УДК 536.245:532.517.4

ТЕПЛООТДАЧА ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ ЗНАЧЕНИЙ ЧИСЕЛ ПРАНДТЛЯ И РЕЙНОЛЬДСА

А. Ш. Дорфман, О. Д. Липовецкая

(*Киев*)

Изучение теплоотдачи турбулентно обтекаемой пластины имеет важное значение не только потому, что этот случай часто встречается на практике, но и потому, что данные по изотермической пластине используются для расчета теплоотдачи в более сложных случаях. В частности, эти данные необходимы при использовании предельных относительных законов, позволяющих рассчитать теплоотдачу с учетом влияния сжимаемости, градиента давления, вдува и других возмущающих факторов [1.]

Большинство работ, посвященных теплоотдаче изотермической пластины, относится к сравнительно малым числам Re, когда распределение скоростей в пограничном слое почти по всей его толщине может быть описано универсальным законом стенки. Однако с ростом Re возрастает часть слоя, прилегающая к внешней границе, в которой распределение скоростей не может быть описано законом стенки, и потому результаты, полученные при малых числах Re, оказываются непригодными.

В данной работе коэффициенты теплоотдачи от турбулентно обтекаемой изотермической пластины получены путем численного интегрирования уравнений теплового пограничного слоя для широкого диапазона значений критериев $3\cdot 10^5 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 2{,}5\cdot 10^{12}$, $10^{-2} \leqslant \mathrm{Pr} \leqslant 10^3$.

В работах [2—5] использовались равновесные турбулентные пограничные слои, характеризующиеся постоянством безразмерного градиента давления $\beta = \delta^*\tau_w^{-1}dp/dx$. В [5] путем интегрирования уравнений динамического слоя вычислены профили дефекта скорости для таких слоев при различных значениях β, а в [6] указан метод сопряжения профилей дефекта скорости с универсальными профилями закона стенки и предложена составная функция, определяющая коэффициент турбулентной вязкости. При этом распределения скоростей и коэффициента турбулентной вязкости в слое описываются функциями безразмерной координаты $\eta = y/\Delta$, где $\Delta = \delta^*/\sqrt{c_f/2}$, зависящими от параметров β и $\mathrm{Re}_* = \delta^* U/\nu$.

Для этих условий и постоянного значения турбулентного числа Прандтля Pr_t в работе [7] получены решения уравнения теплового пограничного слоя для градиентных равновесных течений и произвольного распределения температуры поверхности.

Для рассматриваемого здесь случая изотермической ($T_w = \mathrm{const}$) пластины ($\beta = 0$) эти формулы имеют вид

$$\theta = (T - T_\infty)/(T_w - T_\infty) = G_0(\varphi),\ \mathrm{St}(c_f/2\mathrm{Pr})q_0, \tag{1}$$

где $G_0(\varphi)$ — функция, определяемая путем интегрирования обыкновенного дифференциального уравнения, приведенного в [7];
$g_0 = -\sqrt{2\beta_1/\mathrm{Re}_*}\,(\varphi^{1/2}G_0')_{\varphi=0}$; β_1 — параметр, зависящий от β и Re_*[5]; φ — переменная, однозначно связанная с переменой η [7],

$$\varphi = \beta_1\sqrt{c_f/2}\int\limits_0^\eta u/U\,d\eta. \tag{2}$$

При расчетах турбулентное число Прандтля Pr_t принималось равным единице. Для больших чисел Прандтля, когда тепловой слой располагается в вязком подслое, существенным оказывается характер затухания пульсаций в вязком подслое. Считалось также (как, например, в [8]), что коэффициент турбулентной вязкости пропорционален четвертой степени расстояния от стенки. Для $\mathrm{Pr} < 1$, когда тепловой слой толще динамического, принималось что коэффициент турбулентной вязкости вне динамического слоя не изменяется и равен соответствующему значению на внешней границе динамического слоя [9].

