

**ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ЛИНИИ  
РАСТЕКАНИЯ ПРИ КОНИЧЕСКОМ ВНЕШНЕМ ТЕЧЕНИИ ПРИ ОТСУТСТВИИ  
И НАЛИЧИИ ВДУВА (ОТСОСА) ОДНОРОДНОГО ГАЗА**

*В. А. Башкин (Москва)*

Теоретическое исследование пространственного ламинарного пограничного слоя представляет сложную проблему, однако в некоторых частных случаях она может быть значительно упрощена и даже сведена к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Одним из таких частных случаев является течение сжимаемого газа в пространственном ламинарном пограничном слое на линиях растекания при коническом внешнем течении. Этот случай имеет и большое практическое значение, поскольку на этих линиях местные тепловые потоки могут достигать своих экстремальных значений.

Течение сжимаемого газа в пространственном ламинарном пограничном слое на линиях растекания было исследовано в работах [1-4]. Для решения задачи в работе [1] предложен приближенный метод, основанный на использовании интегральных соотношений и специального вида аппроксимирующих функций. В работах [2,3] получено численное решение системы уравнений, описывающей течение сжимаемого газа в ламинарном пространственном пограничном слое на линии растекания бесконечного скользящего цилиндра. При решении в работах [1-3] предполагалось, что число Прандтля и удельные теплоемкости газа постоянны, а динамический коэффициент вязкости газа пропорционален температуре. В работе [4] была исследована теплопередача в окрестности линии растекания скользящего бесконечного цилиндра, обтекаемого потоком диссоциированного воздуха.

Ниже приведены результаты численного интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающей течение сжимаемого газа в ламинарном пограничном слое на линиях растекания при коническом внешнем течении при отсутствии и наличии вдува и отсоса однородного газа. При этом предполагалось, что газ — совершенный, а динамический коэффициент вязкости изменяется в зависимости от температуры по степенному закону.

1. Система дифференциальных уравнений, описывающая течение сжимаемого газа в пространственном ламинарном пограничном слое, была получена В. В. Струминским [5]; для частного случая течения газа в пограничном слое на линии растекания при коническом внешнем потоке она приведена в работе [1].

Если воспользоваться системой координат  $r, \theta, z$  (где  $r$  — расстояние вдоль поверхности тела от центра коничности до рассматриваемой точки,  $\theta$  — полярный угол (треугольное крыло) или угол между меридиональными плоскостями (острый круговой и эллиптический конус),  $z$  — координата, перпендикулярная поверхности тела), то для конических тел коэффициенты Ламе имеют следующий вид:

$$h_1 = 1, \quad h_2 = \psi(\theta) r, \quad h_3 = 1 \quad (1.1)$$

Здесь  $\psi(\theta)$  — некоторая функция, вид которой определяется геометрией тела.

Если перейти к переменным Крокко и ввести безразмерные величины по соотношениям:

$$\tau_1 = \rho_e u_e^2 (1 + \alpha_1)^{0.5} R_r^{-0.5} Z(u_1), \quad v = v_e v_1, \quad u = u_e u_1$$

$$H = H_e H_1, \quad \rho = \rho_e \rho_1, \quad \mu = \mu_e \mu_1, \quad R_r = \rho_e u_e r / \mu_e \quad (1.)$$

$$\alpha_0 = \frac{u_e^2}{2H_e}, \quad \alpha_1 = \frac{1}{u_e \psi^2} \left. \frac{\partial v_e}{\partial \theta} \right|_{\theta=0}, \quad \alpha_2 = \frac{w_w \rho_w}{u_e \rho_e} \left( \frac{R_r}{1 + \alpha_1} \right)^{0.5}$$

