

УДК 532.517.4:551.511.32

## **ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО ТЕПЛОВОГО ПЯТНА НА СТРУКТУРУ АТМОСФЕРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ\***

**А.Ф. КУРБАЦКИЙ**

*Институт теоретической и прикладной механики СО РАН,  
Новосибирск*

*Новосибирский государственный университет*

Представлены результаты численного моделирования эффекта острова тепла (теплого пятна) на структуру атмосферного пограничного слоя (АПС). Для вычисления турбулентных потоков импульса и тепла использованы полностью явные алгебраические модели, полученные с помощью символической алгебры из уравнений переноса для потоков импульса и тепла в приближении слабо равновесной турбулентности. Для замыкания алгебраических выражений для потоков привлекается трехпараметрическая  $E - \epsilon - (\theta^2)$ -модель термически стратифицированной турбулентности. Выполненный двумерный вычислительный тест 24-часовой эволюции АПС показывает, что мезомасштабная модель турбулентности третьего уровня замыкания способна воспроизвести наиболее важные структурные особенности АПС над подстилающей поверхностью с островом тепла, включая те из них, которые недоступны для  $k - \epsilon$ -модели турбулентности. Полученные результаты согласуются с данными измерений и численными результатами других авторов.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Сложность решения задач о качестве воздуха в урбанизированных областях заключена в разнообразии пространственно-временных масштабов, в пределах которых протекают разнообразные явления. В частности, два наиболее важных из них включают в себя городской размер — несколько десятков километров (типичный масштаб города), где происходит первичная эмиссия загрязнений воздуха, и мезомасштаб — несколько сотен километров, где формируются и рассеиваются вторичные загрязнения воздуха. Поэтому дисперсия загрязнений сильно зависит от структуры городского пограничного слоя и его взаимодействий с синоптическим течением и почвой подстилающей поверхности. Такая система обладает сильной нелинейностью, и поэтому для исследования проблем загрязнения окружающей среды обычно используются численные модели. Для того чтобы вычислить средний и турбулентный перенос, химические трансформации загрязнений, необходимо знать, по возможности наиболее точно, основные метеорологические величины, такие как ветер, турбулентные потоки импульса, тепла и массы, температуру, давление, влажность, которые могут быть или интерполированы из данных измерений, или вычислены с помощью моделей мезомасштабной циркуляции

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 03-05-64005), Интеграционного проекта № 130 СО РАН и Федеральной программы 01.01.191 Рособразования "Университеты России" (грант №501-05).

(см., например, [1]). Эти модели, в идеале, должны быть способны описать два основных масштаба: городской и мезомасштаб. Поскольку горизонтальные размеры области порядка мезомасштаба составляют 100 км, шаг разностной сетки, минимизированный по затратам вычислительного времени, вообще говоря, лежит в пределах между несколькими сотнями метров и несколькими километрами. Это означает, что нет возможности описать структуру урбанизированной поверхности города в деталях, и эффекты урбанизированных поверхностей должны быть параметризованы. Отметим здесь два наиболее важных эффекта урбанизированной поверхности на структуру течения воздуха над ней (см., например, [2]):

– сопротивление натекающему потоку воздуха, оказываемое зданиями (различия давления поперек элементов шероховатости);

– дифференциальное нагревание/охлаждение урбанизированных поверхностей, которое может генерировать так называемый эффект городского острова тепла.

Воздействие последнего эффекта на структуру АПС рассматривается в настоящей работе в упрощенном виде для плоской подстилающей поверхности с заданной шероховатостью. В качестве термического граничного условия задается температура поверхности, моделирующая в 24-часовом цикле эволюции АПС нагревание земной поверхности солнцем. Эффект городского острова тепла моделируется заданием контраста температуры на ограниченной части подстилающей поверхности (более подробно граничные условия изложены ниже, в пункте 2.1). Такая упрощенная модель городского острова тепла представляет собой хороший тест для мезомасштабной модели турбулентного атмосферного течения над термически неоднородной поверхностью.

Далее, в разделе 1, формулируются основные уравнения, выводится полностью явная алгебраическая модель 3-го уровня замыкания (по терминологии [3, 4]) для турбулентных потоков импульса и тепла термически стратифицированного атмосферного течения. В разделе 2 излагается процедура вычислительного теста, начальные и граничные условия, обсуждаются результаты численного моделирования. В разделе 3 представлены выводы по работе.

### **1. МЕЗОМАСШТАБНАЯ МОДЕЛЬ АТМОСФЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ НАД ТЕРМИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ**

Исследования параметризации турбулентности (напряжений Рейнольдса) были начаты в 40-х годах двадцатого столетия (А.Н. Колмогоров [5]). Модели для турбулентных напряжений впоследствии были верифицированы экспериментально (на базе данных измерений, включая сравнение с данными, полученными методом моделирования турбулентности с выделением крупных вихрей) и применялись в различных инженерных течениях. В геофизических приложениях модели турбулентности различной степени сложности замыкания были сформулированы в работах [3, 4] и более успешно применялись для моделирования атмосферного пограничного слоя, в отличие как от эмпирических, так и от других моделей.

В работе [6] сформулирована модифицированная модель турбулентности 2,5-уровня замыкания, в которой устранены некоторые упрощения модели этого уровня в [3, 4] за счет использования наиболее полной модели из [7] для корреляций с пульсациями давления динамического  $P_{ij}$  и температурного  $P_{i\theta}$  турбулентных полей. В модели турбулентности уровня 2,5 из алгебраических выражений вычисляются все турбулентные потоки импульса (напряжения Рейнольдса) и тепла, включая и дисперсию турбулентных флуктуаций температуры  $\langle \theta^2 \rangle$ .

В [8, 9] были предложены несколько иные, но также как и в [7], тензорно-инвариантные модели для корреляций  $P_{ij}$  и  $P_{i\theta}$ , которые использовались при формулировании трехпараметрической модели турбулентности в настоящей работе.

Как и в [7], параметризации корреляций  $\Pi_{ij}$  и  $\Pi_{i\theta}$  включают эффекты плавучести, а для быстрых членов этих корреляций используется тензорно-инвариантная IP-модель [9]. Модель медленной части корреляции имеет простой релаксационный вид:  $\Pi_{ij}^{(1)} \sim b_{ij}/\tau$  (где  $b_{ij} = \langle u_i u_j \rangle - (2E/3)\delta_{ij}$  — тензор анизотропии,  $E = \langle u_i u_i \rangle/2$  — кинетическая энергия турбулентности (КЭТ),  $\tau = E/\varepsilon$  — динамический временной масштаб турбулентности,  $\varepsilon$  — диссипация КЭТ). При этом симметричная  $S_{ij}$  и асимметричная  $\Omega_{ij}$  части среднего тензора скоростей деформации в быстрой части корреляции  $\Pi_{ij}^{(2)}$  имеют одинаковые численные коэффициенты в [8, 9] и разные в модели [6]. В оригинальной модели уровня замыкания 2,5 [3, 4] использованы более простые параметризации для корреляций с пульсациями давления динамического и температурного полей вида:  $\Pi_{ij}^{(1)} \sim b_{ij}/\tau$ ,  $\Pi_{ij}^{(2)} \sim -ES_{ij}$ ,  $\Pi_{ij}^{(3)} = 0$  (вклад плавучести);  $\Pi_i^{\theta(1)} \sim h_i/\tau_\theta$  (где  $h_i = \langle u_i \theta \rangle$  — вектор турбулентного потока тепла,  $\tau_\theta$  — временной масштаб турбулентного температурного поля),  $\Pi_i^{\theta(2)} = \Pi_i^{\theta(3)} = 0$ . Следовательно, в модели [3, 4] учитывается один быстрый член ( $\Pi_{ij}^{(2)}$ ) и пренебрегается эффектами плавучести (слагаемые  $\Pi_i^{\theta(2)}$ ,  $\Pi_i^{\theta(3)}$ ). Таким образом, параметризации турбулентных потоков импульса и тепла в настоящей работе занимают промежуточное положение между структурно-симметричными параметризациями модифицированной модели в [6] и параметризациями в [3, 4]. Модифицированная модель 2,5-уровня замыкания подвергнута в [6] тестированию при решении стандартной задачи горизонтально-однородного планетарного пограничного слоя. Однако даже для этой простой задачи в условиях неустойчивой стратификации требуется аккуратное вычисление противогradientного потока тепла в инверсионном слое, для чего алгебраической параметризации для вычисления дисперсии температуры  $\langle \theta^2 \rangle$  (используемой в моделях уровня 2,5) оказывается недостаточно, и уравнение переноса для дисперсии температуры необходимо решать, чтобы адекватно учитывать процессы адвекции, диффузии и деструкции для этой величины. Модель турбулентных потоков импульса и тепла для течений окружающей среды излагается с необходимыми подробностями в разделе 1.3.