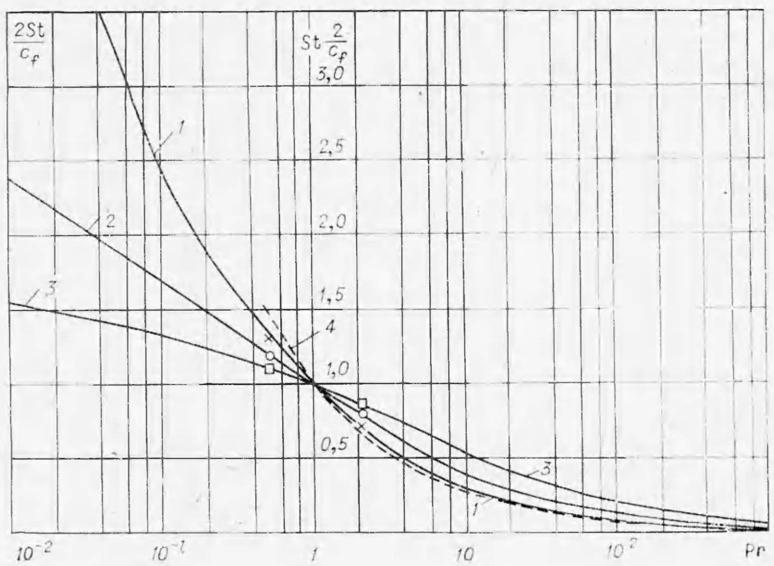
На фиг. 1 приведены результаты расчетов в виде зависимости коэффициента аналогии Рейнольдса $2\mathrm{St}/c_f$ от числа Pr при различных значениях параметра Re_* (кривая *1* — $\mathrm{Re}_* = 10^3$; *2* — $\mathrm{Re}_* = 10^5$; *3* — $\mathrm{Re}_* = 10^9$).

При сравнительно малых числах Re и числах Pr, близких к единице, результаты расчетов хорошо согласуются с известной формулой $2\mathrm{St}/c_f = \mathrm{Pr}^{-0,6}$ (кривая 4), а также со значением 1/0,863 (точка, отмеченная треугольником), полученным в [10] в результате обработки экспериментальных данных для воздуха ($\mathrm{Pr} = 0{,}7$).

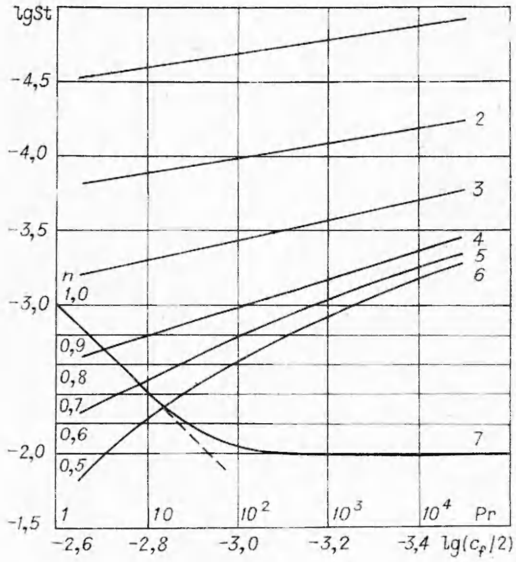
Расчеты хорошо согласуются и с результатами, полученными для $\mathrm{Pr} = 0{,}5$—2 и $1{,}2 \cdot 10^5 < \mathrm{Re}_* < 1{,}11 \cdot 10^9$ в [11] путем численного интегрирования системы дифференциальных уравнений турбулентного пограничного слоя с использованием формулы Клаузера для напряжения трения и формулы Коулса для распределения скорости в пограничном слое (точки на кривых *1*—*3*).

При больших числах Re значения коэффициентов аналогии существенно отличаются от соответствующих значений при малых Re. Причем увеличение числа Re приводит при $\mathrm{Pr} > 1$ к росту, а при $\mathrm{Pr} < 1$ — к уменьшению коэффициентов аналогии.

Чтобы получить аппроксимирующую формулу для вычисления коэффициентов теплоотдачи, воспользуемся следующими соображениями. В [12] показано, что при $\mathrm{Pr} \to \infty$ число Стантона пропорционально $\sqrt{c_f/2}$. Вместе с тем известно, что при $\mathrm{Pr} = 1$ число Стан-