то для определения искомых функций  $Z(u_1)$ ,  $v_1(u_1)$ ,  $H_1(u_1)$  на линии растекания при коническом внешнем течении и наличии вдува (отсоса) однородного газа при температуре поверхности тела получим систему уравнений

$$Z'' + \frac{1.5u_1 + \alpha_1 v_1}{1 + \alpha_1} \frac{\rho_1 \mu_1}{Z} = 0, \quad v_1'' - \left\{ \frac{(u_1 + \alpha_1 v_1) v_1}{1 + \alpha_1} - \frac{1}{\rho_1} \right\} \frac{\rho_1 \mu_1}{Z^2} = 0 \quad (1.3)$$

$$H_1'' + (1 - P) H_1' Z' / Z = 2\alpha_0 (1 - P) (1 + u_1 Z' / Z)$$

с граничными условиями

$$Z'(0) = \alpha_2, \quad v_1(0) = 0, \quad H_1(0) = H_{1w} = \text{const}$$

$$Z(1) = 0, \quad v_1(1) = H_1(1) = 1 \quad (1.4)$$

В (1.2) — (1.4) введены обозначения:  $\rho$  — плотность газа,  $H$  — полная энтальпия (теплосодержание) газа,  $\mu$  — динамический коэффициент вязкости газа;  $u$  и  $v$  — компоненты вектора скорости в продольном и поперечном направлениях;  $\tau_1$  и  $\tau_2$  — компоненты напряжения трения в продольном и поперечном направлениях;  $P$  — число Прандтля;  $R$  — число Рейнольдса, вычисленное по параметрам потока на внешней границе пограничного слоя и координате  $r$ ;  $w_w$  — скорость вдува (отсоса) однородного газа; индекс  $e$  характеризует параметры потока на внешней границе пограничного слоя, индекс  $w$  — на поверхности тела; индекс 1 обозначает безразмерную величину, отнесенную к ее значению на внешней границе пограничного слоя.

Если решение системы уравнений (1.3) известно, то компоненты местного напряжения трения и местный поток тепла вычисляются по формулам

$$\begin{aligned}\tau_{1w} &= 0.5 \rho_e u_e^2 c_{f1} = \rho_e u_e^2 (1 + \alpha_1)^{0.5} R_r^{-0.5} Z(0) \\ \tau_{2w} &= 0.5 \rho_e u_e v_e c_{f2} = 0.5 \rho_e u_e v_e c_{f1} v_1'(0) \\ q_w &= \rho_e u_e H_e (1 + \alpha_1)^{0.5} R_r^{-0.5} Z(0) H_1'(0) P^{-1}\end{aligned}\quad (1.5)$$

Система дифференциальных уравнений (1.3) с граничными условиями (1.4) была численно проинтегрирована методом Рунге—Кутты по формулам второго порядка. Шаг интегрирования был постоянен и равен  $\Delta u_1 = 0.01$ . Решение системы уравнений определялось методом последовательных приближений; граничные условия при  $u_1 = 1$  выполнялись с точностью  $\varepsilon = 10^{-5}$ . Итерационный процесс контролировался по значениям функций  $Z(0)$ ,  $v_1'(0)$ ,  $H_1'(0)$ ; когда различие между значениями этих функций двух последовательных приближений становилось меньше заданной величины  $\varepsilon = 10^{-4}$ , то расчет прекращался и данные выводились на печать.

Расчеты были проведены для следующего диапазона изменения характеристических параметров:  $0 \leq \alpha_0 \leq 0.96$  ( $0 \leq M_e \leq 11$ ),  $0 \leq \alpha_1 \leq \infty$ ,  $-1 \leq \alpha_2 \leq +1$ ,  $0.05 \leq H_{1w} \leq 1$ . При этом под значением  $\alpha_1 = \infty$  принималась величина, равная  $10^6$ , что позволило рассчитать этот случай без изменения программы.

При расчетах предполагалось, что газ — совершенный, число Прандтля постоянно и равно 0.7, показатель адиабаты  $\kappa = 1.4$ , а динамический коэффициент вязкости в зависимости от температуры изменяется по степенному закону:  $\mu \sim T^{0.76}$ .

2. Анализ результатов расчетов начнем с рассмотрения случая, когда на поверхности тела отсутствует вдув (отсос) однородного газа ( $\alpha_2 = 0$ ).

Для анализа профилей приведем функцию  $Z(u_1)$  к нормальному виду путем деления на ее значение на поверхности тела. Тогда функции  $Z(u_1)/Z(0)$ ,  $v_1(u_1)$ ,  $H_1(u_1)$  на внешней и внутренней границах ламинарного пограничного слоя принимают значения, не зависящие от характеристических параметров.

