

согласно (6), (18), комбинацию геометрических и динамических факторов, в рамках этой модели получаем, в частности, качественно разумный результат — при фиксированных значениях числа Рейнольдса волновая картина возможных спиральных волн тем богаче, чем большие цилиндры рассматриваются ( $S$  уменьшается с ростом радиуса цилиндра  $R$ ). Такой же вывод справедлив, если для фиксированного цилиндра увеличивать расход жидкости.

Автор выражает благодарность фонду Сороса за поддержку этой работы, которая является также частью проекта № 94-01-00767-а, поддержанного Российским фондом фундаментальных исследований.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Shlang T., Sivashinsky G.I. Irregular flow of a liquid film down a vertical column // J. de phys. — 1982. — V. 43. — P. 459—466.
2. Непомнящий А.А. Устойчивость волновых режимов в пленке жидкости относительно трехмерных возмущений // Гидродинамика: Сб. науч. тр. — Пермь, 1974. — Вып. 5. — С. 91—104.
3. Непомнящий А.А. Устойчивость волновых режимов в пленке, стекающей по наклонной плоскости // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1974. — № 3. — С. 28—34.
4. Цвелодуб О.Ю. Стационарно бегущие волны на пленке, стекающей по наклонной плоскости // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1980. — № 4. — С. 142—146.
5. Демехин Е.А. Ветвление решения задачи о стационарно бегущих волнах в слое вязкой жидкости на наклонной плоскости // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1983. — № 3. — С. 36—44.
6. Tsvelodub O.Yu., Trifonov Yu.Ya. On steady-state travelling solutions of an evolution equation describing the behaviour of disturbances in active dissipative media // Physica D. — 1989. — V. 39. — P. 336—351.

г. Новосибирск

Поступила 10/XII 1993 г.,  
в окончательном варианте — 20/I 1994 г.

УДК 532.529:621.928.6

C.B. Долгушев, B.M. Фомин

#### КОНДЕНСАЦИОННЫЙ ЭФФЕКТ ПРИ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОМ РАЗДЕЛЕНИИ СМЕСЕЙ

Повышение эффективности работы установок, предназначенных для разделения газовых смесей, остается одной из актуальных проблем химического, нефтяного, газового производства, атомной энергетики и других высокотехнологичных производств. Одним из перспективных способов разделения, опыт промышленного использования которых уже имеется, является газодинамический (см., например, [1—5]). Поскольку эффективность разделения в этом способе в основном обусловлена различием масс частиц, ее можно существенно увеличить, если обеспечить условия для конденсации тяжелого компонента. Появляющиеся при этом в потоке кластеры и капли конденсата имеют намного большую массу, чем масса одиночных молекул, следовательно, коэффициент разделения может существенно возрасти [6—8].

В этой связи представляет интерес изучение чисто конденсационного эффекта в общей схеме разделительного процесса, которая должна включать в себя охлаждение смеси при расширении в сверхзвуковом сопле до условий начала конденсации одного из компонентов, образование капель конденсата и отделение их от газовой фазы на выходе сопла. Эта схема может включать в себя дополнительные элементы, например: создание условий для интенсивной коалесценции капель [7] на выходе сопла, стимулирование конденсации отделяемого газа лазерным излучением [8] и др.

© С.В. Долгушев, В.М. Фомин, 1994

В настоящей работе численно исследовалось конденсационное обогащение разделяемой смеси одним из компонентов при протекании через сверхзвуковое сопло. Расчеты выполнены для смеси гелий — азот, часто встречающейся во многих технологических процессах. Предполагается, что атомы гелия не оказывают влияния на процессы образования и роста капель азота, что имеет экспериментальное подтверждение (см., например, [9]).

В качестве параметра, характеризующего эффективность обогащения газовой фазы гелием, здесь используется величина, называемая в дальнейшем коэффициентом конденсационного разделения  $m$  и определяемая формулой

$$(1) \quad m = (P_1/P_2)_+ / (P_1/P_2)_-,$$

где  $P$  — давление; индексами 1 и 2 помечены величины, относящиеся к гелию и азоту соответственно; индексы + и - означают условия на выходе сопла и на его входе.

