

УДК 532.546

УПРУГИЙ РЕЖИМ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ К СКВАЖИНЕ ЧЕРЕЗ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНУЮ ЕЙ ТРЕЩИНУ, ОБРАЗОВАВШУЮСЯ ПРИ ГИДРОРАЗРЫВЕ ПЛАСТА

В. Ш. Шагапов*, З. М. Нагаева*,**, Е. П. Аносова**

* Институт механики им. Р. Р. Мавлютова Уфимского федерального
исследовательского центра РАН, 450054 Уфа, Россия

** Уфимский государственный нефтяной технический университет, 450062 Уфа, Россия

E-mails: Shagapov@rambler.ru, Nagaeva_Zilya@mail.ru, ae0809@mail.ru

Рассмотрена задача об отборе (или закачке) жидкости из пласта в скважину при наличии трещины гидроразрыва пласта, перпендикулярной стволу скважины, в режиме постоянного перепада давления между устьем и пластом. Получены аналитические решения, описывающие эволюцию давления в трещине и расхода флюида в скважину. С использованием метода последовательной смены стационарных состояний построены приближенные решения. Проведено сравнение точных и приближенных решений задач для определения полей давления в трещине и объемного расхода жидкости из скважины в трещину и показано, что они практически совпадают (относительное различие не превышает 1–2 %). При этом время расчета по приближенным решениям существенно уменьшается. Это способствует созданию эффективных алгоритмов расчета для переходных режимов функционирования скважины в пластах с осложненными коллекторскими характеристиками. Проанализировано влияние коллекторских характеристик пласта и трещины на эволюцию давления в трещине и расхода жидкости в скважину.

Ключевые слова: гидроразрыв пласта, трещина, нефтяная скважина, интегродифференциальное уравнение, аналитическое решение, распределение давления, расход жидкости.

DOI: 10.15372/PMTF20220411

Введение. В настоящее время гидроразрыв пластов (ГРП) является основным способом интенсификации отбора углеводородного сырья из низкопроницаемых пластов [1]. Целью проведения ГРП является увеличение площади контакта скважины и продуктивных участков пласта. Под большим давлением в пласт закачивается жидкость, в результате чего образуется трещина, которая заполняется пропантом.

Конфигурация трещин может быть различной и зависит от характеристик пласта, типа скважин, глубины расположения, объема и интенсивности нагнетания расклинивающей жидкости. Структура, размеры, расположение трещин гидроразрыва не могут быть определены точно ввиду недоступности газовых и нефтеносных пластов для визуального наблюдения. Поэтому для получения данных необходимо проводить теоретическое моделирование гидродинамических полей в призабойной зоне пластов, подверженных ГРП,

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 21-11-00207).

© Шагапов В. Ш., Нагаева З. М., Аносова Е. П., 2022

а также обработку косвенной информации об изменении давления в скважине, акустических сигналов в скважине и т. д.

Подробный обзор теоретических работ, в которых описаны процессы фильтрации в пласте с трещинами гидравлического разрыва и результаты применения ГРП на газовых и нефтяных месторождениях, приводится в [2].

В работе [3] предложено полуаналитическое решение задачи о нестационарной фильтрации нефти в неограниченном по длине и ширине пласте к скважине, пересеченной вертикальной трещиной гидроразрыва.

В [4] рассмотрены режимы течения жидкости в горизонтальных скважинах с несколькими трещинами, предложены методы определения свойств пласта и исследованы параметры, оказывающие влияние на продуктивность многопластовой горизонтальной скважины в плотном сланцевом пласте.

В работах [5–9] приведены результаты математического моделирования нестационарного притока флюида к скважине, находящейся в центре вертикальной трещины гидроразрыва. Найдены точные аналитические и приближенные решения, описывающие распределение давления в трещине и эволюцию расхода флюида при различных режимах работы скважины.

Изучение особенностей гидродинамических полей в системе трещин ГРП, перпендикулярных стволам скважин, наиболее актуально на горизонтальных участках скважин. В данной работе рассмотрен начальный этап фильтрационных процессов при скачкообразном повышении давления в забое на постоянную величину $\Delta P_{f(w)} = P_{f(w)} - P_0$ (P_0 , $P_{f(w)}$ — начальное давление в пласте и давление на забое скважины; нижние индексы f и p соответствуют значениям параметров в трещине и окружающем ее пласте; индекс “(w)” соответствует давлению в скважине, индекс “0” — начальным значениям параметров). Этот этап характеризуется тем, что возмущения давления в пластах вблизи соседних трещин ГРП, обусловленные повышением давления в скважине, слабо взаимодействуют. Кроме того, влияние дальней границы трещины на фильтрационные процессы в ней незначительно. Эти предположения позволяют принять краевые условия для давления в пласте и трещине: $P_f = P_p = P_0$ при $r \rightarrow \infty$, $y \rightarrow 0$, где r — радиальная координата; y — координата, отсчитываемая от внешней границы трещины. Результаты решения задачи в такой постановке могут быть использованы при гидродинамических испытаниях скважин (ГДИС) с целью определения коллекторских характеристик трещин ГРП по изменению расхода жидкости $q(t)$.

