  $A_i(l\Delta y) \equiv A(l\Delta y)$  рассчитывается по формуле (20) в [14].

## Вывод формулы для функции $A_2(l\Delta y)$

В атмосфере Земли скорость ветра – случайное поле, т.е. три компоненты вектора скорости ветра  $\mathbf{V}(\mathbf{r}) = \{V_z(\mathbf{r}), V_x(\mathbf{r}), V_y(\mathbf{r})\}$  являются случайными функциями радиуса-вектора  $\mathbf{r} = \{z, x, y\}$ , где  $z$  – вертикальная,  $x$  и  $y$  – горизонтальные оси декартовой системы координат, из-за турбулентного перемешивания воздушных масс. Предположим статистическую однородность ветра и направленность среднего ветра вдоль оси  $x$ , т.е.  $\langle \mathbf{V} \rangle = \{0, U, 0\}$ . Компоненты вектора скорости ветра также являются случайными функциями времени  $t$ . Чтобы учесть это, воспользуемся гипотезой «замороженной» турбулентности Тейлора, представив мгновенный вектор скорости ветра как  $\mathbf{V}(\mathbf{r} + \langle \mathbf{V} \rangle t)$  [18–20].

С учетом показанной на рис. 1 в [15] геометрии измерения лидаром изменение радиуса-вектора положения центра зондируемого объема  $\mathbf{r}_c(t)$ , находящегося на расстоянии  $R$  от точки положения лидара, во время конического сканирования зондирующими пучком описывается формулой

$$\mathbf{r}_c(t) = \mathbf{r}_c(\theta/\omega_s) = R\mathbf{S}(\theta), \quad (6)$$

где  $\theta = \omega_s t$  изменяется в пределах  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  ( $0 \leq t \leq T_{\text{scan}}$ ). С учетом переноса турбулентных неоднородностей средним ветром (гипотеза Тейлора) представим вектор мгновенной скорости ветра в точке нахождения центра зондируемого объема как функцию времени при коническом сканировании в виде

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}_c(t) + \langle \mathbf{V} \rangle t) = \mathbf{V}(h, R' \cos(\omega_s t) + Ut, R' \sin(\omega_s t)), \quad (7)$$

Тогда радиальную скорость  $V_r$  (проекцию вектора скорости ветра на ось зондирующего пучка) как функцию азимутального угла  $\theta$  можно представить в виде

$$V_r(\theta) = \mathbf{S}(\theta)\mathbf{V}(\mathbf{r}) = \sin\phi V_z(\mathbf{r}) + \cos\phi \cos\theta V_x(\mathbf{r}) + \cos\phi \sin\theta V_y(\mathbf{r}), \quad (8)$$

где  $\mathbf{r} = \{h, R' \cos\theta + Ut/\omega_s, R' \sin\theta\}$ .

В силу предположения о статистической однородности и стационарности ветра и с учетом того, что  $\langle \mathbf{V} \rangle = \{0, U, 0\}$ , из (8) для средней радиальной скорости получим зависимость от  $\theta$  в виде  $\langle V_r(\theta) \rangle = U \cos\phi \cos\theta$ . Из измерений конически сканирующим лидаром мы рассчитываем среднюю (по окружности сканирования) азимутальную структурную функцию флуктуаций радиальной скорости, из которой затем в пределах инерционного интервала турбулентности определяем скорость диссипации турбулентной энергии  $\varepsilon$ . Рассмотрим структурную функцию флуктуаций радиальной скорости в точке, совпадающей с центром зондируемого объема и перемещающейся на горизонтальной плоскости по окружности основания конуса сканирования (усреднения радиальной скорости по зондируемому объему нет):

$$\bar{D}(\psi) = \frac{1}{2\pi - \psi} \int_0^{2\pi - \psi} d\theta D(\psi, \theta), \quad (9)$$

где

$$D(\psi, \theta) = \langle [V'_r(\theta + \psi) - V'_r(\theta)]^2 \rangle \quad (10)$$

и  $V'_r(\theta) = V_r(\theta) - \langle V_r(\theta) \rangle$  – турбулентные флуктуации радиальной скорости.