### 1.1. Определяющие уравнения

Для моделирования течений в атмосферном пограничном слое необходимы уравнения для средних и турбулентных величин. Определяющие уравнения имеют вид для средней скорости  $U_i$

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} - g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - 2\varepsilon_{ijk} \Omega_j U_k; \quad (1a)$$

для средней потенциальной температуры  $\Theta$

$$\frac{D\Theta}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial x_j} h_j, \quad (1b)$$

где

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + U_j \frac{\partial}{\partial x_j}, \quad \tau_{ij} \equiv \langle u_i u_j \rangle, \quad h_i \equiv \langle u_i \theta \rangle. \quad (1c)$$

Здесь  $u_i$  — компонента турбулентной флуктуации скорости,  $g_i = (0, 0, g)$  — вектор ускорения силы тяжести,  $P$  — среднее давление,  $\rho$  — средняя плотность,  $\Omega_j$  — вектор угловой скорости вращения Земли,  $\tau_{ij}$  — напряжения Рейнольдса и  $h_i$  — вектор турбулентного потока тепла.

Для течений в планетарном пограничном слое могут быть сделаны некоторые аппроксимации в определяющих уравнениях. В уравнении (1a) член вращения может быть аппроксимирован выражением

$$-2\varepsilon_{ijk}\Omega_j U_k = f_c \varepsilon_{ij3} U_j, \quad (1d)$$

где оси  $x$ ,  $y$  и  $z$  направлены на восток, север и в вертикальном направлении соответственно,  $f_c = 2\Omega \sin\phi$  — параметр Кориолиса с угловой скоростью вращения Земли  $\Omega$  и широтой  $\phi$ . Эффекты плавучести учитываются в приближении Буссинеска, и для двумерного течения система уравнений (1a) – (1b) записывается в виде:

$$U_x + W_z = 0, \quad (1e)$$

$$U_t + UU_x + WW_z = -\frac{1}{\rho} P_x - \langle wu \rangle_z + fV, \quad (1f)$$

$$V_t + UV_x + WV_z = -\langle wv \rangle_z - fU, \quad (1g)$$

$$W_t + UW_x + WW_z = -\frac{1}{\rho_0} P_z - \langle ww \rangle_z + \beta\Theta g, \quad (1h)$$

$$\Theta_t + U\Theta_x + W\Theta_z = -\langle u\theta \rangle_x - \langle w\theta \rangle_z. \quad (1i)$$

Зависимые переменные в (1a) – (1i) — это осредненные по Рейнольдсу (т. е. по времени) скорости  $U$ ,  $V$  и  $W$  в направлении осей  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно,  $P$  — среднее давление,  $\Theta$  — среднее отклонение потенциальной температуры от стандартного значения  $T_0$ ,  $\beta$  — коэффициент объемного расширения воздуха ( $3,53 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ),  $\rho_0$  — средняя плотность воздуха, строчными буквами обозначены турбулентные флуктуации величин. Турбулентные напряжения Рейнольдса  $\tau_{ij}$  и вектор турбулентного потока тепла  $h_j$  в системе уравнений (1e) – (1i) требуют моделирования. Полностью явные алгебраические модели для напряжений Рейнольдса и турбулентного потока тепла формулируются в следующих двух разделах.

## 1.2. Уравнения турбулентности

1) Уравнения для напряжений Рейнольдса,  $\tau_{ij}$ :

$$\frac{D}{Dt} \tau_{ij} + D_{ij} = -\left( \tau_{ik} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \tau_{jk} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) + \beta_i h_j + \beta_j h_i - \Pi_{ij} - \varepsilon_{ij}, \quad (2a)$$

где

$$\Pi_{ij} \equiv \left\langle u_i \frac{\partial p}{\partial x_j} \right\rangle + \left\langle u_j \frac{\partial p}{\partial x_i} \right\rangle - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial}{\partial x_k} \langle p u_k \rangle, \quad (2b)$$

$$\varepsilon_{ij} \equiv 2\nu \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right\rangle = \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon, \quad \beta_i \equiv \beta g_i, \quad (2c)$$

$$D_{ij} \equiv \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \langle u_i u_j u_k \rangle + \frac{2}{3} \delta_{ij} \langle p u_k \rangle \right). \quad (2d)$$

Здесь  $\Pi_{ij}$  — тензор корреляции давление — скорость,  $\nu$  — коэффициент молекулярной вязкости,  $D_{ij}$  — член диффузии.

2) Уравнение баланса кинетической энергии турбулентности (КЭТ)  $E$

$$\frac{DE}{Dt} + \frac{1}{2} D_{ii} = -\tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \beta_i h_i - \varepsilon. \quad (2e)$$

3) Уравнение переноса турбулентного потока тепла  $h_i$

$$\frac{D}{Dt} h_i + D_i^h = -h_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \tau_{ij} \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} + \beta_i \langle \theta^2 \rangle - \Pi_i^\theta, \quad (3a)$$

где  $\Pi_i^\theta \equiv \left\langle \theta \frac{\partial p}{\partial x_i} \right\rangle$ ,  $D_i^h = \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u_i u_j \theta \rangle$ , (3b)

$\Pi_i^\theta$  — корреляция давление — температура, а  $D_i^h$  — диффузия потока тепла  $h_i$ .

4) Уравнение переноса дисперсии температуры  $\langle \theta^2 \rangle$

$$\frac{D}{Dt} \langle \theta^2 \rangle + D_\theta = -2h_i \frac{\partial \Theta}{\partial x_i} - 2\varepsilon_\theta, \quad (4a)$$

где

$$\varepsilon_\theta \equiv \chi \left\langle \left( \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right)^2 \right\rangle, \quad D_\theta = \frac{\partial}{\partial x_i} \langle u_i \theta^2 \rangle, \quad (4b)$$

где  $\chi$  — молекулярная теплопроводность,  $D_\theta$  — диффузия дисперсии температуры, а  $\varepsilon_\theta$  — скорость диссипации дисперсии температуры.

5) Уравнение спектрального расходования КЭТ (скорости ее диссипации)  $\varepsilon$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} + D_\varepsilon = -\frac{\varepsilon}{\tau} \Psi, \quad (5a)$$

где  $\Psi = \psi_0 + \psi_1 \frac{b_{ij}}{\varepsilon} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \psi_2 \frac{\beta_i}{\varepsilon} \langle \theta u_i \rangle + \psi_3 \beta_j \langle \theta u_i \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ , (5b)

$$D_\varepsilon = \frac{\partial}{\partial x_j} \langle \varepsilon u_j \rangle, \quad (5c)$$

где  $\psi_0$ ,  $\psi_1$  и  $\psi_2$  — численные коэффициенты (определены в разделе 1.3).

В настоящем исследовании членами, содержащими молекулярную вязкость  $\nu$  и теплопроводность  $\chi$ , пренебрегается, за исключением выражений для  $\varepsilon_{ij}$

и  $\varepsilon_\theta$ . Кроме того, в уравнениях для вторых моментов пренебрегается и вращением. Моделирование моментов третьего порядка не входит в число целей настоящего исследования. Как уже было отмечено, основная цель настоящего исследования — получение параметризаций турбулентных потоков импульса и тепла в приближении слабо равновесной турбулентности [10], при использовании которого моделирование моментов третьего порядка не является необходимым.

### 1.3. Замыкание турбулентности. Модели для корреляций с пульсациями давления

**Трехпараметрическая модель термически стратифицированной турбулентности.** В отличие от традиционного подхода моделирования планетарного пограничного слоя, когда для скорости диссипации КЭТ используется параметризация вида  $\varepsilon \sim E^{3/2}/\Lambda$  (где  $\Lambda$  — линейный размер энергонесущих турбулентных вихрей), предпочтительным представляется использовать иной, более универсальный и распространенный подход, при котором величина  $\varepsilon$  находится из решения дифференциального уравнения переноса (5а). Здесь это уравнение используется в том же виде, как и в работе [15], с теми же численными коэффициентами, значения которых откалиброваны в работах различных авторов (см., например, [11–14]):  $\sigma_E = 1,2$ ;  $\sigma_\varepsilon = 1,2$ ;  $\sigma_\theta = 0,6$ ;  $\psi_0 = 3,8$ ;  $\psi_1 = \psi_2 = 2,4$ ;  $\psi_3 = 0,3$ .