1. Основные уравнения. Пусть трещина в однородном пласте, созданная гидроразрывом пласта и представляющая собой область пористой проницаемой среды между двумя параллельными вертикальными плоскостями, расположена перпендикулярно горизонтальной цилиндрической скважине (рис. 1) [10]. В предположении, что течение жидкости в трещине является радиально-симметричным, запишем уравнение неразрывности для флюида в трещине в виде

$$\frac{\partial(m_f \rho_f)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho_f v_f)}{\partial r} = -2 \left. \frac{\rho_p v_p}{d_f} \right|_{y=0}, \quad a < r, \quad (1.1)$$

где m_i , ρ_i — пористость и плотность флюида; v_i — скорость фильтрации жидкости; a — радиус скважины; d_f — ширина трещины. Выражение в правой части уравнения (1.1) задает переток флюида из трещины в пласт. Для вычисления этого выражения необходимо также решить сопряженную фильтрационную задачу для пласта вне трещины, поэтому уравнение неразрывности в пористой среде представим в виде

$$\frac{\partial(m_p \rho_p)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_p v_p)}{\partial y} = 0, \quad 0 < y < \infty \quad (1.2)$$

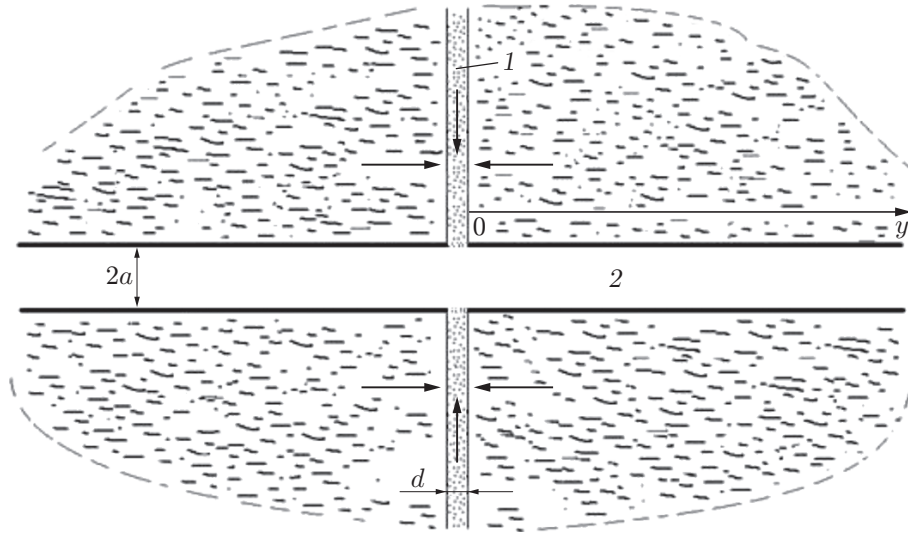


Рис. 1. Схема трещины ГРП (1), расположенной перпендикулярно скважине (2)

(начало оси Oy находится на стенке трещины). В силу симметрии достаточно рассматривать течение флюида с одной стороны трещины.

Для описания процесса фильтрации в трещине и пласте примем закон Дарси [11]

$$v_f = -\frac{k_f}{\mu} \frac{\partial P_f}{\partial r}, \quad a < r < \infty, \quad v_p = -\frac{k_p}{\mu} \frac{\partial P_p}{\partial y}, \quad a < r < \infty, \quad 0 < y < \infty \quad (1.3)$$

(k_i ($i = f, p$) — коэффициент проницаемости; μ — динамическая вязкость жидкости (флюида)). Сжимаемость жидкости будем учитывать в акустическом приближении

$$P_i - P_0 = C^2(\rho_i - \rho_0), \quad i = f, p, \quad (1.4)$$

где C — скорость звука для жидкости; индекс “0” для давления и плотности соответствует их невозмущенным значениям. Полагая флюид слабосжимаемым ($|\rho_i - \rho_0| \ll \rho_i \approx \rho_0$), уравнения (1.1), (1.2) с учетом (1.3), (1.4) запишем следующим образом:

$$\frac{\partial P_f}{\partial t} = \frac{\kappa_f}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_f}{\partial r} \right) + 2 \frac{m_p}{m_f} \frac{\kappa_p}{d_f} \left(\frac{\partial P_p}{\partial y} \right) \Big|_{y=0}, \quad a < r < \infty; \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial t} = \kappa_p \frac{\partial^2 P_p}{\partial y^2}, \quad a < r < \infty, \quad 0 < y < \infty; \quad (1.6)$$