В пределах инерционного интервала ветровая турбулентность локально изотропна [20]. В этом случае справедливо соотношение (формула 1.79) [18], связывающее тензор второго ранга  $\langle V'_\alpha(\mathbf{r}_1) V'_\beta(\mathbf{r}_2) \rangle$  ( $V' = V - \langle V \rangle$ ;  $(\alpha, \beta = z, x, y)$  с продольной и поперечной пространственной корреляционной функ-

циями скорости ветра. Воспользовавшись формулой 1.79 из [18] после усреднения по ансамблю реализаций, из (8) и (10) получаем

$$\begin{aligned} D(\psi, \theta) = & (\sin\phi)^2 D_\parallel(r) + (\cos\phi)^2 \cos(\theta + \psi) \times \\ & \times \cos\theta [D_\parallel(r)X^2 + D_\perp(r)Y^2]/r^2 + \\ & + (\cos\phi)^2 \sin(\theta + \psi) \sin\theta [D_\parallel(r)Y^2 + D_\perp(r)X^2]/r^2 + \\ & + (\cos\phi)^2 [\cos(\theta + \psi) \sin\theta + \sin(\theta + \psi) \cos\theta] \times \\ & \times [D_\parallel(r) - D_\perp(r)]XY/r^2, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $X = [\cos(\theta + \psi) - \cos\theta]R' + U\psi/\omega_s$ ;  $Y = [\sin(\theta + \psi) - \sin\theta]R'$ ;  $r = \sqrt{X^2 + Y^2}$ . Продольная  $D_\parallel(r)$  и поперечная  $D_\perp(r)$  пространственные структурные функции скорости ветра в (11) в пределах инерционного интервала ( $l_V \ll r \ll L_V$ ,  $l_V$  – внутренний и  $L_V$  – внешний масштабы турбулентности) подчиняются закону Колмогорова [18–20]:

$$D_\parallel(r) = C_K \varepsilon^{2/3} r^{2/3}, \quad (12)$$

$$D_\perp(r) = (4/3)C_K \varepsilon^{2/3} r^{2/3}, \quad (13)$$

где  $C_K = 2$  – постоянная Колмогорова.

Воспользовавшись при  $\psi = \omega_s t \leq \pi/20$  ( $\psi \leq 9^\circ$ ) в (11) приближениями  $\cos(\theta + \psi) \approx \cos\theta - \psi \sin\theta$ ;  $\sin(\theta + \psi) \approx \sin\theta + \psi \cos\theta$ ;  $X \approx -(\psi R')(\sin\theta - \mu)$ ;  $Y \approx \approx (\psi R') \cos\theta$ ;  $r \approx (\psi R') \sqrt{(1 - \mu \sin\theta)^2 + (\mu \cos\theta)^2}$  и в (9) приближением  $\frac{1}{2\pi - \psi} \int_0^{2\pi - \psi} d\theta \approx \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta$ , где  $\mu = U/V_s$  – отношение средней скорости к линейной скорости сканирования, и приняв, что  $\psi = l\Delta\theta$ , для структурной функции  $\bar{D}(l\Delta\theta)$  находим:

$$\bar{D}(l\Delta\theta) = \varepsilon^{2/3} A_2(l\Delta\theta), \quad (14)$$

где  $\Delta\theta$  – угол между лучами, проходящими через центры соседних объемов зондирования (шаг по азимутальному углу);  $l = 1, 2, 3, \dots$ ; функция  $A_2(l\Delta\theta)$  задается приближенной формулой

$$\begin{aligned} A_2(l\Delta\theta) = & \\ = & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \left[ \left( \sin\phi \right)^2 + \left( \cos\phi \right)^2 \frac{(1 - \mu \sin\theta)^2}{(1 - \mu \sin\theta)^2 + (\mu \cos\theta)^2} \right] \times \\ & \times A_\perp(l\Delta r) + \left( \cos\phi \right)^2 \frac{(\mu \cos\theta)^2}{(1 - \mu \sin\theta)^2 + (\mu \cos\theta)^2} A_\parallel(l\Delta r) \end{aligned} \quad (15)$$

где  $\Delta\theta = \Delta\theta R' = \Delta\theta h / \operatorname{tg}\phi$ ;  $\Delta r = \Delta\theta \sqrt{(1 - \mu \sin\theta)^2 + (\mu \cos\theta)^2}$ . С учетом (12) и (13) функции  $A_\parallel$  и  $A_\perp$  в (15) при  $C_K = 2$  задаются формулами  $A_\parallel(l\Delta r) = D_\parallel(l\Delta r) / \varepsilon^{2/3} = 2(l\Delta r)^{2/3}$  и  $A_\perp(l\Delta r) = D_\perp(l\Delta r) / \varepsilon^{2/3} = (8/3)(l\Delta r)^{2/3}$ .