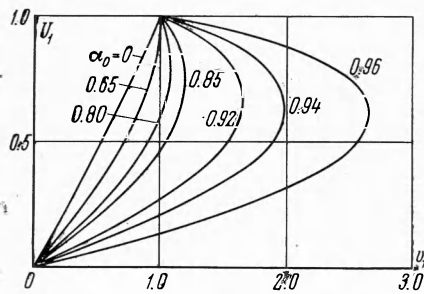
Расчеты показали, что изменение параметра  $\alpha_1$  сравнительно слабо влияет на профили функций  $Z(u_1)/Z(0)$  и  $H_1(u_1)$ ; деформация этих профилей при изменении параметров  $\alpha_0$  и  $H_{1w}$  имеет такой же характер, как и в случае плоского или осесимметричного пограничного слоя при нулевом градиенте давления.

На фиг. 1 показано развитие профиля скорости вторичного течения в зависимости от параметра  $\alpha_0$  при  $\alpha_1 = 0$  и  $H_{1w} = 0.05$ . При малых значениях  $\alpha_0$  (малые числа  $M$  потока) профиль скорости является монотонным. По мере увеличения  $\alpha_0$  он становится все более наполненным, и при  $\alpha_0 \geq 0.7$  величина скорости вторичного течения внутри пограничного слоя превышает значение на его внешней границе.

Увеличение температурного фактора  $H_{1w}$  приводит к усилению вторичного течения. Влияние температурного фактора тем сильнее, чем больше величина  $\alpha_0$ .

Такой характер изменения профиля скорости вторичного течения в зависимости от  $\alpha_0$  и  $H_{1w}$  понятен физически, поскольку вторичное течение в пограничном слое обусловлено нарушением равновесия между силами давления и центробежными силами, которое существует во внешнем потоке. Чем больше величина скорости внешнего потока, тем больше получается дисбаланс этих сил и тем более сильно выражено вторичное течение. На фиг. 2 показано влияние параметра  $\alpha_1$  на профиль скорости вторичного течения при  $H_{1w} = 0.05$  и  $\alpha_0 = 0$  и 0.92 (сплошные кривые соответствуют параметру  $\alpha_1 = 0$ , пунктирные —  $\alpha_1 = \infty$ ).

При малых значениях  $\alpha_0$  величина параметра  $\alpha_1$  практически не влияет на профиль скорости вторичного течения; по мере увеличения  $\alpha_0$  его влияние становится все бо-



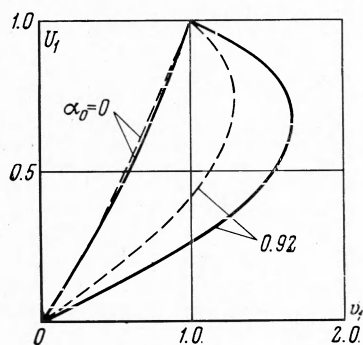
Фиг. 1

лее заметным. При фиксированном значении  $\alpha_0$  вторичное течение наиболее сильно выражено при  $\alpha_1 = 0$ , и его интенсивность уменьшается при увеличении  $\alpha_1$ .

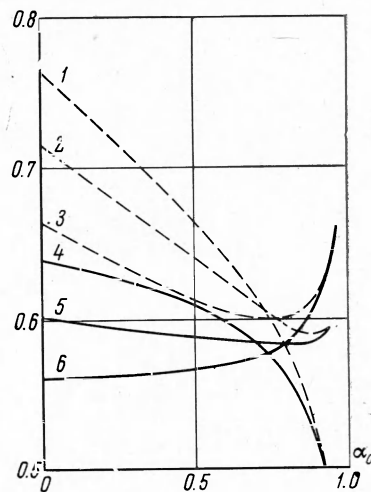
Такой характер изменения профиля скорости вторичного течения в зависимости от параметра  $\alpha_1$  объясняется следующим. При  $\alpha_1 = 0$  в пограничном слое в полной мере проявляются особенности пространственного течения, а именно: явление растекания и вторичное течение. В этом случае интенсивность вторичного течения является максимальной при заданном значении  $\alpha_0$ . При  $\alpha_1 = \infty$  течение в пограничном слое вырождено: в нем отсутствует явление растекания. Вследствие этого вторичное течение будет более слабым, чем при  $\alpha_1 = 0$ , а при изменении параметра  $\alpha_1$  от 0 до  $\infty$  происходит постепенное уменьшение интенсивности вторичного течения.