Дифференциальное уравнение переноса для деструкции пульсаций температурного поля более трудно для калибровки, чем уравнение для диссипации КЭТ. Вместо этого уравнения используется параметризация

$$\varepsilon_\theta = \frac{\langle \theta^2 \rangle}{\tau_\theta}, \quad (6a)$$

где временной масштаб температурного поля  $\tau_\theta$  вычисляется через параметр отношения временных масштабов температурного и динамического полей:

$$R = \frac{\tau_\theta}{\tau} = \frac{\langle \theta^2 \rangle \varepsilon}{2\varepsilon_\theta \tau}. \quad (6b)$$

Допущение постоянства этого параметра дает приемлемые по точности результаты как в инженерных [16], так и в геофизических течениях [14] при  $R \cong 0,6$ .

Для членов диффузии  $D_{ii}$ ,  $D_\theta$  и  $D_\varepsilon$  принимаются простые аппроксимации градиентной диффузии:

$$\frac{1}{2}D_{ii} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{c_\mu}{\sigma_E} \frac{E^2}{\varepsilon} \frac{\partial E}{\partial x_i} \right), \quad (6c)$$

$$D_\varepsilon = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{c_\mu}{\sigma_\varepsilon} \frac{E^2}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right), \quad (6d)$$

$$D_\theta = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{c_\mu}{\sigma_\theta} \frac{E^2}{\varepsilon} \frac{\partial \langle \theta^2 \rangle}{\partial x_i} \right). \quad (6e)$$

Замкнутые уравнения (2е), (4а) и (5а) образуют трехпараметрическую модель термически стратифицированной турбулентности.

**Корреляции с пульсациями давления.** Корреляции с пульсациями давления  $\Pi_{ij}$  и  $\Pi_i^\theta$  в уравнениях (2а) и (3а) содержат три различных вклада, обусловленные: 1) самовзаимодействиями поля турбулентности (стремление к изотропии или медленная часть корреляции), 2) взаимодействиями между средним сдвигом скорости и турбулентностью (быстрая часть корреляции), и 3) взаимодействиями между плавучестью и турбулентностью (также быстрая часть).

$$\begin{aligned}\Pi_{ij} &= \Pi_{ij}^{(1)} + \Pi_{ij}^{(2)} + \Pi_{ij}^{(3)}, \\ \Pi_i^\theta &= \Pi_i^{\theta(1)} + \Pi_i^{\theta(2)} + \Pi_i^{\theta(3)},\end{aligned}\quad (7a)$$

где

$$\begin{aligned}\Pi_{ij}^{(1)} &= c_1 \tau^{-1} b_{ij}, \\ \Pi_{ij}^{(2)} &= -\frac{4}{3} c_2 E S_{ij} - c_2 (Z_{ij} + \Sigma_{ij}), \\ \Pi_{ij}^{(3)} &= c_3 B_{ij}, \\ \Pi_i^{\theta(1)} &= c_{1\theta} \tau^{-1} h_i, \quad \Pi_i^{\theta(2)} = -c_{2\theta} h_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}, \quad \Pi_i^{\theta(3)} = c_{3\theta} \beta_i \langle \theta^2 \rangle,\end{aligned}\quad (7b)$$

где

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad R_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right); \quad (7c)$$

$$\Sigma_{ij} = b_{ik} S_{kj} + S_{ik} b_{kj} - \frac{2}{3} \delta_{ij} b_{km} S_{mk},$$

$$Z_{ij} = R_{ik} b_{kj} - b_{ik} R_{kj}, \quad (7d)$$

$$B_{ij} = b_i h_j + b_j h_i - \frac{2}{3} \delta_{ij} b_k h_k,$$

где  $S_{ij}$  и  $R_{ij}$  — тензоры среднего сдвига и средней завихренности соответственно. Как уже упоминалось выше, для быстрой части корреляции  $\Pi_{ij}^{(2)}$  используется тензорно-инвариантная IP-модель, предложенная Лаундером [8, 9].

#### 1.4. Алгебраические модели напряжений Рейнольдса и вектора потока тепла

Комбинация уравнений (2а) и (2е) позволяет записать уравнение для тензора анизотропии  $b_{ij}$

$$\frac{D}{Dt} b_{ij} + D_{ij} = -\frac{4}{3} E S_{ij} - \Sigma_{ij} - Z_{ij} + B_{ij} - \Pi_{ij}, \quad (8a)$$

где

$$D_{ij} \equiv \frac{\partial}{\partial x_k} \left\langle \left( u_i u_j - \frac{1}{3} u_l u_l \delta_{ij} \right) u_k \right\rangle. \quad (8b)$$

Уравнение (8а) может быть упрощено в приближении слабо равновесной турбулентности, которое устанавливает, что турбулентность находится в равновесии с наложенными средними параметрами. Равновесное состояние турбулентности может быть получено, если положить равной нулю субстанциональную производ-

ную от тензора анизотропии. Далее, в приближении слабо равновесной турбулентности полагается, что турбулентный перенос тензора анизотропии  $D_{ij}$  в (8b) пренебрежимо мал, и после подстановки в правую часть (8a) выражения (7b) для корреляции давление — скорость  $\Pi_{ij}$ , получается алгебраическое уравнение для тензора  $b_{ij}$

$$b_{ij} = -\alpha_1 E \tau S_{ij} - \alpha_2 \tau (\Sigma_{ij} + Z_{ij}) + \alpha_3 \tau B_{ij}, \quad (9a)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{4}{3} \frac{1-c_2}{c_1}, \quad \alpha_2 = \frac{1-c_2}{c_1}, \quad \alpha_3 = \frac{1-c_3}{c_1}. \quad (9b)$$

Константы модели  $c_1$ ,  $c_2$  и  $c_3$  определены в разделе 2.5.

Применяя приближение слабо равновесной турбулентности к прогностическому уравнению (3a) вместе с выражением (7c) для корреляции  $\Pi_i^\theta$ , получим алгебраическое уравнение для вектора потока тепла  $h_i$  на уровне замыкания 3 (по [3])

$$A_{ij} h_j = -\tau \left( b_{ij} + \frac{2}{3} E \delta_{ij} \right) \frac{\partial \Theta}{\partial x_j} + \tau \alpha_4 \beta g \delta_{i3} \langle \theta^2 \rangle, \quad (10a)$$

где

$$A_{ij} = \alpha_5 \delta_{ij} + \tau \alpha_4 \frac{\partial U_i}{\partial x_j}, \quad (10b)$$

$$\alpha_4 = (1 - c_{2\theta}), \quad \alpha_5 = \frac{c_{1\theta}}{\sqrt{2R}}. \quad (10c)$$

Заметим, что для термически стратифицированной турбулентности 3-го уровня замыкания дисперсия флуктуаций температуры  $\langle \theta^2 \rangle$  не параметризуется, а находится из прогностического дифференциального уравнения переноса (4a). Таким образом, алгебраические выражения для турбулентных потоков импульса и тепла приобретают замкнутый вид при использовании трехпараметрической  $E - \varepsilon - \langle \theta^2 \rangle$ -модели турбулентности.