Из (15) следует, что при нулевом среднем ветре ( $\mu = 0$ ) функция  $A_2(l\Delta\theta) = A_\perp(l\Delta\theta) \equiv A_1(l\Delta\theta)$ . В [14] для

$A_{\perp}(l\Delta y)$  получена формула, в которой учитывается усреднение радиальной скорости по зондируемому объему (см. формулу (20) в [14]). По аналогии с этой формулой представим выражения для входящих в (15) функций  $A_{\perp}(l\Delta r)$  и  $A_{\parallel}(l\Delta r)$  в виде

$$A_{\perp}(l\Delta r) = 2 \int_0^{\infty} d\kappa_1 \int_0^{\infty} d\kappa_2 \Phi(\kappa_1, \kappa_2) H_{\parallel}(\kappa_1) \times \\ \times H_{\perp}(\kappa_2) [1 - \cos(2\pi l\Delta r \kappa_2)] \quad (16)$$

и

$$A_{\parallel}(l\Delta r) = 2 \int_0^{\infty} d\kappa_1 \int_0^{\infty} d\kappa_2 \Phi(\kappa_1, \kappa_2) H_{\parallel}(\kappa_1) \times \\ \times H_{\perp}(\kappa_2) [1 - \cos(2\pi l\Delta r \kappa_1)], \quad (17)$$

где

$$\Phi(\kappa_1, \kappa_2) = 0,0652 (\kappa_1^2 + \kappa_2^2)^{-4/3} \times \\ \times [1 + (8/3) \kappa_2^2 / (\kappa_1^2 + \kappa_2^2)]; \quad (18)$$

$$H_{\parallel}(\kappa_1) = [\exp\{-(\Delta p \kappa_1)^2\} \operatorname{sinc}(\pi \Delta R \kappa_1)]^2 \quad (19)$$

— продольная передаточная функция низкочастотного фильтра;

$$H_{\perp}(\kappa_2) = [\operatorname{sinc}(\pi \Delta y \kappa_2)]^2 \quad (20)$$

— поперечная передаточная функция низкочастотного фильтра;  $\Delta p = c\sigma_p/2$ ,  $\Delta R = cT_w/2$ ;  $c$  — скорость света;  $\sigma_p = \tau_p/(2\sqrt{\ln 2})$ ;  $\tau_p$  — длительность зондирующего импульса;  $T_w$  — ширина временного окна;  $\operatorname{sinc}(x) = \sin(x)/x$ . В наших измерениях лидаром Stream Line  $\Delta p = 15,3$  м и  $\Delta R = 18$  м.

Таким образом, с использованием (5) при  $i = 2$  и формул (15)–(20) можно определять скорость диссипации турбулентной энергии из лидарных измерений средней скорости ветра  $U$  и азимутальной структурной функции  $\bar{D}_L(l\Delta\theta)$  при любом отношении скоростей  $\mu = U/V_s$  (в том числе при  $\mu \gg 1$ ), учитывая при этом эффект усреднения радиальной скорости по зондируемому объему.

## Расчеты отношения лидарных оценок скорости диссипации

Из (5) следует, что отношение лидарных оценок скорости диссипации, полученных методом 1 и методом 2, определяется как

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \left[ \frac{A_2(l\Delta y) - A_2(\Delta y)}{A_1(l\Delta y) - A_1(\Delta y)} \right]^{3/2}. \quad (21)$$

Согласно (21) отношение  $\varepsilon_1/\varepsilon_2$  не зависит от измеренной лидаром структурной функции  $\bar{D}_L(l\Delta\theta)$ , но зависит от отношения скоростей  $\mu = U/V_s$ , и при