Полученная картина поведения профилей функций в количественном и качественном отношении хорошо согласуется с результатами численного интегрирования, приведенными в работах [2,3] для бесконечного скользящего цилиндра.

Для расчета коэффициентов сопротивления трения и теплопередачи необходимо иметь данные по изменению величин  $Z(0)$ ,  $H'_{1w}$  и  $v'_1(0)$  в зависимости от характеристических параметров  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  и  $H_{1w}$ .



Фиг. 2



Фиг. 3

В качестве примера на фиг. 3 показано изменение величины  $Z(0)$  в зависимости от  $\alpha_0$  при фиксированных значениях  $\alpha_1$  и  $H_{1w} = 0.05$  (сплошные кривые: 4 —  $\alpha_1 = 0$ , 5 —  $\alpha_1 = 1$ , 6 —  $\alpha_1 = \infty$ ). При наличии сильного теплообмена величина  $Z(0)$  при  $\alpha_0 = 0$  уменьшается, а при  $\alpha_0 = 0.96$  — увеличивается по мере возрастания  $\alpha_1$ .

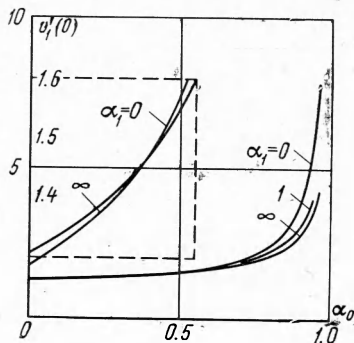
Такой характер поведения функции  $Z(0)$  связан с тем, что случай  $\alpha_1 = 0$  соответствует обтеканию острого кругового конуса при нулевом угле атаки, а случай  $\alpha_1 = \infty$  — обтеканию бесконечного цилиндра со скольжением. На остром круговом конусе увеличение параметра  $\alpha_0$  (увеличение местного числа  $M$  потока) приводит к уменьшению коэффициента сопротивления трения. Следовательно, при  $\alpha_1 = 0$  увеличение параметра  $\alpha_0$  вызывает уменьшение величины  $Z(0)$ . Известно, что при наличии сильного теплообмена значение функции  $Z(0)$  в окрестности плоской критической точки ( $\alpha_0 = 0$ ) близко к значению этой функции для плоской пластины и меньше, чем для конуса, где течение носит пространственный характер (эффект растекания). Таким образом, при  $\alpha_0 \approx 0$  увеличение параметра  $\alpha_1$  вызывает ослабление эффекта растекания и уменьшение функции  $Z(0)$ . Увеличение параметра  $\alpha_0$  при  $\alpha_1 > 0$  приводит к усилению вторичного течения, что связано с увеличением функции  $Z(0)$ . При некотором значении  $\alpha_0$  этот прирост перекрывает уменьшение функции  $Z(0)$  вследствие уменьшения эффекта растекания, и при достаточно больших значениях  $\alpha_0$  функция  $Z(0)$  начинает возрастать по мере увеличения параметра  $\alpha_1$ . Далее следует отметить, что при уменьшении теплообмена (увеличении  $H_{1w}$ ) граница смены зависимостей перемещается влево, и, начиная с некоторого значения  $H_{1w}$ , величина  $Z(0)$  всегда будет возрастать при увеличении параметра  $\alpha_1$ .

Расчеты показали, что величина  $H_{1w}'$  очень слабо зависит от параметра  $\alpha_1$  (отклонение от среднего значения не превышает  $\pm 0.5\%$ ), а ее изменение по  $\alpha_0$  очень близко к линейной зависимости.

