

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ВЫДЕЛЕНИЯ УПРУГОЙ ЭНЕРГИИ
ДЛЯ Г-ОБРАЗНОЙ ТРЕЩИНЫ
МЕТОДОМ ИЗМЕРЕНИЯ ПОДАТЛИВОСТИ**

Л. П. Французова

(Новосибирск)

В настоящее время хорошо известны величины коэффициентов интенсивности напряжения и скорость выделения упругой энергии для различных конфигураций тела с прямолинейными трещинами [1]. Для непрямолинейной трещины известна только задача о дугообразной трещине в бесконечном листе при однородном растяжении произвольного направления [2].

Для выяснения характера распространения трещин в слоистых материалах важно знать скорость выделения упругой энергии для Г-образных трещин, когда в композите после разрушения элемента матрицы начинается отслоение. Теоретическое решение такой задачи достаточно сложно и до сих пор не сделано. В данной работе эта задача решена экспериментально методом измерения податливости.

Метод определения скорости выделения упругой энергии по изменению податливости с ростом длины трещины предложен давно [3], однако неизвестны работы, где бы он был реализован практически. Это связано, по-видимому, с необходимостью проведения чрезвычайно точных измерений, которые трудно реализовать практически. В данной работе использован метод измерения частоты собственных колебаний, который дает возможность измерить податливость образца с точностью до 0,05%.

Приведем вывод основных формул метода, модифицированный для случая тела, нагруженного изгибающим моментом. Энергия V , запасенная в теле, выражается в виде

$$V = (1/2)\alpha M,$$

где α — угол поворота сечения; M — изгибающий момент. Если W — полная энергия во внешних нагружающих связях и в деформированном теле, то

$$(1) \quad dW/dl \equiv bG = M d\alpha/dl - dV/dl,$$

где G — скорость выделения упругой энергии на единицу площади трещины; l — длина трещины; b — ширина образца. Считая тело линейно-упругим, имеем

$$\alpha = \lambda M,$$

где λ — величина податливости тела, которая зависит от конфигурации, в том числе и от размера трещины.

Дифференцируя 1-е и 2-е слагаемые в (1), получаем

$$\begin{aligned} d\alpha/dl &= d(\lambda M)/dl = \lambda dM/dl + M d\lambda/dl, \\ \frac{dV}{dl} &= \frac{d\left(\frac{1}{2}\lambda M^2\right)}{dl} = \frac{1}{2} M^2 \frac{d\lambda}{dl} + M\lambda \frac{dM}{dl}, \end{aligned}$$

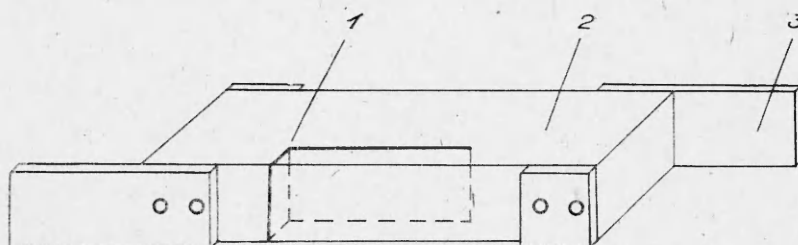
подставляя в (1), получаем

$$G = (M^2/2b)d\lambda/dl.$$

Введем еще величину скорости выделения упругой энергии при единичном изгибающем моменте

$$g = \frac{G}{M^2} = \frac{1}{2b} \frac{d\lambda}{dl}$$

В эксперименте измеряется величина податливости λ для различных длин трещины l и далее производится графическое дифференцирование по l . Измерения производились на образцах из пенопласта ПХВ-1 с поперечными сечениями 17×30 ; 25×45 и 38×68 мм. Трещина в образцах пропиливалась лобзиком. Конфигурация трещины показана на фиг. 1



Ф и г. 1

(1 — Г-образная трещина, 2 — образец, 3 — держатель). Длина начального участка трещины, перпендикулярного краю, составляла $1/4$ толщины образца, далее трещина поворачивалась на 90° и шла параллельно краю.

Податливость образцов измерялась по частоте собственных изгибных колебаний на установке, схема которой показана на фиг. 2 (1 — грузы, 2 — штанги, 3 — образец, 4 — точки подвеса). На штанги наклеивались тензодатчики, соединенные с усилителем и частотомером типа Ф-5080. Измерялся промежуток времени, равный десяти периодам колебаний штанг. Период свободных колебаний дается формулой

$$T = 2\pi \sqrt{\lambda J / 2},$$

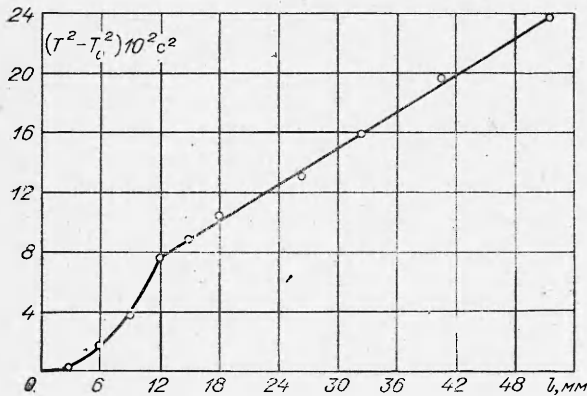
где J — момент инерции каждой из штанг, или