Хотя такое определение коэффициента разделения является общепринятым [4], следует иметь в виду, что здесь учитывается лишь чисто конденсационный эффект. Реальный же коэффициент разделения, естественно, будет меньше, даже если удастся извлечь большую часть капель конденсата на выходе сопла. Сепарация капель из смеси газ—конденсат, имеющей сверхзвуковую скорость, не может быть полной, часть капель останется в потоке.

Расчеты проводились в квазидномерном приближении с использованием классической теории гомогенной конденсации [10]. Относительно свойств образующейся смеси газ—конденсат делались следующие предположения: 1) до начала конденсации течение изоэнтропическое; 2) течение одномерное, невязкое, стационарное; 3) газовая фаза описывается уравнением состояния идеального газа; 4) пренебрегается изменением энтропии смешения; 5) давление смеси обусловлено лишь хаотическим движением газовых молекул, капли конденсата не вносят вклада; 6) нет теплообмена с внешней средой; 7) конденсированная фаза однородно распределена в газовой фазе и имеет одинаковую с ней скорость; 8) объем конденсированной фазы мал по сравнению с полным объемом смеси газ — конденсат; 9) не учитываются фазовые переходы газ — твердая фаза, жидкость — твердая фаза; 10) размер капель мал настолько, что их рост идет в свободномолекулярном режиме; 11) не учитывается влияние размера капель на коэффициент поверхностного натяжения и другие свойства; 12) скорость образования ядер конденсации описывается классической формулой, последовательно полученной в работах Беккера, Деринга, Френкеля и Зельдовича [10, 11]:

$$I = (\zeta / \rho_c) (P_2 / kT)^{2\sqrt{2\sigma\mu_2 / \pi N_A}} \exp(-4\pi\sigma r_*^2 / 3kT).$$

Здесь  $I$  — скорость зарождения ядер конденсации в единице объема;  $\rho_c$  — плотность конденсированного азота;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — температура газа;  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения;  $\mu_2$  — молекулярный вес азота;  $N_A$  — число Авогадро;  $\zeta$  — коэффициент прилипания молекулы азота к капле, который здесь принимается равным единице;  $r_*$  — радиус капли критического размера, определяемый по формуле Томпсона — Гельмгольца [10]

$$r_* = 2\sigma\mu_2 / [\rho_c R T \ln(P_{2s} / P_2)],$$

где  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $P_{2s}$  — давление насыщения азота, вычисляемое как функция температуры по формуле Клаузиуса — Клапейрона

$$\ln P_{2s}(T) = A - B/T$$

( $A, B$  — параметры).

Скорость роста капли, размер которой значительно меньше длины свободного пробега молекул газа, находится по формуле Герца — Кнудсена [11]

$$\dot{r} = \xi P_2 [1/\sqrt{T} - (P_{2s}/P_2)/\sqrt{T_c}] / (\rho_c \sqrt{2\pi R/\mu_2})$$

( $T_c$  — температура капли, которая предполагается равной температуре насыщения азота при заданном давлении  $P_2$  [11]).

Используемая здесь математическая модель течения с конденсацией включает в себя уравнения для трех моментов функции распределения капель по размерам, уравнения сохранения массы, импульса и энергии системы газ — конденсат и уравнение состояния газовой фазы [11]:

$$(2) \quad ud\Omega_0/dx = I/\rho;$$

$$(3) \quad ud\Omega_1/dx = Ir_*/\rho + \Omega_0 \dot{r};$$

$$(4) \quad ud\Omega_2/dx = Ir_*^2/\rho + 2\Omega_1 \dot{r};$$

$$(5) \quad udq/dx = 4\pi\rho_c \Omega_2 \dot{r} + (4/3)\pi\rho_c Ir_*^3/\rho;$$

$$(6) \quad \rho u F = \rho_* u_* F_* = C_*;$$

$$(7) \quad u du + dP/\rho = 0;$$

$$(8) \quad (3,5 - \alpha_{10})R_0 T + 0,5u^2 - (q/\gamma_{20})L_e = H_0;$$

$$(9) \quad P = (1 - \mu_0 q/\mu_2) \rho R_0 T.$$

Здесь  $\rho$ ,  $u$  — плотность и скорость смеси  $N_2 + He +$  капли азота;  $x$  — координата, отсчитываемая вдоль оси сопла, начиная от его критического сечения;  $C_*$  — расход газа в критическом сечении сопла;  $R_0$  — газовая постоянная смеси до начала конденсации;  $q$  — массовая доля конденсата;  $\mu_0$  — молекулярный вес смеси до начала конденсации;  $H_0$  — энталпия торможения;  $\alpha_{10}$ ,  $\alpha_{20}$  — молярные концентрации гелия и азота до начала конденсации соответственно;  $L_e$  — эффективная теплота конденсации, рассчитанная на единицу массы смеси газ — конденсат ( $L_e = \gamma_{20} L$ );  $\gamma_{20}$  — массовая концентрация азота в смеси до конденсации;  $L$  — удельная теплота конденсации чистого азота; индексом \* отмечены параметры в критическом сечении сопла. Моменты  $\Omega_i$  функции распределения  $f(r)$  капель конденсата по их радиусам  $r$  определяются как

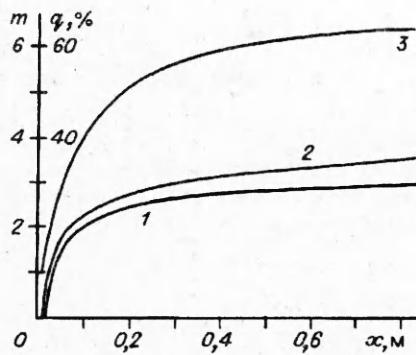
$$\Omega_i = \int_r^\infty r^i f(r) dr.$$

Термодинамические свойства конденсированного и газообразного азота, а также параметры кривой фазового равновесия были взяты из работы [12], где проводились расчеты конденсации чистого азота при параметрах сопла в условиях торможения, близких к приведенным в настоящей работе, и было получено хорошее совпадение с экспериментальными данными.

Система уравнений (2)–(9) приводилась к виду, требуемому для использования программ интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Было проведено также обезразмеривание этой системы. Интегрирование полученной системы уравнений проводилось от точки, расположенной в сверхзвуковой части сопла, в которой условия насыщения еще не достигнуты. Начальные условия представляют собой равновесные значения газодинамических параметров и условия отсутствия капель конденсата:  $q = 0$ ,  $\Omega_i = 0$ ,  $i = 0, 1, 2$ . В ходе интегрирования системы уравнений вниз по потоку достигаются условия насыщения, при которых  $P_2 > P_{2s}$ , правая часть уравнений (2)–(5) становится отличной от нуля, здесь начинается расчет роста величин  $q$  и  $\Omega_i$ .

Решение осуществлялось методом Рунге — Кутта четвертого порядка аппроксимации с локальной точностью  $\epsilon = 10^{-5}$ . Сверхзвуковое коническое сопло, для которого проводились расчеты, характеризуется следующими параметрами: радиус критического сечения сопла  $10^{-3}$  м, длина сверхзвуковой части 1 м, полуугол раствора  $10^\circ$ . Температура торможения задавалась

Рис. 1



(кривая 2), найденной с использованием равновесной конденсации. Эти зависимости соответствуют параметрам торможения  $P_0 = 3 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ,  $T_0 = 300 \text{ К}$  и начальному составу смеси 5 % He + 95 % N<sub>2</sub>. Из графиков видно, что задержка начала конденсации при данных условиях является несущественной, хотя в дальнейшем неравновесное значение массовой доли конденсата заметно отстает от ее равновесного значения.