Из алгебраических уравнений (9a) и (10a) для турбулентных потоков  $\langle u_i u_j \rangle$  и  $\langle u_i \theta \rangle$  записывается, в приближении пограничного слоя, неявная система уравнений для турбулентных потоков импульса и тепла:

$$\langle u^2 \rangle = \frac{2}{3} E - \frac{\tau}{3} \left( 4\alpha_2 \frac{\partial U}{\partial z} \langle uw \rangle - 2\alpha_2 \frac{\partial V}{\partial z} \langle vw \rangle + 2\alpha_3 \beta g \langle w\theta \rangle \right), \quad (11a)$$

$$\langle v^2 \rangle = \frac{2}{3} E - \frac{\tau}{3} \left( 4\alpha_2 \frac{\partial V}{\partial z} \langle vw \rangle - 2\alpha_2 \frac{\partial U}{\partial z} \langle uw \rangle + 2\alpha_3 \beta g \langle w\theta \rangle \right), \quad (11b)$$

$$\langle w^2 \rangle = \frac{2}{3} E + \frac{\tau}{3} \left( 2\alpha_2 \frac{\partial U}{\partial z} \langle uw \rangle + 2\alpha_2 \frac{\partial V}{\partial z} \langle vw \rangle + 4\alpha_3 \beta g \langle w\theta \rangle \right), \quad (11c)$$

$$\langle uw \rangle = -\frac{\tau}{2} \frac{\partial U}{\partial z} 2\alpha_2 \langle w^2 \rangle + \alpha_3 \tau \beta g \langle u\theta \rangle, \quad (11d)$$

$$\langle vw \rangle = -\frac{\tau}{2} \frac{\partial V}{\partial z} 2\alpha_2 \langle w^2 \rangle + \alpha_3 \tau \beta g \langle v\theta \rangle, \quad (11e)$$



$$\langle uv \rangle = -\tau \alpha_2 \left( \frac{\partial V}{\partial z} \langle uw \rangle + \frac{\partial U}{\partial z} \langle vw \rangle \right), \quad (11f)$$

$$\langle u\theta \rangle = -\frac{\tau}{\alpha_5} \left( \frac{\partial \Theta}{\partial z} \langle uw \rangle + \alpha_4 \frac{\partial U}{\partial z} \langle w\theta \rangle \right), \quad (11g)$$

$$\langle v\theta \rangle = -\frac{\tau}{\alpha_5} \left( \frac{\partial \Theta}{\partial z} \langle vw \rangle + \alpha_4 \frac{\partial V}{\partial z} \langle w\theta \rangle \right), \quad (11h)$$

$$\langle w\theta \rangle = -\frac{\tau}{\alpha_5} \left( \frac{\partial \Theta}{\partial z} \langle w^2 \rangle - \alpha_4 \beta g \langle \theta^2 \rangle \right). \quad (11i)$$

Уравнения (11a)–(11i) решены с использованием символьной алгебры. Ниже приводятся выражения для тех турбулентных потоков импульса и тепла, которые использованы в численном тесте при решении системы уравнений (1e) – (1i):

$$(\langle uw \rangle, \langle vw \rangle) = -K_M \left( \frac{\partial U}{\partial z}, \frac{\partial V}{\partial z} \right), \quad (12a)$$

$$\langle w\theta \rangle = -K_H \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \gamma_c, \quad (12b)$$

$$K_M = E\tau S_M, \quad K_H = E\tau S_H, \quad (12c)$$

$$S_M = \frac{1}{D} \left\{ s_0 \left[ 1 + s_1 G_H (s_2 - s_3 G_H) \right] + s_4 s_5 (1 + s_6 G_H) \tau \beta g \frac{\langle \theta^2 \rangle}{E} \right\}, \quad (12d)$$

$$S_H = \frac{1}{D} \left\{ \frac{2}{3} \frac{1}{\alpha_5} (1 + s_6 G_H) \right\}, \quad (12e)$$

где

$$\gamma_c = \frac{1}{D} \left\{ 1 + \frac{2}{3} \alpha_2^2 G_M + s_6 G_H \right\} \alpha_6 (\tau \beta g) \langle \theta^2 \rangle \quad (12f)$$

есть противогradientный член, который в моделях 2-го и 2,5 уровней замыкания [3, 4, 6] отсутствует.

Величины  $G_H$  и  $G_M$  определяются как

$$G_H \equiv (\tau N)^2, \quad G_M \equiv (\tau S)^2, \quad (12g)$$

$$N^2 = \beta g \frac{\partial \Theta}{\partial z}, \quad S^2 \equiv \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \quad (12h)$$

и для уравнений (12c)–(12f):

$$D = 1 + d_1 G_M + d_2 G_H + d_3 G_M G_H + d_4 G_H^2 + [d_5 G_H^2 - d_6 G_M G_H] G_H, \\ d_1 = \frac{2}{3} \alpha_2^2, \quad s_0 = \frac{2}{3} \alpha_2,$$

$$d_2 = \frac{10}{3} \frac{\alpha_3}{\alpha_5}, \quad s_1 = \frac{1}{\alpha_2} \left( \frac{\alpha_3}{\alpha_5} \right),$$

$$d_3 = \frac{2}{3} \alpha_2 \frac{\alpha_3}{\alpha_5} (\alpha_2 - \alpha_6), \quad s_2 = \alpha_2 - \alpha_6,$$

$$d_4 = \frac{11}{3} \left( \frac{\alpha_3}{\alpha_5} \right)^2, \quad s_3 = \alpha_6 \left( \frac{\alpha_3}{\alpha_5} \right),$$

$$d_5 = \frac{4}{3} \left( \frac{\alpha_3}{\alpha_5} \right)^3, \quad s_4 = \alpha_3 \alpha_6, \quad (12i)$$

$$d_6 = \frac{2}{3} \alpha_2 \alpha_6 \left( \frac{\alpha_3}{\alpha_5} \right)^2, \quad s_5 = \alpha_6 + \frac{4}{3} \alpha_2, \quad s_6 = \frac{\alpha_3}{\alpha_5}, \quad \alpha_6 = \frac{1 - C_{2\theta}}{C_{1\theta}}. \quad (12j)$$

Дисперсия вертикальной турбулентной скорости и горизонтальные потоки тепла определяются выражениями:

$$\langle w^2 \rangle = \frac{1}{D} \left\{ \frac{2}{3} E (1 + s_6 G_H) + \frac{4}{3} \alpha_3 \alpha_6 (\tau \beta g)^2 \langle \theta^2 \rangle \left( 1 - \frac{1}{2} \alpha_2 \alpha_6 G_M + s_6 G_H \right) \right\}, \quad (12k)$$

$$\begin{aligned} \langle u\theta \rangle &= \frac{1}{D} \left\{ \frac{2}{3} E \tau \frac{1}{\alpha_5} [\alpha_2 + (\alpha_2 + \alpha_6) s_6 G_H + \alpha_6] \tau \frac{\partial U}{\partial z} \right\} \frac{\partial \Theta}{\partial z} - \\ &- \frac{1}{D} \tau \frac{\partial U}{\partial z} \alpha_6 (\tau \beta g) \langle \theta^2 \rangle \left\{ \alpha_6 \left( 1 + \frac{2}{3} \alpha_2^2 G_M \right) + \left( \alpha_6 - \frac{4}{3} \alpha_2 \right) s_6 G_H + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{3} s_6 \alpha_2^2 \alpha_3 G_M G_H - \frac{4}{3} s_6^2 \alpha_2 G_H^2 \right\}, \quad (12l) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle v\theta \rangle &= \frac{1}{D} \left\{ \frac{2}{3} E \tau \frac{1}{\alpha_5} [\alpha_2 + (\alpha_2 + \alpha_6) s_6 G_H + \alpha_6] \tau \frac{\partial V}{\partial z} \right\} \frac{\partial \Theta}{\partial z} - \\ &- \frac{1}{D} \tau \frac{\partial V}{\partial z} \alpha_6 (\tau \beta g) \langle \theta^2 \rangle \left\{ \alpha_6 \left( 1 + \frac{2}{3} \alpha_2^2 G_M \right) + \left( \alpha_6 - \frac{4}{3} \alpha_2 \right) s_6 G_H + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{3} s_6 \alpha_2^2 \alpha_3 G_M G_H - \frac{4}{3} s_6^2 \alpha_2 G_H^2 \right\}. \quad (12m) \end{aligned}$$

### 1.5. Константы алгебраических моделей для турбулентных потоков

Поскольку для корреляций с пульсациями давления динамического поля турбулентности использованы стандартные модели из [8, 9], успешно применявшиеся при решении различных задач, значения численных коэффициентов в модельных выражениях для этих корреляций к настоящему времени достаточно хорошо апробированы. Они приведены в [9] графической зависимостью вида

$$(1 - c_2)/c_1 = 0,23. \quad (12n)$$

Для релаксационного коэффициента в модели медленной части  $\Pi_{ij}^{(1)}$  корреляции давление — скорость (7b) принято значение  $c_1 = 2$  (из обычно используемого интервала значений от 1,5 до 2,0). Для  $c_1 = 2,0$  численное значение коэффициента  $c_2$ , найденное из (12n), равно 0,54. При выборе значения коэффициента  $c_3$  в членах

плавучести ( $\alpha_3 B_{ij}$  в (7.b)) можно использовать решение простых задач с учетом эффектов плавучести [17, 18] ( $c_3 = 0,776$ ). Здесь для этого коэффициента принято значение, равное 0,8, которое соответствует значению, найденному в [6] методом ренорм-группы. Численные значения коэффициентов в корреляции давление — температура  $\Pi_i^\theta$  в (7c) равны:  $c_{10} = 3,28$  и  $c_{20} = c_{30} = 0,5$ ; они откалиброваны при моделировании различных турбулентных стратифицированных течений, как однородных, так и неоднородных [11, 14]. Заметим, что вычисленное в [6] с привлечением метода ренорм-группы численное значение коэффициента  $c_1$  оказалось равным 2,5. Вместе с тем следует иметь в виду, что, например, для широко распространенной  $k$  —  $\varepsilon$ -модели турбулентности этот метод дает значения постоянных в  $\varepsilon$ -уравнении, которые заметно отличаются от значений, откалиброванных на базе данных измерений и обычно используемых в вычислениях.