$$\kappa_i = \frac{k_i \rho_0 C^2}{m_i \mu}, \quad i = f, p.$$

Заметим, что P_f является функцией переменных t, r , а P_p — функцией переменных t, r, y . Систему (1.5), (1.6) можно преобразовать к одному интегродифференциальному уравнению для P_f . Давление P_p на стенке трещины ($y = 0$) должно быть равно P_f :

$$P_p = P_f, \quad a < r < \infty, \quad y = 0.$$

Будем полагать, что в пористой среде давление является однородным и вдали от трещины равно P_0 :

$$P_p = P_0, \quad a < r < \infty, \quad y = \infty.$$

Согласно принципу Дюамеля [12] решение уравнения (1.6), удовлетворяющее начальному и граничному условиям

$$P_p = P_0, \quad t \leq t_0, \quad 0 < y < \infty, \quad P_p = P_f, \quad t > t_0, \quad y = 0, \quad (1.7)$$

можно записать в виде

$$P_p - P_0 = \int_{t_0}^t \frac{\partial u(y, t - \tau)}{\partial t} (P_f(\tau, r) - P_0) d\tau, \quad (1.8)$$

где

$$u(y, t - \tau) = 1 - \Phi\left(\frac{y}{2\sqrt{\kappa_p(t - \tau)}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{y/(2\sqrt{\kappa_p(t - \tau)})}^{+\infty} e^{-\alpha^2} d\alpha.$$

После несложных преобразований с учетом условий (1.7) решение (1.8) принимает вид

$$P_p - P_0 = \int_{t_0}^t \frac{\partial (P_f(\tau, r) - P_0)}{\partial \tau} u(y, t - \tau) d\tau. \quad (1.9)$$

Подставляя (1.9) в уравнение (1.5) и полагая $t_0 = -\infty$, получаем линейное интегродифференциальное уравнение для P_f :

$$\frac{\partial P_f}{\partial t} = \frac{\kappa_f}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial P_f}{\partial r} \right) - 2 \frac{m_p}{m_f} \frac{\kappa_p}{d_f} \int_{-\infty}^t \frac{\partial (P_f(\tau, r) - P_0)}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi \kappa_p(t - \tau)}}. \quad (1.10)$$

2. Фильтрация флюида из скважины в трещину при повышении давления.

Интегродифференциальное уравнение (1.10) для возмущения давления $\Delta P_f = P_f - P_0$ является линейным и может быть использовано для описания как процесса нагнетания жидкости из скважины в трещину, так и процесса фильтрации жидкости из пласта в трещину и далее в скважину при откачке (если $\Delta P_f = \Delta P_f(t, r)$ является решением уравнения (1.10), то $\Delta P'_f = -\Delta P_f(t, r)$ также будет его решением). Рассматривается случай $\Delta P_f > 0$, соответствующий процессу нагнетания флюида в пласт через трещину ГРП при скачкообразном повышении давления при $t = 0$ в скважине на величину $\Delta P_{f(w)}$ и поддержании этого значения в дальнейшем. Заметим, что на практике такой режим можно реализовать путем повышения уровня жидкости в устье скважины относительно уровня h_0 , соответствующего условию равновесия жидкости в системе скважина — трещина ГРП, на величину $\Delta h_{(w)}$, определяемую из выражения $\Delta P_{f(w)} = \rho_0 g \Delta h_{(w)}$ (g — ускорение свободного падения). В дальнейшем этот уровень $h_0 + \Delta h_{(w)}$ поддерживается путем подачи в скважину объема жидкости, который соответствует объему расхода флюида, нагнетаемого из скважины в трещину.

Используя уравнение (1.10) и пренебрегая, так же как в [8], упругостью флюида в трещине (полагая равной нулю левую часть этого уравнения), рассмотрим радиальный режим фильтрации в трещине. Пусть в исходном состоянии ($t < 0$) флюид в трещине и окружающей ее пористой среде находится в состоянии равновесия ($v_i = 0$, $P_i = P_0$, $i = f, p$), в момент времени $t = 0$ давление в скважине $P_{f(w)}$ изменяется на величину $\Delta P_{f(w)}$ и далее поддерживается постоянным ($P_{f(w)} = P_0 + \Delta P_{f(w)} = \text{const}$). С учетом указанных допущений уравнение (1.10) и система начальных и граничных условий для него принимают вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Delta P_f}{\partial r} \right) = \frac{2}{d_f} \frac{m_p}{m_f} \frac{\kappa_p}{\kappa_f} \int_0^t \frac{\partial \Delta P_f}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi \kappa_p(t - \tau)}}, \quad a < r < \infty; \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \Delta P_f &= 0, & t \leq 0, & \quad r > a; \\ \Delta P_f &= \Delta P_{f(w)}, & t > 0, & \quad r = a, \quad \Delta P_f = P_f - P_0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Используя преобразование Лапласа [13]