Основной прирост доли конденсата происходит на относительно коротком участке сопла за точкой насыщения длиной около 0,2–0,3 м, после чего идет медленное нарастание этой величины. При  $x > 0,5 \text{ м}$  рост  $q$  практически прекращается, что объясняется двумя причинами: 1) падением плотности газа и, следовательно, снижением скорости роста капель конденсата, 2) уменьшением перенасыщения за счет выделения в газовую fazу теплоты конденсации. Между температурой газа и процессом конденсации существует отрицательная обратная связь: падение температуры приводит к наступлению конденсации, выделение теплоты которой стремится повысить температуру газа и снять перенасыщение.

Кривая 3 на рис. 1 — зависимость коэффициента конденсационного разделения, вычисляемого по формуле (1), от осевой координаты  $x$  при параметрах в форкамере  $P_0 = 5 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ,  $T_0 = 300 \text{ К}$  и начальном составе смеси 70 % He + 30 % N<sub>2</sub>. Поведение зависимости  $m(x)$  качественно повторяет зависимость  $q(x)$ .

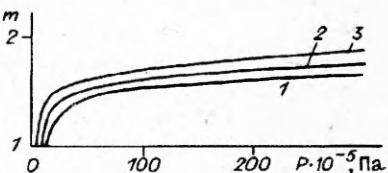
На рис. 2 и 3 показана зависимость  $m$  от давления торможения для трех значений температуры торможения:  $T_0 = 250, 300$  и  $350 \text{ К}$  (кривые 1–3). Графики на рис. 2 соответствуют малой начальной концентрации гелия (5 %) по молекулярному составу, графики на рис. 3 — относительно высокой начальной молярной концентрации гелия (70 %). Имеется существенное качественное различие в поведении кривых зависимости  $m(P_0, T_0)$  при больших и малых начальных концентрациях He. При малых значениях  $\alpha_{10}$  в диапазоне значений давления торможения  $P_0 \sim (5 \div 15) \cdot 10^5 \text{ Па}$  есть участок крутого роста коэффициента конденсационного обогащения  $m$ . Затем кривая зависимости  $m(P_0)$  быстро становится пологой, выходя на асимптоту, где  $m \approx 1,5 - 1,9$ . Увеличение температуры торможения не приводит к качественным изменениям графических кривых, они лишь несколько опускаются на плоскости ( $P_0, m$ ).

Иначе выглядят графики зависимости  $m(P_0)$  при  $\alpha_{10} = 70\%$  (большие начальные концентрации гелия). В этом случае достигается существенно большее значение коэффициента конденсационного обогащения (несколько сотен), кривые зависимости  $m(P_0)$  на всем протяжении рассчитываемого диапазона значений  $P_0$  показывают крутой рост, по-

ближкой к комнатной, допускались небольшие ее вариации в сторону уменьшения и увеличения. Давление торможения составляло приблизительно от  $10^5$  до  $3 \cdot 10^7 \text{ Па}$ .

Графики на рис. 1—4 иллюстрируют полученные результаты. На рис. 1 приведены зависимости от осевой координаты  $x$  массовой концентрации конденсата  $q$  (кривая 1), полученной при решении системы уравнений (2)–(9), и равновесного значения этой величины