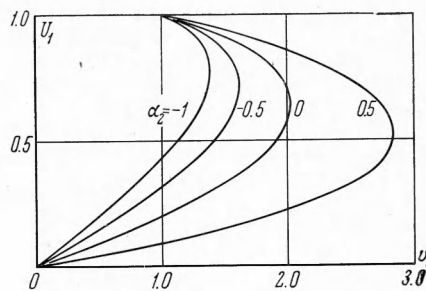
Приведенные на фиг. 4 зависимости показывают, что при малых значениях  $\alpha_0$  изменение параметра  $\alpha_1$  оказывает очень слабое влияние на величину производной  $v'_1(0)$ . Оно становится заметным лишь при  $\alpha_0 > 0.6$ . Характер поведения при  $\alpha_0 > 0.4$  был объяснен выше при анализе профиля скорости и связан с уменьшением явления растекания при увеличении  $\alpha_1$  для фиксированного значения  $\alpha_0$ . Отклонение от этой зависимости при малых  $\alpha_0$  связано с тем, что вблизи внешней границы погранич-

ного слоя вторая производная  $v_1''(u_1) > 0$ , в то время как при  $\alpha_0 > 0.4$  она всюду отрицательна. Это отклонение обусловлено влиянием числа Прандтля  $P$ : при числе Прандтля  $P = 1$  значения  $v_1'(0)$  при  $\alpha_0 = 0$  совпадают и не зависят от  $\alpha_1$ . При  $P > 1.0$  величина  $v_1'(0)$  будет всюду уменьшаться с возрастанием параметра  $\alpha_1$ .

В процессе численного интегрирования проводился также расчет компонентов коэффициента сопротивления трения и местного потока тепла. В качестве примера на фиг. 3 показано изменение величины  $q_1 = q_w(\rho_e u_e H_e)^{-1} R_r^{0.5} (1 + \alpha_1)^{-0.5}$  в зависимости от параметра  $\alpha_0$  при фиксированных значениях  $\alpha_1$  и  $H_{1w} = 0.05$  (пунктирные кривые: 1 —  $\alpha_1 = 0$ , 2 —  $\alpha_1 = 1$ , 3 —  $\alpha_1 = \infty$ ). Характер поведения этих функций в зависимости от характеристических параметров можно объяснить, если учесть предельные случаи, соответствующие  $\alpha_1 = 0$  и  $\alpha_1 = \infty$ .

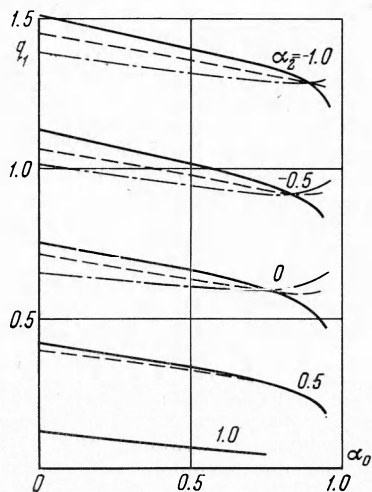


Фиг. 4



Фиг. 5

3. Под воздействием вдува (отсоса) однородного газа профили пограничного слоя изменяются одинаковым образом, а именно, при вдуве газа они становятся более наполненными, а при отсосе — менее наполненными по сравнению со случаем непроницаемой стенки. В качестве примера на фиг. 5 показано изменение профиля скорости вторичного течения в зависимости от параметра  $\alpha_2$  для случая, когда  $H_{1w} = 0.05$ ,  $\alpha_0 = 0.94$  и  $\alpha_1 = 0$ .



Фиг. 6

Соответственно деформации профилей происходит и изменение коэффициентов сопротивления трения и теплопередачи: при вдуве газа они уменьшаются, а при отсосе — увеличиваются. На фиг. 6 показана зависимость величины  $q_1$  от параметра  $\alpha_0$  при фиксированных значениях  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  и  $H_{1w} = 0.05$  (сплошная кривая соответствует параметру  $\alpha_1 = 0$ , пунктирная кривая —  $\alpha_1 = 1$ , штрих-пунктирная кривая —  $\alpha_1 = \infty$ ). Отсюда можно заключить, что влияние вдува (отсоса) газа аналогично влиянию положительного (отрицательного) градиента давления.

Такой характер изменения профилей пограничного слоя, коэффициента сопротивления трения и теплового потока объясняется тем, что при вдуве (отсосе) происходит увеличение (уменьшение) толщины пограничного слоя. В связи с этим в пограничном слое уменьшаются (увеличиваются) градиенты скоростей и температур, которые, в свою очередь, определяют соответствующие деформации профилей пограничного слоя и изменения напряжения трения и теплопередачи.

Расчеты показали, что при вдуве газа в пограничный слой происходит сильное уменьшение величины местного конвективного потока тепла. Вследствие этого вдув газа может оказаться эффективным средством теплозащиты поверхности летательного аппарата.