## 2. ЧИСЛЕННЫЙ ТЕСТ

В практике моделирования течений окружающей среды распространено использование простой однопараметрической К-теории с изотропным коэффициентом турбулентной вязкости (см., например, [1]) или  $k$  —  $\varepsilon$ -модели (см., например, [19]), широко используемой в настоящее время, в основном из-за разработанных на основе  $k$  —  $\varepsilon$ -модели коммерческих вычислительных пакетов. Отметим, что приведенные выше модели рейнольдсовых напряжений и вектора турбулентного потока скаляра дают дополнительные возможности для исследования воздействия неоднородностей подстилающей поверхности (термических и механических) на структуру стратифицированного атмосферного течения по сравнению с одно- и двухпараметрической техникой моделирования турбулентности. В частности, может быть исследовано влияние продольной турбулентной диффузии тепла на основные характеристики течения в планетарном пограничном слое, такие как, например, высота слоя. Для сформулированной мезомасштабной модели турбулентности был выполнен простой двумерный численный тест: проведено моделирование атмосферного течения над подстилающей поверхностью с заданной шероховатостью и расположенным на ней локализованным тепловым пятном (моделью городского острова тепла).

### 2.1. Вычислительная процедура. Начальные и граничные условия

Горизонтальная протяженность области интегрирования равна 100 км с разрешением 1 км. Вертикальное разрешение равно 10 м в пределах первых 50 м от подстилающей поверхности, с последующим растяжением сетки в вертикальном направлении вплоть до высоты 1000 м и выше (до 5000 м), шаг сетки оставался неизменным. Топография поверхности плоская, с городским островом тепла в виде теплового пятна (10 интервалов в горизонтальном направлении с абсциссой от 45 до 55 км).

Метеорологические начальные условия определялись заданием геострофического ветра (скорости 3 и 5 м/с) в направлении с запада на восток и атмосферной термической стратификацией, равной 3,5 К/км для потенциальной температуры. Турбулентные потоки импульса и тепла на подстилающей поверхности вычислялись с использованием теории подобия Монина — Обухова для приземного слоя [20]. Температура поверхности Земли задавалась в виде

$$\Theta(x, 0, t) = 6 \sin(\pi t/43200), \quad (13b)$$

где  $t$  — текущее время в секундах. Это единственное нестационарное граничное условие задачи, которое моделирует 24-часовой цикл нагревания солнцем земной поверхности. Остров тепла задавался в виде контраста температуры по отношению

к температуре поверхности по тому же закону (13b), но с амплитудой, увеличенной на 2 градуса. На поперечных границах для всех искомым функций нормальные производные полагались равными нулю. Такому же граничному условию удовлетворяли искомые функции и на вертикальной границе.

Определяющие уравнения модели ((1f), (1g), (1i), (2e), (4a) и (5a)) решены методом переменных направлений в сочетании с методом прогонки на смещенной разностной сетке. Адвективные члены уравнений аппроксимированы второй схемой с разностями против потока [21]. Распределение давления можно вычислить одновременно с вычислением поля скорости из диагностического уравнения. Однако в настоящем исследовании, при применении модифицированной модели турбулентного АПС над плоской поверхностью, можно предполагать, что вертикальная компонента скорости ветра много меньше, чем горизонтальная. Таким образом, полагается справедливым гидростатическое приближение для вычисления распределения давления. Вертикальная скорость ветра вычисляется квадратурой из уравнения неразрывности (1a), а распределение давления находится в конце каждого цикла вычислений путем интегрирования уравнения (1h) для вертикальной скорости. Не зависящее от вычислительной сетки решение получено для сетки  $100 \times 50$ . Шаг по времени равен 5 с реального времени.

## 2.2. Результаты численного моделирования

**Тест для стандартного АПС.** В отсутствие острова тепла сформулированная мезомасштабная модель описывает 24-часовой цикл эволюции АПС с заданным распределением температуры (13a). Вычисленные распределения основных характеристик согласуются с данными наблюдений и другими вычислениями. В качестве примера на рис. 1 приведены распределения вертикального потока тепла. Кривые 1–6 показывают его профили, соответствующие моментам времени с 9:00 до 14:00. Темными символами показаны данные измерений в г. Ашчерче, светлыми символами — данные измерений в г. Миннесоте (заимствованы из [22]). Вычисленные профили подобны профилям вертикального потока тепла, полученным по другим численным моделям [23]. Вертикальные профили потока тепла на рис. 1 отчетливо фиксируют влияние процессов вовлечения. Видно, что обширная зона

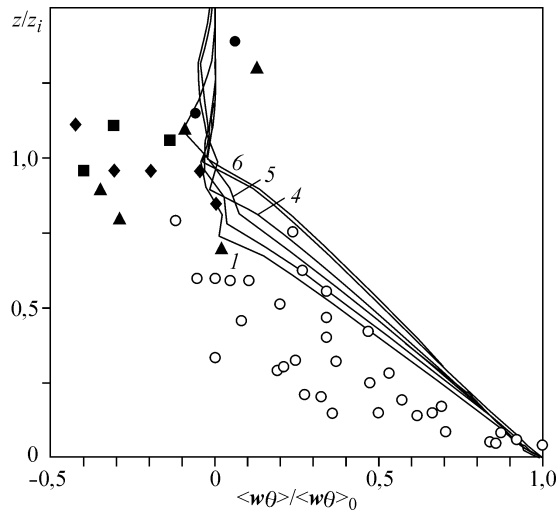


Рис. 1. Профили вертикального турбулентного потока тепла  $\langle w\theta \rangle$ , нормированного на величину поверхностного потока тепла  $\langle w\theta \rangle_0$ .

Линии — вычисления, символы — данные измерений: в г. Ашчерче (темные символы) и в г. Миннесоте (светлые символы).

между высотами  $0,6 z_i$  и  $1,0 z_i$  находится под влиянием процессов вовлечения, а алгебраические параметризации турбулентных потоков 3-го уровня замыкания воспроизводят смену знака у потока тепла в области инверсии, как ответную реакцию на охлаждение вследствие процесса вовлечения.

**Мезомасштабное течение над островом тепла.** В этом разделе приведены численные результаты для распределений среднего ветра, температуры и их сравнение с данными вычислений [1], в которых выполнена параметризация эффектов урбанизированной поверхности. Кроме того, поскольку настоящая модель турбулентных потоков 3-го уровня замыкания позволяет проследить влияние продольной турбулентной диффузии тепла (первое слагаемое в правой части уравнения (1i)) на характеристики пограничного слоя, обсуждаются и эти результаты проведенного численного теста.