$$\Delta \bar{P}_f = \int_0^\infty e^{-\lambda t} \Delta P_f dt,$$

из уравнения (2.1) с учетом (2.2) получаем для $\Delta \bar{P}_f$ обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d \Delta \bar{P}_f}{dr} \right) = A \sqrt{\lambda} \Delta \bar{P}_f, \quad A = \frac{2}{d_f} \frac{m_p}{m_f} \frac{\sqrt{\varkappa_p}}{\varkappa_f}. \quad (2.3)$$

Решение уравнения (2.3) имеет вид

$$\Delta \bar{P}_f(\lambda, r) = C_1 I_0(\sqrt{A\sqrt{\lambda}} r) + C_2 K_0(\sqrt{A\sqrt{\lambda}} r), \quad (2.4)$$

где $I_0(z)$, $K_0(z)$ — модифицированные функции Бесселя нулевого порядка первого и второго рода соответственно [14]. Учитывая ограниченность ΔP_f на бесконечности, имеем $C_1 = 0$. Следовательно, $C_2 = \Delta \bar{P}_f / K_0(\sqrt{A\sqrt{\lambda}} a)$. Тогда с учетом значений C_1 и C_2 решение (2.4) принимает вид

$$\Delta \bar{P}_f = \frac{\Delta P_{f(w)}}{\lambda} \frac{K_0(\sqrt{A\sqrt{\lambda}} r)}{K_0(\sqrt{A\sqrt{\lambda}} a)}, \quad a < r < \infty.$$

Для определения самой функции используем формулу обращения Меллина (формулу обратного преобразования Лапласа)

$$P(t, r) = \frac{1}{2\pi i} \int_l \bar{P}(\lambda; r) e^{\lambda t} d\lambda.$$

Тогда искомое решение принимает вид

$$\Delta P_f(t, r) = \frac{\Delta P_{f(w)}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{K_0(\sqrt{A\sqrt{\lambda}} r)}{K_0(\sqrt{A\sqrt{\lambda}} a)} \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} d\lambda, \quad a < r < \infty. \quad (2.5)$$

Подынтегральная функция в (2.5) является однозначной и аналитической в плоскости с разрезом вдоль отрицательной части действительной оси. Согласно теореме Коши интегрирование вдоль прямой $(\gamma - i\sigma; \gamma + i\sigma)$ можно заменить интегрированием вдоль любой кривой, которая оканчивается точками $\gamma \pm i\sigma$ и не пересекает разрез. В частности, целесообразно использовать контур [13], показанный на рис. 2. Интеграл в соотношении (2.5) можно заменить суммой интегралов

$$\int_{\gamma-i\sigma}^{\gamma+i\sigma} = \int_{AC} + \int_{CD} + \int_{DE} + \int_{EF} + \int_{FB}.$$

Функция $K_0(z)$ при $z \rightarrow 0$ эквивалентна $\ln(1/z)$, поэтому интеграл по малой окружности DE в пределе при $r \rightarrow 0$ равен $2\pi i$.

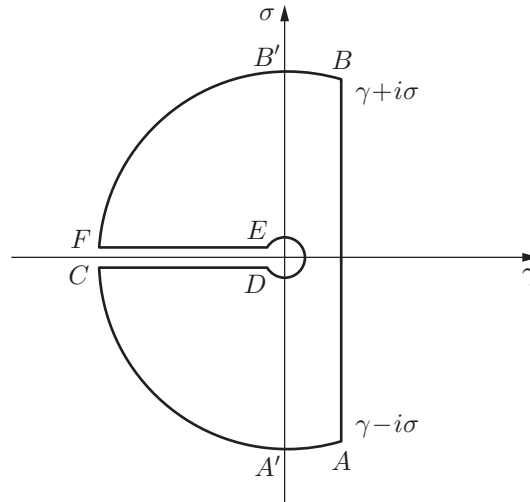


Рис. 2. Контур интегрирования

Интегралы по отрезкам EF , CD соответственно равны

$$\int_{EF} \frac{K_0(\sqrt{A\sqrt{\lambda}}r)}{K_0(\sqrt{A\sqrt{\lambda}}a)} \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} d\lambda = 4 \int_0^{+\infty} \frac{K_0(e^{i\pi/4}ru) e^{-u^4 t/A^2}}{K_0(e^{i\pi/4}au)u} du,$$

$$\int_{CD} \frac{K_0(\sqrt{A\sqrt{\lambda}}r)}{K_0(\sqrt{A\sqrt{\lambda}}a)} \frac{e^{\lambda t}}{\lambda} d\lambda = -4 \int_0^{+\infty} \frac{K_0(e^{-i\pi/4}ru) e^{-u^4 t/A^2}}{K_0(e^{-i\pi/4}au)u} du.$$