$$\lambda = T^2 / 2\pi^2 J.$$

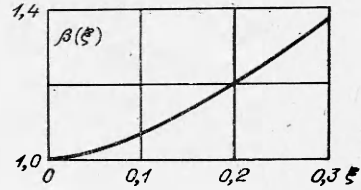
На фиг. 3 дана зависимость T^2 от длины трещины l для одного из испытанных образцов. Видно быстрое возрастание наклона кривой на начальном участке, соответствующее возрастанию скорости выделения упругой энергии. После поворота трещины наклон уменьшается и мало изменяется при дальнейшем росте трещины.

Сравнение экспериментальных данных с теоретическими может быть произведено на начальном участке до поворота трещины и для достаточно длинной трещины отслоения, когда $l \gg h$. Для краевой трещины в полубесконечном образце коэффициент интенсивности напряжения дается формулой [3]

$$K_I = 1,12\sigma \sqrt{\pi l}, \quad G = \frac{K_I^2}{E} = \frac{1,12^2 \pi \sigma^2 l}{E},$$



Фиг. 3



Фиг. 4

где σ — растягивающее напряжение. При изгибе достаточно толстого образца, когда

$$(2) \quad l/h \ll 1, \quad \sigma = 6M/bh^2,$$

$$G = 1,12^2 \pi 36 l M^2 / E (bh^2)^2,$$

соответственно

$$(3) \quad g = 1,12^2 \pi 36 l / E (bh^2)^2.$$

Если условие (2) не выполняется, то в формулу (3) должен быть введен поправочный множитель $\beta(l/h)$, т. е.

$$g = (1,12^2 \pi 36 l / E (bh^2)^2) \beta(l/h).$$

Величина этого множителя вычислена на основе результатов работы [1] и приведена на фиг. 4.

Если строить зависимость g и λ от безразмерного параметра $\xi = l/h$, то

$$\frac{d\lambda}{d\left(\frac{l}{h}\right)} = 2bhg = \frac{1,12^2 \pi 36 \cdot 2}{E} \frac{l}{h} \frac{1}{bh^2} \beta\left(\frac{l}{h}\right),$$

или

$$(4) \quad Ebh^2 d\lambda/d\xi = 2 \cdot 1,12^2 \pi 36 \xi \beta(\xi).$$

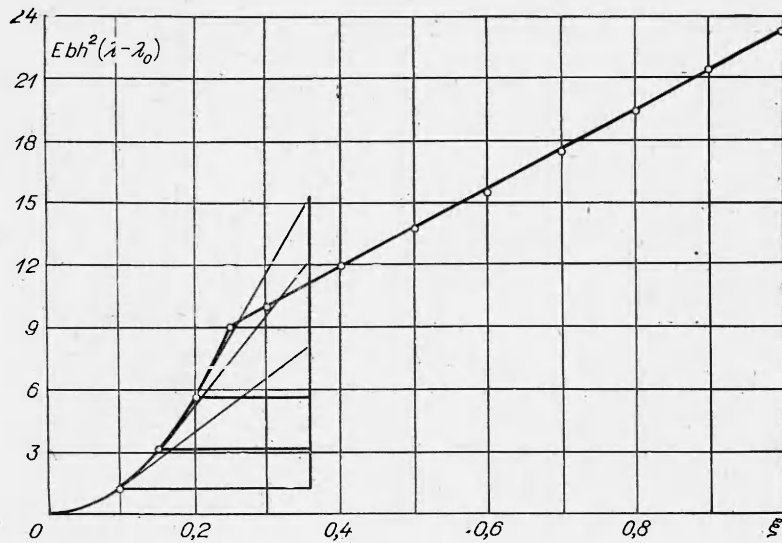
На фиг. 5 показана зависимость величины $Ebh^2(\lambda - \lambda_0)$ от ξ , усредненная по восьми образцам (λ_0 — величина λ в отсутствие надреза). При вычислениях использовано значение $E/J = 5,7 \cdot 10^8 \text{ с}^{-2} \cdot \text{м}^{-3}$, полученное по измерениям на образцах без надреза. На фиг. 6 дана производная от сплошной кривой фиг. 5. Дифференцирование производилось графически. На фиг. 6 штрихом показана теоретическая кривая для начального участка до поворота трещины, соответствующая левой части уравнения (4). Видно хорошее согласие кривых, совпадающих с точностью до ошибок в измеренной величине E (модуль упругости), использованной при построении экспериментальных кривых.