Процесс теплозащиты поверхности летательного аппарата при наличии вдува газа как в данной постановке задачи, так и в более общем случае можно разбить на две стадии. На первой стадии происходит поглощение тепла за счет теплоемкости массы вдуваемого газа при нагревании ее от начальной температуры  $T_0$  до температуры поверхности тела  $T_w$ . Вторая стадия связана с поступлением газа в пограничный слой, что ведет к соответствующему снижению величины местного конвективного потока тепла.

Для того чтобы показать роль этих двух процессов, рассмотрим изменение равновесной температуры поверхности острого кругового конуса с длиной образующей  $l = 1$  м и полууглом раствора  $\phi = 30^\circ$ , движущегося на высоте  $H = 25$  км при нулевом угле атаки со сверхзвуковой скоростью, соответствующей числу  $M_\infty = 11$ . При этом будем предполагать, что поверхность тела абсолютно теплопроводная, коэффициент черноты поверхности  $\varepsilon = 0.8$ , а начальная температура газа  $T_0 = 300^\circ\text{К}$ .

При отсутствии вдува газа величина равновесной температуры поверхности тела определяется из условия равенства суммарных потоков тепла, подводимого и отводимого с омываемой поверхности конуса, и равна  $T_{wp} = 2214^\circ\text{К}$ .

Если пренебречь поглощением тепла за счет теплоемкости газа и для конкретности принять  $\alpha_2 = 0.5$ , то при наличии вдува однородного газа при температуре поверхности тела величина равновесной температуры снизится до  $T_{wp} = 1882^\circ\text{К}$ . Если учесть поглощение тепла за счет теплоемкости газа при нагревании его от  $T_0 = 300^\circ\text{К}$  до  $T_w$ , то получим  $T_{wp} = 1500^\circ\text{К}$ , т. е. за счет теплоемкости газа можно также заметно снизить величину равновесной температуры поверхности тела. Расход газа при этом сравнительно небольшой и равен  $0.68$  кг/сек.

Таким образом, на этом частном примере видно, что вдув газа может быть эффективным средством теплозащиты поверхности летательного аппарата. Однако детальное исследование эффективности вдува газа выходит за рамки настоящей статьи.

Хотя полученные результаты относятся к частному случаю распределения скорости вдува однородного газа, однако они позволяют сделать еще ряд качественных выводов.

При постоянной температуре поверхности тела и  $\alpha_1 < \infty$  расход вдуваемого однородного газа вдоль линии растекания изменяется по гиперболическому закону

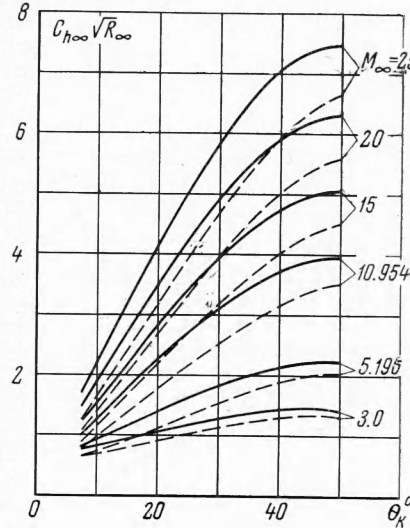
$\rho_w w_w = \alpha_2 u_e \rho_e (1 + \alpha_1)^{0.5} R_\infty^{-0.5}$ . Вследствие этого основная масса охладителя поступает в пограничный слой на некотором начальном участке и снимает основную долю потока тепла, в то время как вдув на последующем участке линии растекания играет относительно малую роль. Это позволяет в практических приложениях ограничиться вдувом газа лишь на определенном начальном участке линии растекания. В этом случае на участке вдува температура поверхности будет постоянной, а вне его — будет несколько увеличиваться; при этом увеличение температуры поверхности будет значительно меньше соответствующего изменения температуры, когда на начальном участке отсутствует вдув газа, — эффект последствия вдува.