Фиг. 1



Фиг. 2

тона пропорционально $c_f/2$. Исходя из этого, можно предположить, что и при других числах Pr существует пропорциональность между St и $(c_f/2)^n$, причем показатель уменьшается с ростом числа Прандтля от 1 при $\mathrm{Pr} = 1$ до 1/2 при $\mathrm{Pr} \to \infty$. Из приведенных на фиг. 2 зависимостей $\lg \mathrm{St} = f(\lg c_f/2)$, полученных в результате расчетов (кривая *1* — $\mathrm{Pr} = 1000$; *2* — $\mathrm{Pr} = 100$; *3* — $\mathrm{Pr} = 10$; *4* — $\mathrm{Pr} = 1$; *5* — $\mathrm{Pr} = 0{,}1$; *6* — $\mathrm{Pr} = 0{,}01$), следует, что такая пропорциональность действительно имеет место для чисел $\mathrm{Pr} > 1$. Здесь же приведены соответствующие значения показателей n в зависимости от числа Прандтля (кривая *7*). Заменяя кривую $n = f(\lg \mathrm{Pr})$ двумя прямыми и определяя соответствующие коэффициенты пропорциональности между St и $c_f/2$, получаем аппроксимирующие формулы

$$\mathrm{St} = \mathrm{Pr}^{-1,35}(c_f/2)^{1-0,29\lg\mathrm{Pr}} \quad (1 < \mathrm{Pr} \leqslant 50); \tag{3}$$

$$\mathrm{St} = 0{,}113\mathrm{Pr}^{-3/4}(c_f/2)^{1/2} \quad (\mathrm{Pr} > 50). \tag{4}$$

На фиг. 3 приведено сравнение результатов расчета по последней формуле с заимствованными из [12] экспериментальными данными (кривая *1* — $\mathrm{Re}_* = 10^3$; *2* — $\mathrm{Re}_* = 10^5$; *3* — $\mathrm{Re}_* = 10^9$). Полученные расчетом кривые $\mathrm{St}\sqrt{2/c_f} = f(\mathrm{Pr})$, сливающиеся в одну при больших числах Прандтля, продолжены в область чисел $\mathrm{Pr} > 10^3$ путем вычисления угла наклона касательной в точке $\mathrm{Pr} = 10^3$.

Наблюдается хорошее согласование расчетных и экспериментальных данных: значение коэффициента пропорциональности 0,113 в формуле (4), найденное расчетом, практически совпадает со значением 0,115, установленным в [12] путем согласования с экспериментальными данными. На фиг. 3 видно, что формула (4) достаточно хорошо описывает полученные результаты для $\mathrm{Pr} > 50$. Для $\mathrm{Pr} < 50$ кривые, относящиеся к разным Re_* существенно расходятся, зависимость (4) уже не пригодна, и в области $1 < \mathrm{Pr} < 50$ результаты описываются зависимостью (3). Входящий в формулы (3), (4) коэффициент трения определяется по формуле

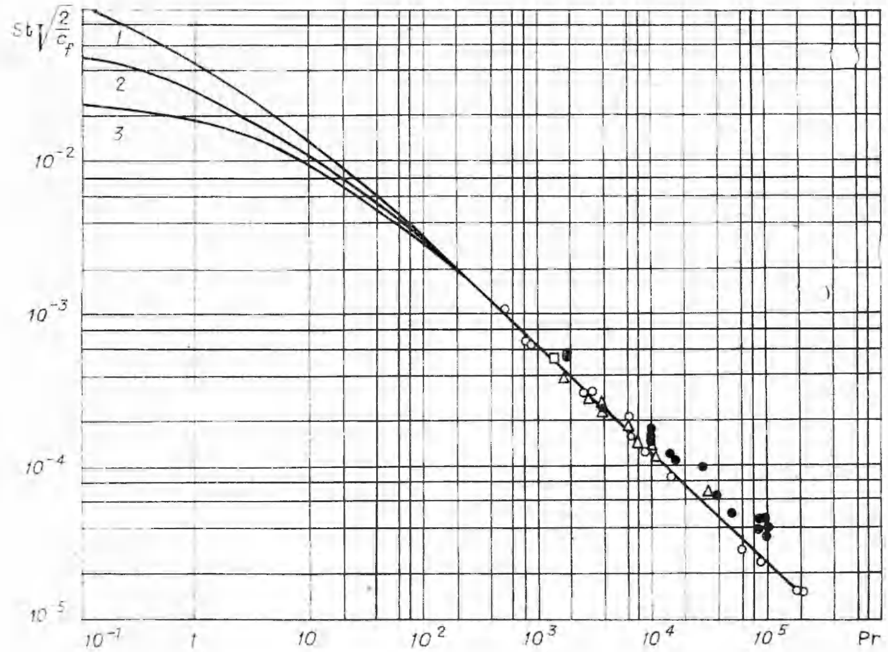
$$\sqrt{2/c_f} = (1/\varkappa)\ln \mathrm{Re}_* + 4{,}31, \tag{5}$$