Второй участок, на котором может быть сделано сопоставление экспериментальных и теоретических результатов — это участок длинной трещины отслоения $l_{\text{отс}} \gg h$. Как показано в [4], на этом участке скорость выделения упругой энергии постоянна

$$g = \frac{6}{Eb^2} \left(\frac{2}{(h - l_{\perp})^3} - \frac{1}{h^3} \right).$$

При использованной форме трещины, когда $l_{\perp}/h = 0,25$, $g = 8,25/Eb^2h^3$,

$$Ebh^2 d\lambda/d\xi = Ebh^3 d\lambda/dl = Ebh^3 2bg = 16,5.$$

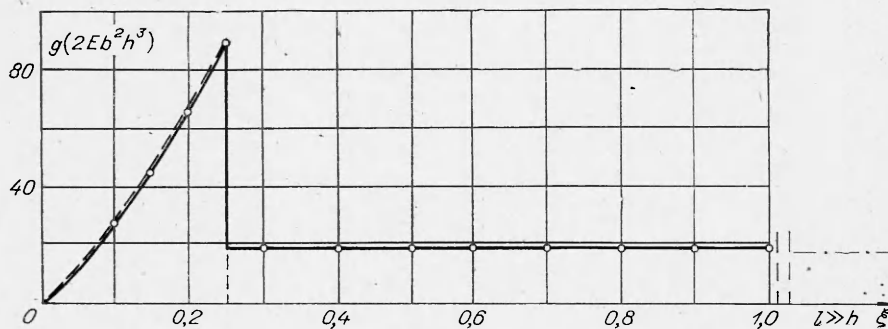


Фиг. 5

Соответствующая прямая показана штрихпунктирной линией в правой части фиг. 6. Наиболее интересным участком кривой $d\lambda/d\xi$ от ξ является участок сразу после поворота трещины. В точке поворота трещины происходит скачкообразное уменьшение величины g , и, как видно из фиг. 6, при дальнейшем увеличении трещины отслоения величина g изменяется незначительно.

Таким же образом ведет себя величина G — скорость выделения упругой энергии, отличающаяся от g только множителем M^2 , т. е. $G/G_{\perp} = 4,7$ (G — скорость выделения упругой энергии до поворота трещины, а G_{\perp} — после поворота трещины).

Хотя данные результаты получены для определенной геометрии образца, полученная величина $G_{\perp}/G = 0,21$ имеет, очевидно, вполне универсальное значение для случая, когда у первоначальной трещины отличен от нуля только один коэффициент интенсивности напряжений K_I . Для возникающей Γ -образной трещины, очевидно, отличны от нуля два коэффициента K_I и K_{II} , которые не могут быть по отдельности определены использованным методом. Однако при анализе условий распространения трещины важна сама величина скорости выделения упругой энергии,



Фиг. 6

которая в данном методе определяется непосредственно. Метод может быть применен к телам сложной формы с трещинами, также имеющими сложную форму.

Поступила 5 VII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Irwin G. R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. — «J. Appl. Mech.», 1957, vol. 24, N 3, p. 361.
2. Sih G., Paris P., Erdogan F. Crack-tip, stress intensity factors for plane extension and plate bending problems. — «J. Appl. Mech.», 1962, vol. 29 E, N 2.
3. Парис П., Си Дж. Анализ напряженного состояния около трещин. — В кн.: Прикладные вопросы вязкости разрушения. М., «Мир», 1968, с. 64—142.
4. Французова Л. П. Экспериментальное исследование распространения трещин на модели слоистого пластика. — В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 19—20. Новосибирск, изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1974. с. 141—145.

УДК 539.3

РЕШЕНИЕ В ВИДЕ РЯДОВ ПО ПОЛИНОМАМ ЛЕЖАНДРА ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОЛОГО УПРУГОГО ЦИЛИНДРА

Г. В. Иванов

(Новосибирск)

В данной работе показано, что предложенный в [1] метод решения плоской смешанной задачи теории упругости может быть применен и при решении осесимметричной смешанной задачи для полого упругого цилиндра.

1. Формулировка задачи. При осесимметричной упругой деформации уравнения равновесия и закон Гука можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} + \gamma_1 &= 0, & \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} - i + \gamma_2 &= 0, \\ p - r \left(\lambda \varepsilon + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) &= 0, & q - r \left(\lambda \varepsilon + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= 0, \\ \tau - \mu r \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) &= 0, & t - \lambda \varepsilon - 2\mu \frac{v}{r} &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{r}, \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad 0 \leq \nu < \frac{1}{2}, \quad E, \mu > 0,$$

$$p = r\sigma_z, \quad q = r\sigma_r, \quad \tau = r\sigma_{rz}, \quad t = \sigma_\varphi, \quad u = u_z, \quad v = u_r,$$

$$x = z - z_0, \quad y = r - r_0;$$

r, φ, z — цилиндрические координаты; $\sigma_r, \sigma_\varphi, \sigma_z, \sigma_{rz}, u_r, u_z$ — компонен-