Рис. 2



Р и с. 3

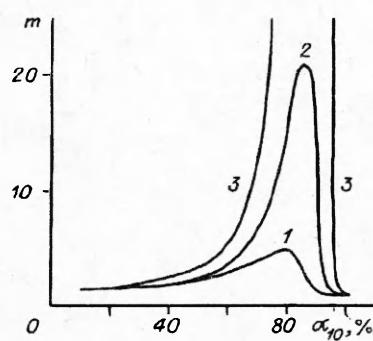
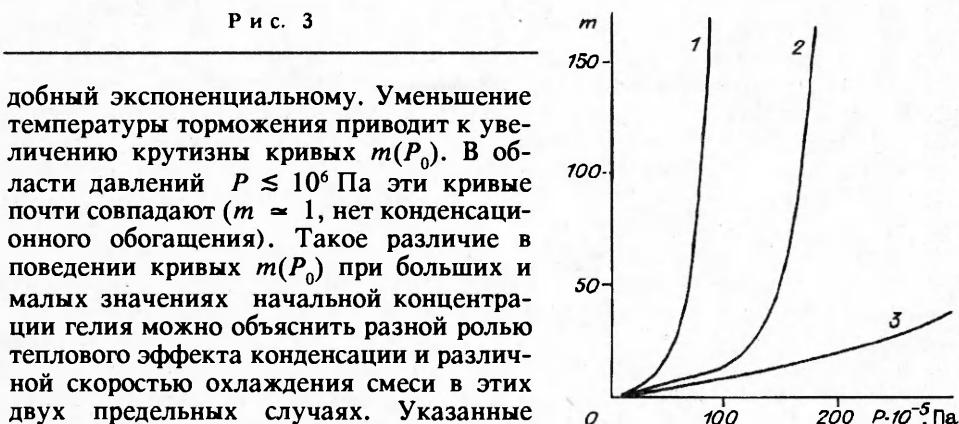
добрый экспоненциальному. Уменьшение температуры торможения приводит к увеличению крутизны кривых  $m(P_0)$ . В области давлений  $P \leq 10^6$  Па эти кривые почти совпадают ( $m = 1$ , нет конденсационного обогащения). Такое различие в поведении кривых  $m(P_0)$  при больших и малых значениях начальной концентрации гелия можно объяснить разной ролью теплового эффекта конденсации и различной скоростью охлаждения смеси в этих двух предельных случаях. Указанные факторы отмечены в [13, 14] и состоят в следующем. Увеличение доли гелия в смеси повышает ее удельную теплоемкость, что приводит к меньшему возрастанию температуры, чем в случае большей доли азота. Таким образом, тепловое сопротивление конденсации становится меньше.

Более быстрое течение смеси с большей концентрацией гелия (чем меньше молекулярный вес газа, тем больше его скорость в сопле) также способствует более эффективной конденсации, хотя и приводит к задержке ее начала. На наш взгляд, сюда следует добавить еще две причины, которые усиливают конденсационное разделение в смеси  $N_2 - He$  с увеличением доли гелия. Первая состоит в том, что становится меньше эффективная удельная теплота конденсации, входящая в уравнение (8) и определенная выше. Вторая связана с увеличением отношения удельных теплоемкостей (при постоянном давлении и постоянном объеме соответственно). Это приводит к более быстрому падению температуры смеси при ее движении в сопле и, следовательно, к более слабому проявлению теплового эффекта конденсации.

Для иллюстрации зависимости коэффициента конденсационного разделения от начального состава смеси на рис. 4 представлены вычисленные кривые зависимости  $m(\alpha_{10})$  для трех значений давления торможения:  $P_0 = 3 \cdot 10^6$ ,  $5 \cdot 10^6$  и  $10^7$  Па (кривые 1—3 соответственно). Температура торможения для всех кривых равна 300 К. Пиковые значения  $m$  следующие: при  $P_0 = 3 \cdot 10^6$  Па и  $\alpha_{10} = 78\%$   $m = 5,1$ , при  $P_0 = 5 \cdot 10^6$  Па и  $\alpha_{10} = 85\%$   $m \approx 21$ , при  $P_0 = 10^7$  Па и  $\alpha_{10} = 89\%$   $m \approx 537$ .

Причиной резкого возрастания  $m$  с увеличением доли гелия в смеси, как указывалось выше, являются уменьшение влияния теплоты конденсации и более высокая скорость расширения смеси в сопле. Зависимость имеет «резонансный» характер вблизи  $\alpha_{10} \approx 85\%$ . Увеличение давления торможения приводит к резкому росту  $m$ , что можно объяснить практически полным «вымораживанием» азота, когда величина  $(P_1/P_2)$  в формуле (1) стремится к бесконечности.