На рис. 2, *a*, *b* показаны векторное поле среднего горизонтального ветра и изотахи вертикальной компоненты среднего ветра на 15:00 суточного цикла

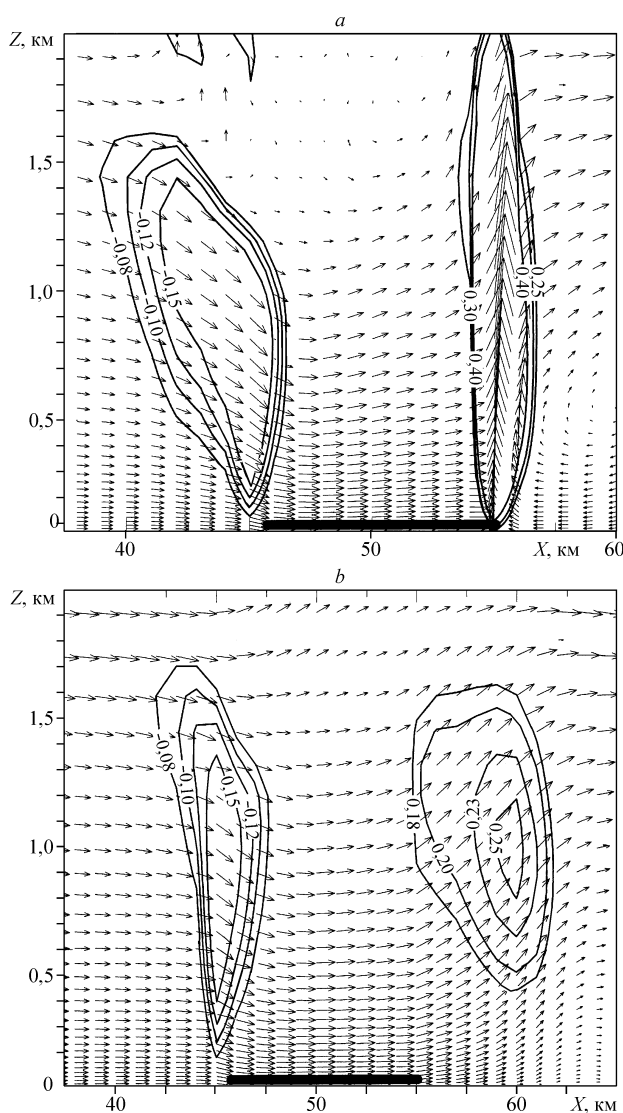


Рис. 2. Векторное поле и изотахи среднего горизонтального ветра на 15:00 в суточном цикле моделирования (темная, утолщенная полоса — расположение городского острова тепла).

Для скорости геострофического ветра  $U_G = 3$  (*a*) и  $5$  м/с (*b*).

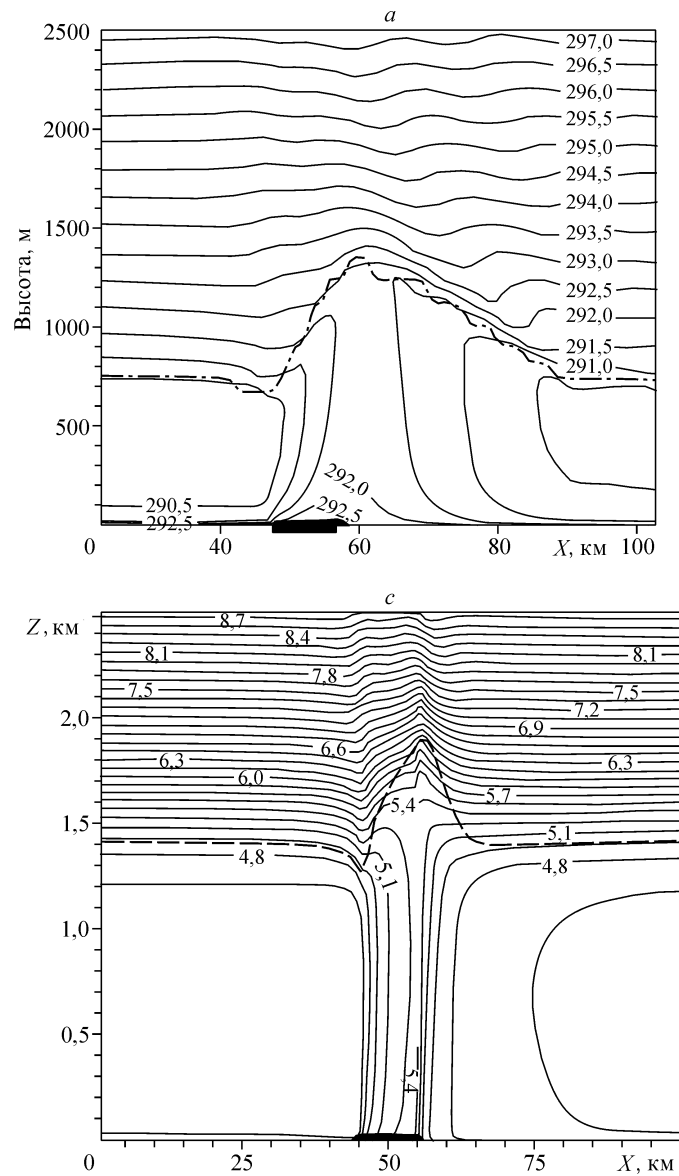


Рис. 3. Вертикальные разрезы полей потенциальной температуры (*a, c*) и среднего горизонтального ветра (*b, d*) на 12:00 полуденного времени.

*a, b* — результаты вычислений в [1], *c, d* — результаты вычислений настоящей работы ( $U_G = 3 \text{ м/с}$ ).

моделирования для скорости геострофического ветра, равной 3 и 5 м/с соответственно. Изоахи отчетливо фиксируют восходящие токи на границах острова тепла, где имеется резкий контраст температуры между островом тепла и его окружением.

На рис. 3 приведены вертикальные разрезы поля потенциальной температуры (*a, c*) и поля среднего ветра (*b, d*), вычисленные в [1] на 12:00 полуденного времени в суточном цикле моделирования. В этих расчетах использована однопараметрическая модель турбулентности (все турбулентные потоки импульса и тепла находятся по градиентной модели Буссинеска с коэффициентом турбулентной вязкости) и параметризация основных факторов гетерогенной урбанизированной поверхности (лобового сопротивления зданий, радиационных процессов в каньонах

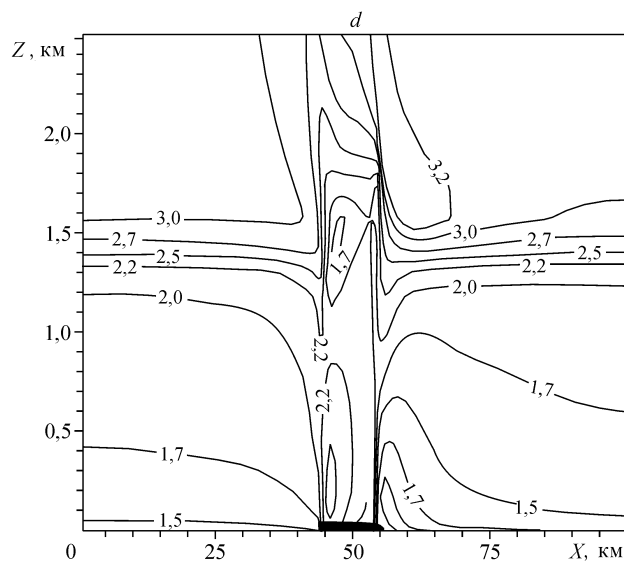
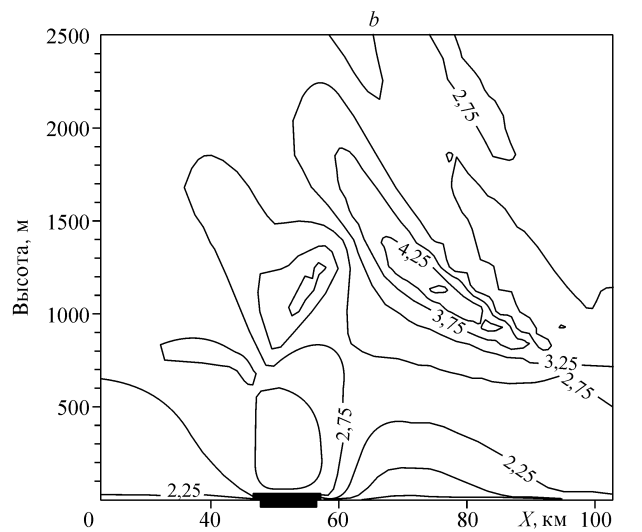


Рис. 3. Окончание.