$\mu \ll 1$  (когда  $A_2(l\Delta y) \approx A_1(l\Delta y)$ ) оно близко к единице. Анализ формул (15)–(21) с учетом равенства  $A_1(l\Delta y) = A_{\perp}(l\Delta y)$  показывает, что при фиксированных  $\mu \neq 0$  и  $\Delta y$  отношение  $\varepsilon_1/\varepsilon_2$  зависит еще и от угла места  $\phi$ . При  $\mu > 1$  отношение  $\varepsilon_1/\varepsilon_2$  растет с увеличением  $\mu$  и может многократно превышать единицу. Чем меньше  $\Delta y$ , тем больше метод 1 завышает оценку скорости диссипации, если условие  $\mu \ll 1$  не выполняется.

Из приведенных выше формул можно получить простые асимптотические зависимости отношения оценок  $\varepsilon_1/\varepsilon_2$  от параметра  $\mu \gg 1$  в двух случаях: 1) когда  $l\Delta y \gg \Delta z$ ; 2) когда  $l\Delta y \mu \ll \Delta z$ . Так, в первом случае

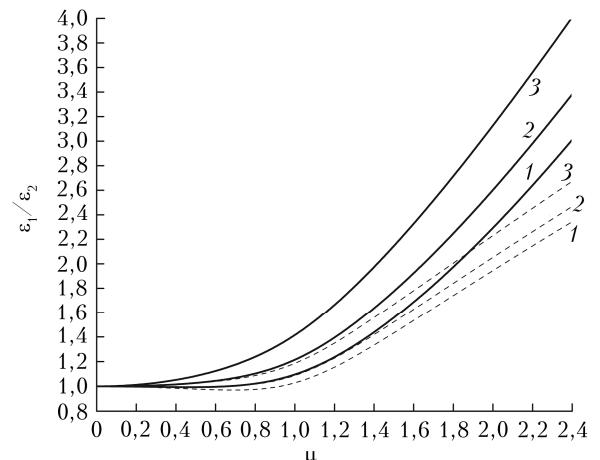
$$\varepsilon_1/\varepsilon_2 = q_1(\phi)\mu, \quad (22)$$

а во втором

$$\varepsilon_1/\varepsilon_2 = q_2(\phi)\mu^{5/2}, \quad (23)$$

где  $q_1(\phi) = [(\sin \phi)^2 + (7/8)(\cos \phi)^2]^{3/2}$ ;  $q_2(\phi) = [(\sin \phi)^2 + (\cos \phi)^2/2]^{3/2}$ . Таким образом, при  $\mu \gg 1$  отношение лидарных оценок скорости диссипации  $\varepsilon_1/\varepsilon_2$  линейно растет с увеличением параметра  $\mu$ , если выполняется условие  $l\Delta y \gg \Delta z$ . Когда  $l\Delta y \mu \gg \Delta z$  и усреднение радиальной скорости по зондируемому объему существенно влияет на измеряемую лидаром структурную функцию  $\bar{D}_L(l\Delta\theta)$ , при  $\mu \gg 1$  отношение  $\varepsilon_1/\varepsilon_2$  растет быстрее с увеличением  $\mu$  (это отношение имеет степенную ( $5/2$ ) зависимость от  $\mu$ ). Для примера пусть  $\mu = 3$  и  $\phi = 45^\circ$ . Тогда расчеты по формулам (22) и (23) дают значения 2,7 и 10 соответственно. Расчеты отношения лидарных оценок скорости диссипации  $\varepsilon_1/\varepsilon_2$  при произвольных значениях  $\mu$ ,  $\Delta y$  и  $\phi$  возможны лишь с помощью численного интегрирования в формулах (15)–(17).

На рисунке представлены результаты расчета зависимости отношения оценок скорости диссипации



Отношение лидарных оценок скорости диссипации, получаемых методами 1 и 2, в зависимости от отношения средней скорости ветра к линейной скорости сканирования при  $\phi = 16$  (кривые 1);  $35,3$  (кривые 2);  $60^\circ$  (кривые 3) и  $\Delta y = 3$  (сплошные кривые) и  $12$  м (штриховые кривые)

$\varepsilon_1/\varepsilon_2$  от параметра  $\mu$  по формулам (15)–(21) при различных  $\phi$  и  $\Delta y$ .