Интегралы вдоль дуг AC и FB при $R \rightarrow \infty$ стремятся к нулю. В итоге решение (2.5) можно записать в виде

$$\Delta P_f = \Delta P_{f(w)} \left[1 + \frac{2}{\pi i} \int_0^{+\infty} \left(\frac{K_0(e^{i\pi/4}ru)}{K_0(e^{i\pi/4}au)} - \frac{K_0(e^{-i\pi/4}ru)}{K_0(e^{-i\pi/4}au)} \right) \frac{e^{-u^4 t/A^2}}{u} du \right]. \quad (2.6)$$

Решение (2.6) описывает эволюцию распределения давления в трещине.

Используя решение (2.6), для расхода жидкости в скважине через трещину

$$q = -2\pi a d_f \frac{k_f}{\mu} \left(\frac{\partial \Delta P_f}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} \quad (2.7)$$

получаем

$$q = -4i a d_f \frac{k_f}{\mu} \Delta P_{f(w)} \int_0^{+\infty} \left(\frac{K_1(e^{i\pi/4}au)}{K_0(e^{i\pi/4}au)} e^{i\pi/4} - \frac{K_1(e^{-i\pi/4}au)}{K_0(e^{-i\pi/4}au)} e^{-i\pi/4} \right) e^{-u^4 t/A^2} du,$$

где $K_1(z) = -K'_0(z)$ — модифицированная функция Бесселя второго рода первого порядка.

3. Приближенное решение методом последовательной смены стационарных состояний. Пусть в исходном состоянии ($t < 0$) флюид в трещине и окружающей ее пористой среде находится в равновесии ($v_i = 0$, $P_i = P_0$, $i = f, p$) и в момент времени $t = 0$ давление в скважине $P_{f(w)}$ скачкообразно изменяется на величину $\Delta P_{f(w)}$ и далее поддерживается постоянным ($P_{f(w)} = P_0 + \Delta P_{f(w)} = \text{const}$).

Используя метод последовательной смены стационарных состояний (ПССС), предложенный И. А. Чарным [15], для распределения давления в пласте вблизи трещины гидроразрыва при скачкообразном изменении давления в момент времени $t = 0$ на величину $\Delta P_f = P_f - P_0$ можно записать

$$P_p = -\Delta P_f \frac{y}{l_p} + P_f, \quad l_p = \sqrt{2\kappa_p t}, \quad 0 < y < l_p. \quad (3.1)$$

Из выражения (3.1) следует

$$\frac{\partial P_p}{\partial y} = -\Delta P_f \frac{1}{\sqrt{2\kappa_p t}}. \quad (3.2)$$

Подставляя (3.2) в (1.5) и учитывая изложенное выше допущение относительно левой части этого уравнения (1.5), получаем

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Delta P_f}{\partial r} \right) - \frac{A}{\sqrt{2t}} \Delta P_f = 0. \quad (3.3)$$

Общее решение уравнения (3.3) имеет вид

$$\Delta P_f(r, t) = C_1 I_0(\sqrt{A/\sqrt{2t}} r) + C_2 K_0(\sqrt{A/\sqrt{2t}} r).$$

Функция $\Delta P_f(r, t)$ ограничена при $r \rightarrow \infty$, следовательно, $C_1 = 0$,

$$C_2 = \Delta P_{f(w)} / K_0(\sqrt{A/\sqrt{2t}} a).$$

Тогда решение уравнения (3.3) принимает вид

$$\Delta P_f = \Delta P_{f(w)} \frac{K_0(\sqrt{A/\sqrt{2t}} r)}{K_0(\sqrt{A/\sqrt{2t}} a)}. \quad (3.4)$$

Используя выражение (2.7), из решения (3.4) получаем формулу для расхода жидкости

$$q = -2\pi a d_f \frac{k_f}{\mu} \Delta P_{f(w)} \sqrt{\frac{A}{\sqrt{2t}}} \frac{K_1(a\sqrt{A/\sqrt{2t}})}{K_0(a\sqrt{A/\sqrt{2t}})}.$$

4. Решение для случая отсутствия трещин ГРП. Для проведения анализа эффективности трещин ГРП приведем решение рассмотренной задачи для скважины с открытым участком протяженностью l_p , где трещины ГРП отсутствуют. Для этого основные уравнения фильтрации плоскорадиальной задачи для открытого участка запишем в виде

$$\frac{\partial \Delta P_p}{\partial t} = \frac{\kappa_p}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Delta P_p}{\partial r} \right), \quad v_p = -\frac{k_p}{\mu} \frac{\partial \Delta P_p}{\partial y}, \quad a < r < \infty, \quad (4.1)$$