Уменьшение  $m$  при снижении давления торможения и резкое спадание зависимости  $m(\alpha_{10})$  при  $\alpha_{10} > 90\%$  объясняются тем, что при малых парциальных давлениях азота условия насыщения или не достигаются на протяжении длины сопла, или, если они все же достигаются, это происходит при такой малой плотности молекул  $N_2$ , что процессы ядрообразования и роста капель не могут привести к появлению заметной доли конденсата.



Р и с. 4

Средние размеры капель азота для всех вариантов расчета составляли  $\sim 10^{-9} - 5 \cdot 10^{-8}$  м.

Подобные оценочные расчеты проводились также для смеси гелий — метан, однако полученные в этом случае значения  $m$  были существенно меньше, хотя качественно результаты идентичны. Это объясняется значительно большей теплотой конденсации метана и меньшим отношением его удельных теплоемкостей, что приводит к снижению скорости охлаждения в сопле.

Основные выводы данной работы состоят в следующем.

1. Эффективность конденсационного разделения повышается при увеличении давления торможения и уменьшении температуры торможения смеси.

2. Имеется существенное количественное и качественное различие зависимостей коэффициента конденсационного разделения  $m$  от параметров торможения  $P_0$  и  $T_0$  при больших и малых начальных концентрациях гелия в смеси  $N_2 + He$ . Наиболее эффективно молекулы азота связываются в кластеры и капли при высоких концентрациях гелия. Графики зависимостей  $m(P_0)$  показывают, что доля азота, переходящего в конденсированную фазу, максимальна при  $\alpha_{10} \sim 80 - 90\%$ . При  $\alpha_{10} > 90\%$  эффективность конденсационного разделения резко спадает до единицы. Такая зависимость коэффициента конденсационного разделения от начального состава смеси объясняется различной степенью влияния на конденсацию тепловыделения при связывании молекул в капли и скоростью охлаждения газа в сопле при больших и малых концентрациях легкого газа (гелия).

3. Хотя значение среднего размера капель невелико ( $\sim 10^{-9} - 5 \cdot 10^{-8}$  м), они имеют массу, большую, чем масса молекул азота, что должно повысить эффективность газодинамического разделения азота и гелия.

В заключение следует заметить, что приведенные количественные результаты требуют экспериментальной проверки. Однако выполненное ранее во многих работах сравнение результатов эксперимента и расчетов в рамках классической теории гомогенной конденсации (см., например, [12, 14—18]) позволяет надеяться, что проведенный анализ дает правильные, по крайней мере качественно, результаты.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Becker E.W., Bley P., Ehrfeld U., Ehrfeld W. The separation nozzle — an aerodynamic device for large-scale enrichment of uranium-235 // Rarefied Gas Dynamics: Techn. Pap. 10th Intern. Sympos., 1976. — N.Y., 1976. — P. 3—16.
2. Reis V.H., Fenn J.B. Separation of gas mixtures in supersonic jets // J. Chem. Phys. — 1963. — V. 39. — P. 3240—3250.
3. Куснер Ю.С., Кутателадзе С.С., Приходько В.Г. и др. Инерционное газокинетическое разделение газовых смесей и изотопов // ДАН СССР. — 1979. — Т. 247, № 4. — С. 845—848.
4. Compargue R. Sur les méthodes aérodynamiques de séparation des gaz et isotopes // Entropie. — 1976. — V. 12, N 67. — P. 11—33.
5. Столяров А.А. О гидродинамическом разделении газовых смесей // Журн. прикл. химии. — 1977. — Т. 50, № 8. — С. 1768—1771; 1981. — Т. 54, № 8. — С. 1825—1829.
6. Столяров А.А. О возможностях разделения фаз в сверхзвуковых двухфазных течениях // ДАН СССР. — 1978. — Т. 239, № 5. — С. 1071—1073.
7. Kaser A. Verhalten von Dampfen löslicher Zweistoffgemische bei Expansion in Überschalldüsen — Tropfenkoaleszenz in einer Potentialwirbelströmung // ZAMM. — V. 53, N 1. — P. 39—55.
8. Mathieu P. Mathematical model of non-equilibrium condensation in one- and two-dimensional two-phase flows // Lett. Heat and Mass Transfer. — 1979. — V. 6, N 1. — P. 61—71.
9. Zahoranski R.A. Nitrogen nucleation in an unsteady supersonic flow field // Z. Flugwiss. Weltraumforsch. — 1986. — V. 10, N 1. — P. 34—37.

10. Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкостей. — М.: Изд-во АН СССР, 1945.
11. Салтанов Г.А. Неравновесные и нестационарные процессы в газодинамике. — М.: Наука, 1979.
12. Griffin J.L., Sherman P.M. Computer analysis of condensation in highly expanded flows // AIAA J. — 1965. — V. 3, N 10. — P. 1813—1819.
13. Chmielewski T., Sherman P.M. Effect of carrier gas on homogeneous condensation in supersonic nozzle // AIAA J. — 1970. — V. 8, N 4. — P. 789—793.
14. Mathieu P. Condensation of ammonia by homogeneous nucleation in supersonic nozzles // Int. J. Multiphase Flow. — 1976. — V. 3, N 2. — P. 181—195.
15. Сквородко П.А. Влияние гомогенной конденсации в свободной струе на интенсивность молекулярного пучка // Некоторые задачи гидродинамики и теплообмена. — Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1976. — С. 91—112.
16. Бондаренко Е.А., Верховцева Э.Т., Купко А.В. и др. Экспериментальное и теоретическое исследование неравновесной конденсации аргона при истечении из сверхзвукового сопла // Молекулярная газовая динамика. — Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1980. — С. 70—76.
17. Востриков А.А., Дубов Д.Ю. Реальные свойства кластеров и модель конденсации. — Новосибирск, 1984. — (Препр./ АН СССР, Сиб. отд-ние, ИТ; № 12).
18. Долгушев С.В., Друкер И.Г., Коробейников Ю.Г. и др. Конденсация азота в гиперзвуковом сопле // ИФЖ. — 1985. — Т. 49, № 2. — С. 205—209.

г. Новосибирск

Поступила 17/II 1994 г.

УДК 532.5 : 541.183

O.B. Воинов

## ДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ СМАЧИВАНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТЬЮ\* ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛ ВАН-ДЕР-ВААЛЬСА

Рассматриваются нестационарные течения тонких смачивающих пленок по твердой поверхности под действием сил Ван-дер-Ваальса. Сформулированы краевые условия в нестационарной задаче на движущейся линии смачивания и на границе с пленкой большой толщины, дающие замкнутое описание динамики сверхтонких пленок при растекании капель. Получены приближенные решения краевой задачи для эволюционного уравнения на малых временах. Найдено сильное ограничение на квазистационарную теорию прекурсионных пленок при растекании капель, показана важность учета существенной нестационарности течения. Установлен эффект нестационарного «усечения» квазистационарной прекурсионной пленки, постепенно поглощающего всю пленку. Найдена область применимости краевого условия на границе с пленкой большой толщины (на «поршне»). Условие на движущейся линии смачивания пригодно для произвольных нестационарных задач для эволюционного уравнения, если поверхность достаточно хорошо смачивается жидкостью. Показано, что возможен пограничный слой на линии смачивания для уравнения нестационарной динамики сверхтонкой пленки с учетом капиллярных сил.

Определяются асимптотические решения нелинейных краевых задач для эволюционного уравнения. Решены задачи о движении линии смачивания в случае неподвижного поршня и полубесконечной пленки, установлена их аналогия. Получены автомодельные решения плоской и осесимметричной задач о поршне, найдены предельные законы растекания для больших расстояний. Решена неавтомодельная задача растекания при медленном движении поршня. Найдена асимптотическая формула, описывающая рас-

© O.B. Воинов, 1994

\*Работа депонирована в ВИНТИ 27.12.93, № 3197—В93.