Из рисунка следует, что отношение  $\varepsilon_1/\varepsilon_2$  начинает превышать единицу на 10%, в зависимости от параметров сканирования, при значениях  $\mu$  от 0,55 ( $\phi = 60^\circ$ ,  $\Delta y = 3$  м) до 1,1 ( $\phi = 16^\circ$ ,  $\Delta y = 12$  м). Увеличение  $\Delta y$  приводит к уменьшению отношения  $\varepsilon_1/\varepsilon_2$ . Чем больше  $\phi$ , тем быстрее растет отношение  $\varepsilon_1/\varepsilon_2$  с увеличением  $\mu$ . Так, при  $\phi = 60^\circ$ ,  $\Delta y = 3$  м и  $\mu = 2,4$  оценка скорости диссипации методом 1 превышает оценку, получаемую с помощью метода 2, в 4 раза. Расчеты по формулам (15)–(21) позволяют определить границы применимости метода 1 при различных  $\phi$  и  $\Delta y$ . В частности, минимальные значения параметра  $\mu$ , при которых метод 1 может давать приемлемые результаты, приведены выше.

## Заключение

Таким образом, в первой части настоящей статьи с использованием гипотезы «замороженной» турбулентности Тейлора было получено выражение для азимутальной структурной функции радиальной скорости, усредненной по зондируемому объему. В этом выражении учитывается как перемещение зондируемого объема по окружности основания конуса сканирования, так и ветровой перенос турбулентных неоднородностей. Поэтому его использование в усовершенствованном методе (методе 2) позволяет, в отличие от метода 1, определять скорость диссипации турбулентной энергии при любом отношении средней скорости ветра к линейной скорости конического сканирования. Проведенный теоретический анализ отношения оценок скорости диссипации, полученных методами 1 и 2, позволил определить границы применимости метода 1, наиболее просто реализуемого на практике в зависимости от параметра  $\mu$ . Согласно проведенным расчетам метод 1 дает приемлемую оценку скорости диссипации (относительное смещение оценки не более 10%), если  $\mu$  не превышает как минимум 0,55.

Следует отметить, что усовершенствованный в этой работе метод определения скорости диссипации турбулентной энергии из измерений конически сканирующим ИКДЛ при любых отношениях скоростей  $\mu$  (в том числе при  $\mu > 1$ ) базируется на формулах (14)–(20), которые получены с использованием ряда приближений и допущений. Поэтому, чтобы судить о возможностях и точности нового метода, необходима его апробация на данных атмосферных экспериментов, что и является предметом второй части настоящей статьи [21].

1. Pierson G., Davies F., Collier C. An analysis of performance of the UFAM pulsed Doppler lidar for the observing the boundary layer // J. Atmos. Ocean. Technol. 2009. V. 26, N 2. P. 240–250.
2. Vasiljevic N., Lea G., Courtney M., Cariou J.P., Mann J., Mikkelsen T. Long-range wind scanner system // Remote Sens. 2016. V. 8, N 896. DOI: 10.3390/rs8110896.