а краевые условия — в виде

$$\Delta P_p = 0, \quad t \leq 0, \quad a < r, \quad \Delta P_p = \Delta P_{p(w)}, \quad t > 0, \quad r = a.$$

Задача (4.1) также решается с помощью преобразования Лапласа. Проведя преобразования, аналогичные выполненным в п. 2, получаем

$$\Delta P_p(t, r) = \Delta P_{p(w)} \left[1 + \frac{2}{\pi i} \int_0^{+\infty} \left(\frac{K_0(e^{i\pi/2} r u^2)}{K_0(e^{i\pi/2} a u^2)} - \frac{K_0(e^{-i\pi/2} r u^2)}{K_0(e^{-i\pi/2} a u^2)} \right) \frac{e^{-u^4 \kappa_p t}}{u} du \right]. \quad (4.2)$$

Используя решение (4.2), для расхода жидкости через открытый участок скважины протяженностью l_p

$$q = 2\pi a l_p \frac{k_p}{\mu} \left(\frac{\partial \Delta P_p}{\partial r} \right) \Big|_{r=a}$$

можно получить

$$q = -4a l_p \frac{k_f}{\mu} \Delta P_{f(w)} \int_0^{+\infty} \left(\frac{K_1(e^{i\pi/2} au^2)}{K_0(e^{i\pi/2} au^2)} + \frac{K_1(e^{-i\pi/2} au^2)}{K_0(e^{-i\pi/2} au^2)} \right) e^{-u^4} \chi_{pt} u du.$$

5. Результаты расчетов. Для параметров, определяющих свойства пористого пласта, флюида, трещины и протяженности открытого участка скважины, приняты следующие значения: $m_p = m_f = 10^{-1}$, $k_f = 10^{-10}$ м², $\rho_0 = 860$ кг/м³, $C = 1,5 \cdot 10^3$ м/с, $\mu = 10^{-2}$ Па·с, $a = 10^{-1}$ м, $d_f = 3 \cdot 10^{-3}$ м, $l_p = 10$ м, $\Delta P_{f(w)} = 5$ МПа.

На рис. 3 представлены распределения давления в трещине, построенные по точным и приближенным решениям соответственно, а также распределение давления в пласте в отсутствие трещины при проницаемости пласта, равной $k_p = 10^{-15}$ м².

На рис. 4 показано влияние проницаемости пласта на распределение давления в трещине и пласте в случае отсутствия трещины ГРП в момент времени $t = 10^5$ с. Видно, что кривые, соответствующие точному и приближенному решениям, расположены достаточно близко, особенно на участках вблизи скважины ($r \leq 10$ м), где относительное различие решений не превышает 2–3 %. Кроме того, при увеличении проницаемости

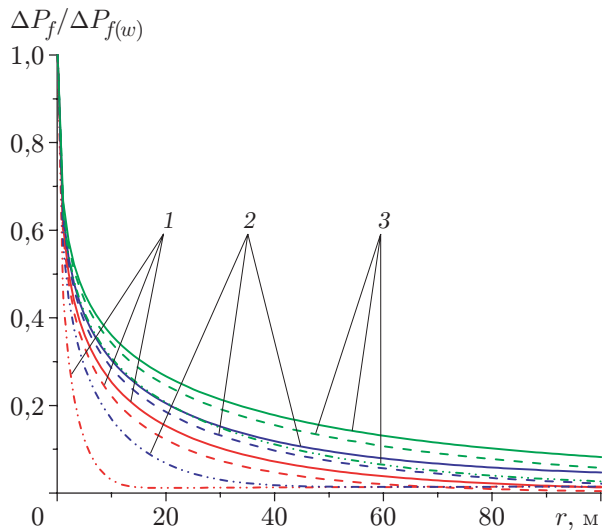


Рис. 3

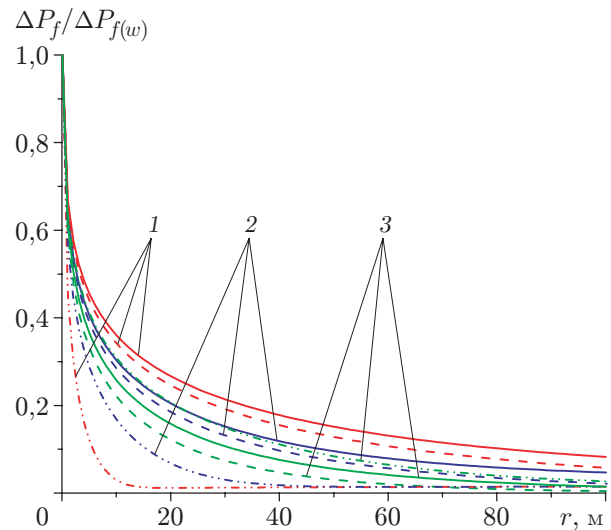


Рис. 4

Рис. 3. Распределение давления в трещине (сплошные и штриховые линии) и в пласте при отсутствии трещины ГРП (штрихпунктирные линии) при $k_p = 10^{-15}$ м² в различные моменты времени:

1 — $t = 10^4$ с, 2 — $t = 10^5$ с, 3 — $t = 10^6$ с; сплошные линии — точное решение, штриховые — приближенное решение

Рис. 4. Распределения давления в трещине (сплошные и штриховые линии) и в пласте при отсутствии трещины ГРП (штрихпунктирные линии) при $t = 10^5$ с и различных значениях коэффициента проницаемости пласта:

1 — $k_p = 10^{-16}$ м², 2 — $k_p = 10^{-15}$ м², 3 — $k_p = 10^{-14}$ м²; сплошные линии — точное решение, штриховые — приближенное решение

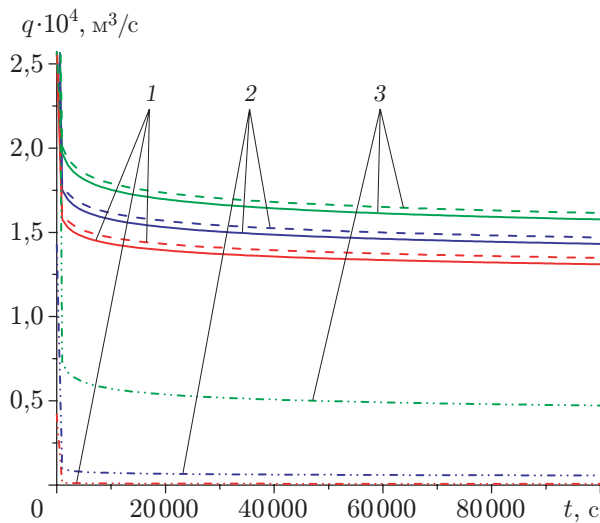


Рис. 5

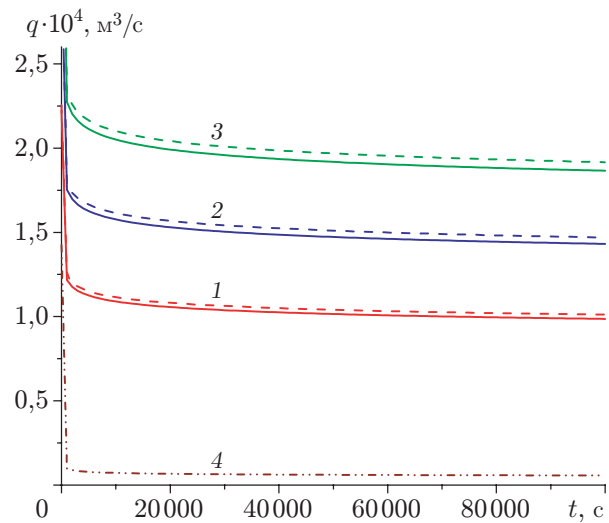


Рис. 6

Рис. 5. Зависимость дебита скважины от времени при различных значениях коэффициента проницаемости пласта (обозначения те же, что на рис. 4)

Рис. 6. Зависимость дебита скважины q от времени t при различных значениях ширины трещины:

1 — $d_f = 2 \cdot 10^{-3}$ м, 2 — $d_f = 3 \cdot 10^{-3}$ м, 3 — $d_f = 4 \cdot 10^{-3}$ м, 4 — $d_f = 0$ (отсутствие трещины ГРП); сплошные линии — точное решение, штриховые — приближенное решение

пласта k_p скорость распространения фильтрационной волны давления уменьшается. Из рис. 4 следует, что при проницаемости $k_p = 10^{-16}$ м² значение давления P_f^* , при котором $\Delta P_f^* / \Delta P_{f(w)} \approx 0,2$ ($\Delta P_f^* = P_f^* - P_0$), за время $\Delta t = 10^5$ с переместилось на расстояние $r \approx 40$ м, а при $k_p = 10^{-14}$ м² — на расстояние $r < 20$ м. Это свидетельствует о повышении эффективности ГРП при малых значениях проницаемости пласта, поскольку в этом случае существенно увеличивается объем пласта, охваченного депрессией.

На рис. 5 показано влияние проницаемости пласта на эволюцию расхода жидкости при $d_f = 3 \cdot 10^{-3}$ м. Видно, что в начальный период времени $t \approx 10^4$ с наблюдается существенное уменьшение дебита, а в дальнейшем дебит уменьшается более медленно. Заметим также, что при наличии трещины ГРП изменение проницаемости пласта не оказывает значительного влияния на дебит скважины. Увеличение проницаемости даже на два порядка (от значения $k_p = 10^{-16}$ м² до значения $k_p = 10^{-14}$ м²) приводит к увеличению дебита приблизительно на 25 %. При отсутствии трещины ГРП и значении коэффициента проницаемости пласта $k_p = 10^{-14}$ м² дебит скважины приблизительно в три раза меньше, чем при наличии трещины.