причем Re_* и Re_x связаны соотношением [7]

$$\mathrm{Re}_* = \beta_1 c_f/2 \cdot \mathrm{Re}_x. \tag{6}$$

Эти два равенства связывают c_f и Re_x в неявном виде. Поэтому для расчетов удобнее пользоваться формулой Шлихтинга

$$c_f = (2\lg \mathrm{Re}_x - 0{,}65)^{-2,3},$$

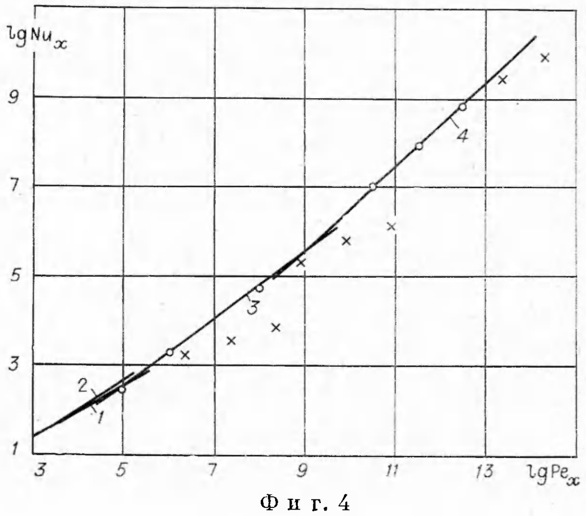


Фиг. 3

дающей результаты, близкие к получаемым по формулам (5), (6).

Из данных фиг. 2 видно, что для чисел $Pr<1$ результаты расчетов нельзя аппроксимировать функциями типа (3), (4): зависимости $\lg(St)=f(\lg c_f/2)$ нелинейны. Оказывается, однако, что для чисел $Pr<1$ при всех числах Re существует единая зависимость $Nu_x=f(Pe_x)$. Это дано на фиг. 4, где полученные результаты нанесены на график $\lg Nu_x=f(\lg Pe_x)$ и видно, что все точки (отмечены кружками), относящиеся к числам $Pr<1$, образуют единую кривую, а точки (отмечены крестиками), относящиеся к числам $Pr>1$, не укладываются на нее.

На фиг. 5 полученная зависимость $Nu_x=f(Pe_x)$ сравнивается с результатами экспериментов, полученными в [13] для воздуха ($\times$) и в [14] для жидких металлов ($\cdot$). Видно, что теоретические результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными.

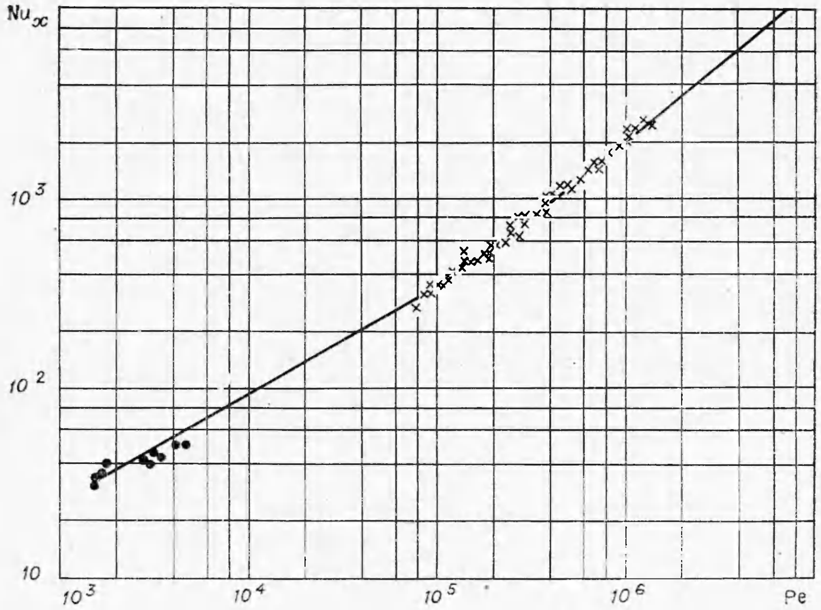


Фиг. 4

Единая зависимость $Nu_x=f(Pe_x)$ может быть аппроксимирована формулой

$$Nu_x^{-0,023}=1,04-0,0335\lg Pe_x,$$

аналогичной формуле



Фиг. 5

Шлихтинга для коэффициента трения. Более простые степенные формулы могут быть получены, если аппроксимировать эту зависимость несколькими, например, как на фиг. 4, тремя прямыми линиями.