улиц). На нижних двух графиках показаны те же разрезы над моделируемым островом тепла, полученные с помощью мезомасштабной модели настоящей работы без учета морфологии урбанизированной поверхности. В обоих случаях был использован один и тот же тест для двумерной области (см. выше пункт 2,1) и одинаковые начальное распределение потенциальной температуры и значения геострофического ветра. Сравнение результатов обоих тестов не может быть проведено количественно из-за различной параметризации термических и динамических эффектов (городского) острова тепла, существенно изменяющих структуру течения непосредственно в слое препятствий, части городского атмосферного пограничного слоя, примыкающей к земной поверхности. Однако крупномасштабная циркуляция воздуха в пределах области интегрирования может быть качественно сопоставлена в обоих численных тестах. Следует также отметить, что верификация тех или иных параметризаций процессов турбулентного обмена в пределах урбанизированных поверхностей всегда сопряжена с большими трудностями или из-за отсутствия данных полевых измерений, или по причине гетерогенности урбанизированных поверхностей, которая всегда очень высока. Во-первых,

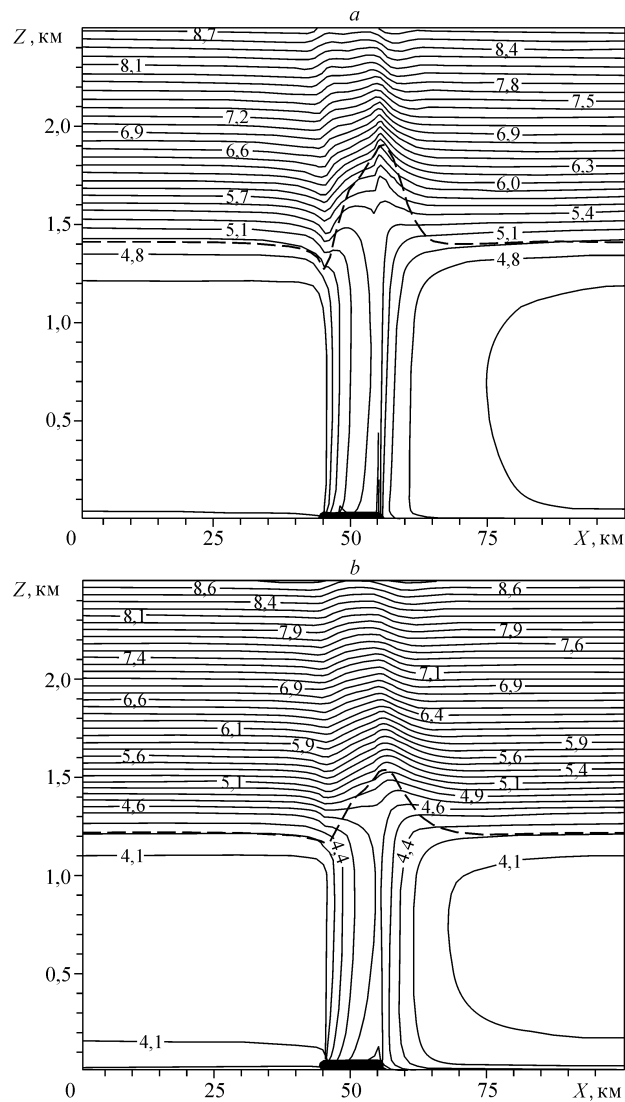


Рис. 4. Вычисленные вертикальные разрезы отклонения потенциальной температуры (*a, b*) и среднего горизонтального ветра (*c, d*), на 12:00 полуденного времени для скорости геострофического ветра  $U_G = 3$  (*a, c*) и  $5 \text{ м/с}$  (*b, d*).

можно отметить схожесть вертикальных разрезов поля потенциальной температуры. На графиках (см. рис. 3) штрихпунктирная (*a*) и штриховая (*c*) линии фиксируют высоту пограничного слоя, определяемую самым нижним уровнем модели, на котором значение КЭТ меньше, чем  $0,01 \text{ м}^2/\text{с}^2$ . Видно, что выше города (*a*) и над тепловым пятном (*c*) существует колонна теплого, неустойчивого воздуха, причем ветер перемещает ее вниз по течению. Это перемещение более заметно для моделирования с параметризацией морфологии урбанизированной поверхности, поскольку термические и механические граничные условия подстилающей поверхности заметно различаются в обоих случаях моделирования. Скорость ветра (см. рис. 3, *b, d*) возрастает над городом и тепловым пятном, так как горизонтальный градиент температуры между воздухом выше города (теплого пятна) и воздухом над окрестностью теплового пятна генерирует термическую циркуляцию, о которой можно судить по изотакм вертикальной скорости на рис. 2. Кроме того,



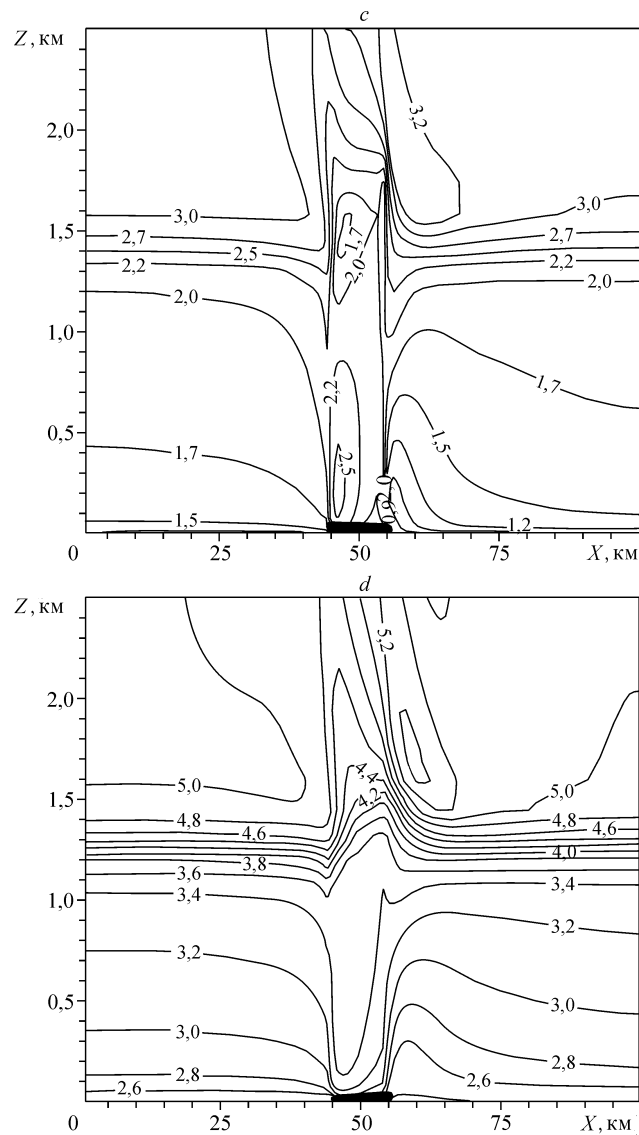


Рис. 4. Окончание

градиент давления, вызываемый более высокими температурами над городом (тепловым пятном), имеет здесь знак, одинаковый с адвекцией. Вместе с эффектами трения вблизи поверхности все это ведет к более низким значениям ветра вблизи урбанизированной поверхности и более высоким значениям над ней. Минимум в скорости ветра вниз по потоку за городом (тепловым пятном) возникает вследствие того, что градиент давления и адвекция синоптического ветра имеют обратные знаки в этой области. Присутствие такой шляпы теплого воздуха выше городского острова тепла наблюдалось, в частности, в лабораторных измерениях [24] и зафиксировано в численных исследованиях [14, 15].

На рис. 4 показаны вертикальные разрезы отклонений потенциальной температуры (*a, b*) и среднего горизонтального ветра (*c, d*), для слабого (3 м/с) синоптического ветра (*c*) и сильного (5 м/с) синоптического ветра (*d*). Как и в численном тесте [1], на рис. 4 (*a, b*) указывается на уменьшение высоты пограничного слоя и различия в температуре между городом (тепловым пятном) и окружающей средой с возрастанием скорости ветра.