На рис. 6 показано влияние ширины трещины ГРП на дебит скважины при $k_p = 10^{-15}$ м². Для сравнения показана зависимость $q(t)$ для случая отсутствия трещины. Видно, что дебит жидкости через трещину ГРП увеличивается пропорционально ее ширине (увеличение ширины трещины с $d_f = 2$ мм до $d_f = 4$ мм приводит к увеличению дебита в два раза). Следовательно, дебит жидкости лимитируется пропускной способностью трещины. При отсутствии трещины ГРП дебит скважины приблизительно в 10 раз меньше, чем при наличии трещины шириной 2 мм.

Заключение. В работе получены точные и приближенные решения, описывающие эволюцию давления в трещине ГРП и расхода жидкости из трещины в пласт при заданных значениях давления в скважине и позволяющие оценить целесообразность проведения ГРП при различных коллекторских характеристиках пласта.

Показано, что использование при решении практических задач достаточно простых приближенных аналитических решений, построенных с помощью метода ПССС, позволяет существенно сократить время расчета. Это способствует созданию эффективных алгоритмов счета для переходных режимов функционирования скважины в пластах с осложненными коллекторскими характеристиками, например вследствие наличия трещин ГРП.

Предложенный в работе метод может быть использован при интерпретации данных гидродинамических испытаний скважин для анализа результатов проведенного ГРП.

Рассмотренная постановка задачи описывает начальный этап эксплуатации скважины, когда на эволюцию возмущения давления, распространяющегося от скважины в пластах и в трещинах ГРП, условия на границах пластов и трещины оказывают незначительное влияние.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Экономидес М.** Унифицированный дизайн гидроразрыва пласта: от теории к практике / М. Экономидес, Р. Олини, П. Валько. М.; Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2007.
2. **Каневская Р. Д.** Математическое моделирование разработки месторождений нефти и газа с применением гидравлического разрыва пласта. М.: Недра, 1999.
3. **Cinco-Ley H., Samaniego V. F., Dominguez A. N.** Transient pressure behavior for a well with a finite-conductivity vertical fracture // Soc. Petroleum. Engrs. J. 1978. V. 18, N 4. P. 253–264.
4. **Apte S. S., Lee W. J.** Elliptical flow regimes in horizontal wells with multiple hydraulic fractures // Proc. of the SPE Hydraulic fracturing technology conf. and exhibit., Woodlands (USA), 24–26 Jan. 2017. S. 1.: OnePetro, 2017. P. 1–10.
5. **Хабибуллин И. Л., Хисамов А. А.** Моделирование нестационарной фильтрации вокруг скважины с вертикальной трещиной гидроразрыва // Вестн. Башкир. ун-та. 2017. Т. 22, № 2. С. 309–314.
6. **Хабибуллин И. Л., Хисамов А. А.** Нестационарная фильтрация в пласте с трещиной гидроразрыва // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2019. № 5. С. 6–14.
7. **Шагапов В. Ш., Нагаева З. М.** К теории фильтрационных волн давления в трещине, находящейся в пористой проницаемой среде // ПМТФ. 2017. Т. 58, № 5. С. 121–130.
8. **Нагаева З. М., Шагапов В. Ш.** Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте // Прикл. математика и механика. 2017. Т. 81, № 3. С. 319–329.
9. **Шагапов В. Ш., Нагаева З. М.** Приближенное решение задачи об упругом режиме фильтрации в трещине, находящейся в нефтяном пласте // Инж.-физ. журн. 2020. Т. 93, № 1. С. 206–215.
10. **Шагапов В. Ш., Аносова Е. П., Нагаева З. М.** О динамике гармонических фильтрационных волн в гидроразрывной трещине, расположенной перпендикулярно к скважине // Акуст. журн. 2020. Т. 66, вып. 6. С. 669–674.
11. **Нигматуллин Р. И.** Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1.
12. **Тихонов А. Н.** Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. Н. Самарский. М.: Наука, 1972.

13. **Диткин В. А.** Операционное исчисление / В. А. Диткин, А. П. Прудников. М.: Высш. шк., 1975.
14. **Зайцев В. Ф.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / В. Ф. Зайцев, А. Д. Полянин. М.: Физматлит, 2001.
15. **Чарный И. А.** Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат, 1963.

*Поступила в редакцию 5/VII 2021 г.,
после доработки — 28/X 2021 г.
Принята к публикации 29/XI 2021 г.*