Прямая *1* построена по формуле

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}282\,\mathrm{Pe}_x^{0,62} \quad (10^3 < \mathrm{Pe}_x < 10^5), \tag{7}$$

прямая *2* по формуле

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}247\mathrm{Pe}_x^{0,65}, \tag{8}$$

полученной в [9] для чисел $10^3 < \mathrm{Re}_x < 2\cdot10^5$ и $0{,}005 < \mathrm{Pr} < 0{,}05$ при логарифмическом профиле скоростей в слое и линейном распределении касательных напряжений. Из фиг. 4 видно, что при указанных значениях числа Pe_x результаты наших расчетов и формула (7) хорошо согласуются с формулой (8).

Для больших чисел Пекле результаты расчетов могут быть аппроксимированы двумя аналогичными зависимостями (прямые *3*, *4* на фиг. 4)

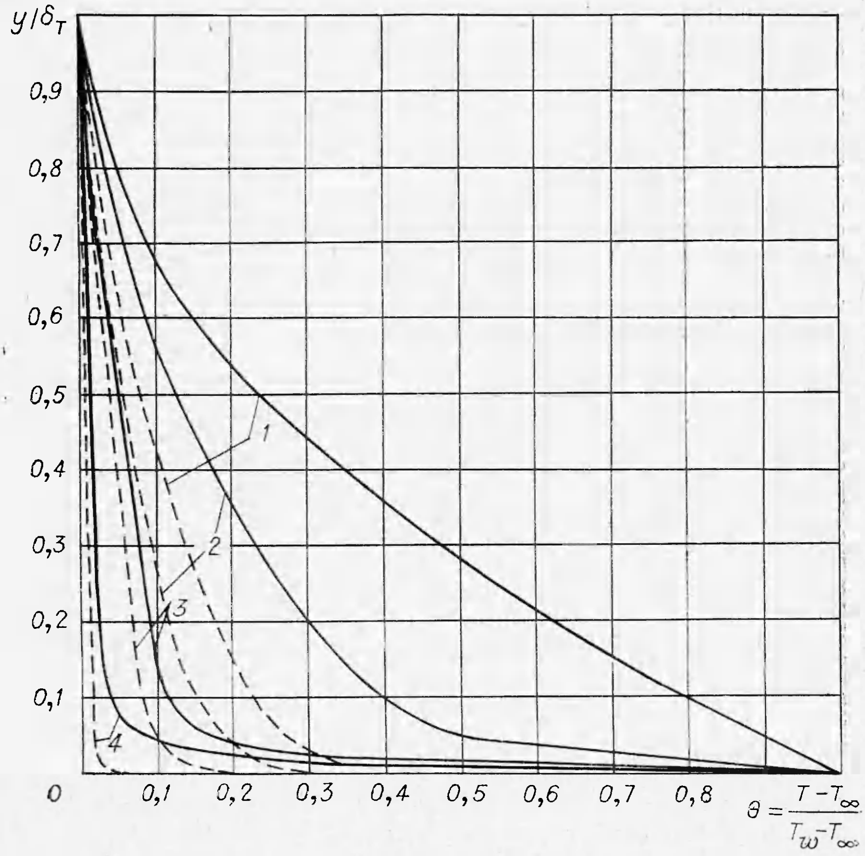
$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}036\ \mathrm{Pe}_x^{0,8} \quad (10^5 < \mathrm{Pe}_x < 5\cdot10^8); \tag{9}$$

$$\mathrm{Nu}_x = 0{,}00576\,\mathrm{Pe}_x^{0,9} \quad (5\cdot10^8 < \mathrm{Pe}_x < 2{,}5\cdot10^{12}). \tag{10}$$

Аппроксимирующие зависимости (9), (10) пригодны при $\mathrm{Pr} < 1$ и дают хорошие результаты вплоть до $\mathrm{Pr} = 1$ при больших числах Re ($\mathrm{Re}_x > 10^7$).

Использование этих формул при малых числах Re и числах Pr, близких к единице, приводит к погрешности, которая при $\mathrm{Re}_x = 2\cdot10^5$ и $\mathrm{Pr} = 1$ дает 25%. В этой области значений критериев могут быть использованы известные зависимости.

Формулы (3), (4), (7), (9) и (10) охватывают практически весь диапазон встречающихся критериев.