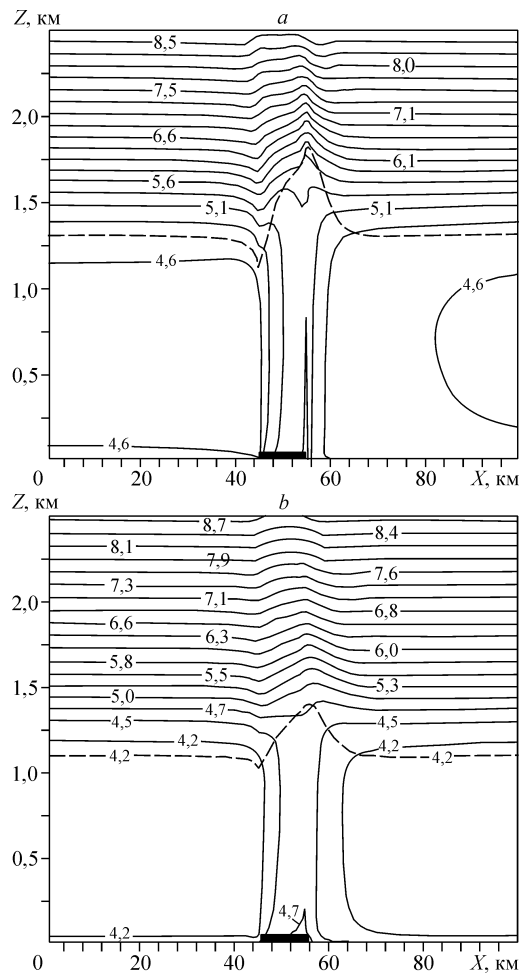


Рис. 5. Вертикальные разрезы отклонения потенциальной температуры, вычисленные при учете (а) и без учета (b) продольной турбулентной диффузии тепла.

Результаты вычислений, представленные на рис. 5, позволяют оценить влияние на характеристики пограничного слоя продольной турбулентной диффузии тепла, определяемой первым членом в правой части уравнения (1i). На рис. 5, а, b показаны вертикальные разрезы отклонений потенциальной температуры от стандартного значения при учете и без учета продольной турбулентной диффузии тепла соответственно. Можно видеть, что высота пограничного слоя (отмечена штриховой линией) в присутствии диффузии больше, чем в ее отсутствии. Продольная диффузия транспортирует тепло в колонну нагретого воздуха над городом (тепловым пятном), что увеличивает генерацию КЭТ за счет флуктуирующей силы плавучести и способствует увеличению высоты пограничного слоя.

#### ВЫВОДЫ

В статье развита трехпараметрическая мезомасштабная модель анизотропных турбулентных потоков импульса и тепла для моделирования атмосферных течений над неоднородной подстилающей поверхностью. Выполнен простой двумерный численный тест о влиянии термического эффекта — теплового пятна на поверхности Земли, моделирующего городской остров тепла на структуру атмосферного пограничного

слоя. Результаты численного моделирования качественно согласуются с результатами аналогичного теста, выполненного с помощью мезомасштабной модели, в которой используется однопараметрическая модель турбулентности с тщательно подобранным линейным масштабом турбулентности и учетом как термических, так и механических эффектов урбанизированной поверхности на структуру планетарного пограничного слоя. Сформулированная модель турбулентных потоков третьего уровня замыкания позволяет исследовать эффекты турбулентного переноса в условиях как термической, так и механической горизонтальной неоднородности подстилающей поверхности. В частности, показано, что продольная турбулентная диффузия тепла способствует увеличению толщины пограничного слоя. В однопараметрических и двухпараметрических моделях атмосферного пограничного слоя влиянием эффектов продольного турбулентного переноса обычно пренебрегается.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Martilli A.** Numerical Study of urban impact on boundary layer structure: Sensitivity to wind speed, urban morphology, and rural soil moisture // *J. of Appl. Meteorology*. — 2002. — Vol. 41, No. 12. — P. 1247–1266.
2. **Roth M.** Review of atmospheric turbulence over cities // *Q. J. Roy. Meteor. Soc.* — 2000. — Vol. 126. — P. 941–990.
3. **Mellor G.L., Yamada T.** A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layer // *J. Atmos. Sci.* — Vol. 31, No. 10. — P. 1791–1806.
4. **Mellor G.L., Yamada T.** Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems // *Reviews of Geophysics and Space Physics*. — 1982. — Vol. 20, No. 4. — P. 851–875.
5. **Колмогоров А.Н.** Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости // *Изв. АН СССР. Сер. физ.* — 1942. — Т. 6, № 1–2. — С. 56–58.
6. **Cheng Y., Canuto V.M., Howard A.M.** An improved model for the turbulent PBL // *J. Atmos. Sci.* — 2002. — Vol. 59. — P. 1500–1565.
7. **Zeman O., Lumley J.L.** Buoyancy effects in entraining turbulent boundary layers: A second-order closure study // *Turbulent Shear Flows*. / Eds. F. Durst et al., Vol. 1.— Berlin: Springer-Verlag, 1979. — P. 295–302.
8. **Launder B.E., Reece G., Rodi W.** Progress in the development of a Reynolds-stress turbulent closure // *J. Fluid Mech.* — 1975. — Vol. 68. — P. 537–566.
9. **Launder B.E.** Simulation and Modeling of Turbulent Flows / Eds. T.D. Gatski et al. — N. Y.: Oxford University Press, 1996. — 314 p.
10. **Girimaji S.S., Balachandar S.** Analysis and modeling of buoyancy-generated turbulence using numerical data // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. — 1998. — Vol. 41, No. 6–7. — P. 915–929.
11. **Sommer T.P., So R.M.C.** On the modeling of homogeneous turbulence in a stably stratified flow // *Phys. Fluids*. — 1995. — Vol. 7, No. 11. — P. 2766–2777.
12. **Andren A.** Evaluation of a turbulence closure scheme for air-pollution applications // *J. Appl. Meteor.* — 1990. — Vol. 29, No. 3. — P. 224–239.
13. **Andren A.** A TKE-dissipation model for the atmospheric boundary layer // *Bound.-Layer Meteor.* — 1990. — Vol. 56. — P. 207–221.
14. **Kurbatskii A.F.** Computational Modeling of the Turbulent Penetrative Convection above the Urban Heat Island in a Stably Stratified Environment // *J. Appl. Meteor.* — 2001. — Vol. 40, No. 10. — P. 1748–1761.
15. **Курбацкий А.Ф., Курбацкая Л.И.** Проникающая турбулентная конвекция над островом тепла в устойчиво стратифицированной окружающей среде // *Изв. АН. Физика атмосферы и океана*. — 2001. — Т. 37, № 2. — С. 149–161.
16. **Kurbatskii A.F., Kazakov A.V.** Explicit algebraic model of turbulent heat transfer for a developed flow in a rotating round pipe // *Therm. Phys. and Aeromech.* — 1999. — Vol. 6, No. 2. — P. 231–240.
17. **Gibson M.M., Launder B.E.** Ground effects on pressure fluctuation in the atmospheric boundary layer // *J. Fluid Mech.* — 1978. — Vol. 86, No. 3. — P. 491–511.
18. **Lumley J.L., Monsfield P.** Second order modeling of turbulent transport in the surface mixed layer // *Bound.-Layer Meteor.* — 1984. — Vol. 30. — P. 109–142.

19. **Vu T.C., Ashie Y., Asaeda T.** A  $k - \epsilon$  turbulence closure model for the atmospheric boundary layer including urban canopy // Bound.-Layer Meteor. — 2002. — Vol. 102. — P. 459–490.
20. **Louis J.F.** A parametric model of vertical eddy fluxes in the atmosphere // Bound.-Layer Meteor. — 1979. — Vol. 17, No. 2. — P. 187–202.
21. **Роуч П.** Вычислительная гидродинамика. — М.: Мир, 1980. — 516 с.
22. **Кофи С.Дж.** Атмосферная турбулентность и моделирование распространения примесей / Под ред Ф.Т.М. Ньистадта и Х. Ван Допа. — Л.: Гидрометеоздат, 1985. — 350 с.
23. **Andre J.C., De Moor G., Lacarrere P., Therry G., Vachat R.du,** Modeling the 24-Hour Evolution of the Mean and Turbulent Structures of the Planetary Boundary Layer // J. Atmos. Sci. — 1978. — Vol. 35, No. 10. — P. 1861–1883.
24. **Lu J., Arya S.P., Snyder W.H., Lawson R.E. Jr.** A laboratory study of the heat island in a calm and stably stratified environment. Pt. I and II // J. Appl. Meteor. — 1997. — Vol. 36, No. 10. — P. 1377–1402.

*Статья поступила в редакцию 26 июня 2004 г.*