3. Eberhard W.L., Cupp R.E., Healy K.R. Doppler lidar measurement of profiles of turbulence and momentum flux // J. Atmos. Ocean. Technol. 1989. V. 6. P. 809–819.
4. Frehlich R.G., Hannon S.M., Henderson S.W. Coherent Doppler lidar measurements of wind field statistics // Bound.-Lay. Meteorol. 1998. V. 86, N 1. P. 223–256.
5. Smalikho I., Köpp F., Rahm S. Measurement of atmospheric turbulence by 2-μm Doppler lidar // J. Atmos. Ocean. Technol. 2005. V. 22, N 11. P. 1733–1747.
6. Frehlich R.G., Meillier Y., Jensen M.L., Balsley B., Sharman R. Measurements of boundary layer profiles in urban environment // J. Appl. Meteorol. Climatol. 2006. V. 45, N 6. P. 821–837.
7. Banta R.M., Pichugina Y.L., Brewer W.A. Turbulent velocity-variance profiles in the stable boundary layer generated by a nocturnal low-level jet // J. Atmos. Sci. 2006. V. 63. P. 2700–2719.
8. O'Connor E.J., Illingworth A.J., Brooks I.M., Westbrook C.D., Hogan R.J., Davies F., Brooks B.J. A method for estimating the kinetic energy dissipation rate from a vertically pointing Doppler lidar, and independent evaluation from balloon-borne in situ measurements // J. Atmos. Ocean. Technol. 2010. V. 27, N 10. P. 1652–1664.
9. Sathe A., Mann J. A review of turbulence measurements using ground-based wind lidars // Atmos. Meas. Tech. 2013. V. 6, N 11. P. 3147–3167.
10. Sathe A., Mann J., Vasiljevic N., Lea G. A six-beam method to measure turbulence statistics using ground-based wind lidars // Atmos. Meas. Tech. 2015. V. 8, N 2. P. 729–740.
11. Newman J.F., Klein P.M., Wharton S., Sathe A., Bonin T.A., Chilson P.B., Muschinski A. Evaluation of three lidar scanning strategies for turbulence measurements // Atmos. Meas. Tech. 2016. V. 9, N 4. P. 1993–2013.
12. Bonin T.A., Choukulkar A., Brewer W.A., Sandberg S.P., Weickmann A.M., Pichugina Y.L., Banta R.M., Oncley S.P., Wolfe D.E. Evaluation of turbulence measurement techniques from a single Doppler lidar // Atmos. Meas. Tech. 2017. V. 10, N 8. P. 3021–3039.
13. Wildmann N., Bodini N., Lundquist J.K., Bariteau L., Wagner J. Estimation of turbulence dissipation rate from Doppler wind lidars and in situ instrumentation for the Perdigo 2017 campaign // Atmos. Meas. Tech. 2019. V. 12, N 12. P. 6401–6423.
14. Smalikho I.N., Banakh V.A. Measurements of wind turbulence parameters by a conically scanning coherent Doppler lidar in the atmospheric boundary layer // Atmos. Meas. Tech. 2017. V. 10, N 11. P. 4191–4208.
15. Banakh V.A., Smalikho I.N. Lidar observations of atmospheric internal waves in the boundary layer of atmosphere on the coast of Lake Baikal // Atmos. Meas. Tech. 2016. V. 9, N 10. P. 5239–5248.
16. Smalikho I.N., Banakh V.A., Holzapfel F., Rahm S. Method of radial velocities for the estimation of aircraft wake vortex parameters from data measured by coherent Doppler lidar // Opt. Express. 2015. V. 23, N 19. P. A1194–A1207.
17. Lhermitte R.M., Atlas D. Precipitation motion by pulse Doppler // Proc. of the 9th Weather Radar Conf. Kansas City, USA. 1961. P. 218–223.
18. Ламли Дж., Пановский Г. Структура атмосферной турбулентности. М.: Мир, 1966. 264 с.
19. Бызова Н.Л., Иванов В.Н., Гаргер Е.К. Турбулентность в пограничном слое атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 263 с.

20. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Наука, 1967. 720 с.  
21. Смалихо И.Н., Банах В.А., Фалиц А.В., Сухарев А.А., Гордеев Е.В. Учет ветрового переноса турбулентных не-

однородностей при оценивании скорости диссипации турбулентной энергии из измерений конически сканирующим когерентным доплеровским лидаром. Часть II. Эксперимент // Оптика атмосф. и океана. 2020 (в печати).

**I.N. Smalikho. Consideration of the wind transfer of turbulent inhomogeneities when estimating the turbulent energy dissipation rate from measurements with a conically scanning coherent Doppler lidar. Part I. Theory.**

Using the Taylor's hypothesis of "frozen" turbulence, the technique suggested in [Smalikho I.N., Banakh V.A. Measurements of wind turbulence parameters by a conically scanning coherent Doppler lidar in the atmospheric boundary layer // Atmospheric Measurement Techniques. 2017. V. 10, N 11. P. 4191–4208] is improved. In contrast to the previously applied approach, the technique improved provides for unbiased estimates of the dissipation rate for arbitrary values of the ratio of the average wind speed to the linear speed of the conical scan. Based on the results of theoretical calculations, the conditions are determined under which it is not necessary to take into account the wind transfer of turbulent inhomogeneities when estimating the dissipation rate from measurements by conically scanning pulsed coherent Doppler lidars.