Фиг. 6

В заключение приводим на фиг. 6 профили безразмерной температуры $\theta(y/\delta_T)$ в пограничном слое, вычисленные с помощью формул (1), (2) для различных значений Pr и Re_* (сплошные линии соответствуют $\mathrm{Re}_* = 10^3$, штриховые — $\mathrm{Re}_* = 10^9$, кривые *1* — $\mathrm{Pr} = 10^{-2}$; *2* — $\mathrm{Pr} = 1$; *3* — $\mathrm{Pr} = 10$; *4* — $\mathrm{Pr} = 100$). Из данных фиг. 6 следует, что число Рейнольдса существенно влияет на распределение температуры в слое. Причем это влияние растет с уменьшением числа Прандтля и качественно оказывается таким же, как влияние числа Прандтля.

Поступила 27 VIII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И.** Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М., «Энергия», 1972.
2. **Клаузер Ф.** Проблемы механики. Вып. 2. М., ИЛ, 1959.
3. **Таусенд А. А.** Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. М., ИЛ, 1959.
4. **Ротта И. К.** Турбулентный пограничный слой. Л., «Судостроение», 1967.
5. **Меллор Д. Л., Джибсон Д. М.** Равновесные турбулентные пограничные слои.— Сб. пер. Механика, 1967, № 2.
6. **Меллор Д. Л.** Влияние градиента давления на турбулентное течение вблизи гладкой стенки.— Сб. пер. Механика, 1967, № 2.

7. **Дорфман А. Ш.** Решение уравнения теплообмена для равновесных турбулентных пограничных слоев при произвольном распределении температуры обтекаемой поверхности.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1972, № 5.
8. **Лойцянский Л. Г.** Перенос тепла в турбулентном движении.— ПММ, 1960, т. XXIV, № 4.
9. **Кутателадзе С. С., Боришанский В. М., Новиков И. И., Федынский О. С.** Жидкометаллические теплоносители. М., Атомиздат, 1958.
10. **Shi S. W., Spalding D. B.** Influence of temperature ratio on heat transfer to a flat plate through a turbulent boundary. — In: Proceedings of the 3 rd International Heat Transfer Conference. Vol. 11., N. Y., 1966.
11. **Попов В. Н.** Теплоотдача и сопротивление при продольном турбулентном обтекании пластины воздухом.— ТВТ, 1970, т. 8, № 5.
12. **Кутателадзе С. С.** Пристенная турбулентность. Ч.1. Новосибирск, «Наука», 1970.
13. **Петухов Б. С., Детлоф А. А., Кириллов В. В.** Экспериментальное исследование местной теплоотдачи пластины в дозвуковом турбулентном потоке воздуха.— ЖТФ, 1954, т. XXIV, вып. 10.
14. **Федорович Е. Д.** Теплоотдача пластины, обтекаемой турбулентным пограничным слоем.— «Инж.-физ. журнал», 1959, № 9.

УДК 532.517.4

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ТЕПЛОВОЙ ЗАВЕСЫ

Е. В. Шишов

(*Москва*)

Для защиты поверхностей, обтекаемых высокоэнтальпийным потоком газа, широкое распространение находят газовые завесы.

Основным параметром, характеризующим интенсивность теплообмена в этих условиях, является эффективность завесы

$$\theta = \frac{T^*_{\text{ст}} - T_0}{T_{\text{ст}_1} - T_0} = \frac{\delta^{**}_{T_1}}{\delta^{**}_{T_{\text{ад}}}},$$

где T_0 — температура невозмущенного потока; $T^*_{\text{ст}}$ — адиабатическая температура стенки; $T_{\text{ст}_1}$ — температура стенки в начале завесы; $\delta^{**}_{T_{\text{ад}}}$ — толщина потери энергии на адиабатической стенке; $\delta^{**}_{T_1}$ — толщина потери энергии в начале завесы.

Для определения эффективности тепловой завесы рядом авторов [1—3] предложены аналитические выражения, причем в [2, 3] эти выражения выведены для предельного случая $x \to \infty$.

Однако в ряде важных для инженерной практики случаев протяженность защищенных поверхностей невелика, и поэтому возникает необходимость более точного определения эффективности тепловой завесы в начальном участке. Аналитическое выражение для этого случая можно получить, исходя из следующих допущений. Известно [1, 2], что в рассматриваемых условиях применим закон суперпозиций температурных полей, поэтому можно предположить, что новое тепловое возмущение, возникающее под влиянием адиабатичности стенки, развивается в существующем тепловом пограничном слое по тому же закону, что и тепловой пограничный слой в условиях предвключенного адиабатического участка.