При заданном расходе вдуваемого газа и заданных параметрах потока на внешней границе пограничного слоя влияние последствия вдува будет максимальным при  $\alpha_1 = 0$  и будет отсутствовать при  $\alpha_1 = \infty$ , так как в последнем случае расход газа вдоль линии растекания постоянен, и все участки играют одинаковую роль в общем балансе. Физически это объясняется тем, что по мере увеличения параметра  $\alpha_1$  возрастает отток газа с линии растекания вследствие вторичного течения.

Далее следует отметить, что эффект последствия вдува при  $\alpha_1 = 0$  имеет место только вдоль линии растекания, а при  $\alpha_1 > 0$  — как вдоль нее, так и в поперечном направлении. При  $\alpha_1 = \infty$  эффект последствия вдува будет проявляться только в направлении вторичного течения.

4. Выше отмечалось, что частный случай  $\alpha_1 = 0$  соответствует обтеканию острого кругового конуса при нулевом угле атаки, а  $\alpha_1 = \infty$  — линии растекания на поверхности бесконечно длинного цилиндра, обтекаемого со скольжением. Ввиду практического интереса рассмотрим эти случаи подробнее. При этом основное внимание будем уделять исследованию теплопередачи.

Изменение местного потока тепла на поверхности конуса показано на фиг. 7 в виде зависимости величины  $c_{h\infty} R_{r\infty}^{0.5} = q_w R_{r\infty}^{0.5} [\rho_\infty u_\infty H_\infty (1 - H_{1w})]^{-1}$  от полуугла раствора  $\phi$  для фиксированных значений числа  $M$  полета при наличии сильного ( $H_{1w} = 0.05$ , сплошная кривая) и умеренного ( $H_{1w} = 0.5$ , пунктирная кривая) теплообмена. Величина местного потока тепла увеличивается по мере возрастания полуугла раствора конуса  $\phi$ ; максимальное значение теплового потока имеет место при предельном полуугле  $\phi$ , при котором еще сохраняется конический характер течения газа.



Фиг. 7



Для конусов с полууглом раствора  $\phi > 10^\circ$  при гиперзвуковых скоростях полета и наличии сильного теплообмена можно получить для расчета местного потока тепла следующую корреляционную формулу:

$$\frac{q_w R_{\infty}^{0.5}}{\rho_{\infty} u_{\infty} H_{\infty}} = 0.642 (1 - H_{1w}) M_{\infty} \sin \phi \sqrt{\cos \phi} \left[ H_{1w} \left( 1 + \frac{\alpha - 1}{2} M_{\infty}^2 \right) \right]^{-0.12} \quad (4.1)$$

Погрешность определения местного потока тепла по формуле (4.1) не превышает  $\pm 8\%$ . Ниже приведены значения относительного потока тепла  $k = q_w \chi / q_w \chi=0$  в окрестности критической линии бесконечного цилиндра при наличии сильного теплообмена ( $H_{1w} = 0.05$ ) для различных значений угла стреловидности  $\chi$  и числа  $M$  полета:

$\chi^\circ$	0	20	40	60	80	$M_{\infty}$
$k$	1.0	0.919	0.705	0.0425	0.0166	3
$k$	1.0	0.913	0.686	0.0401	0.0130	5
$k$	1.0	0.908	0.672	0.0381	0.0115	15
$k$	1.0	0.908	0.671	0.0379	0.0114	25
$(\cos \chi)^{1.25}$	1.0	0.925	0.716	0.0420	0.0112	—

Приведенные значения достаточно хорошо согласуются с результатами расчетов по формуле  $k = (\cos \chi)^{1.25}$ , которой можно пользоваться для оценки местных потоков тепла в окрестности критической линии скользящего цилиндра: в работе [2] для этой цели рекомендуется использовать зависимость  $k = \cos \chi$ .

Из таблицы видно, что увеличение угла стреловидности приводит к сильному уменьшению величины местного потока тепла. Таким образом, местные потоки тепла на передних затупленных кромках треугольного крыла или другого летательного аппарата можно снизить путем увеличения угла стреловидности. Однако в работе [6] в результате обработки экспериментальных данных по теплопередаче в окрестности критической линии скользящего цилиндра в диапазоне чисел  $M$  набегающего потока от 4 до 10 было показано, что при некотором числе Рейнольдса  $R^* = \rho_e u_e \theta^* / \mu_e$ , вычисленном по параметрам потока на внешней границе пограничного слоя и характерной толщине

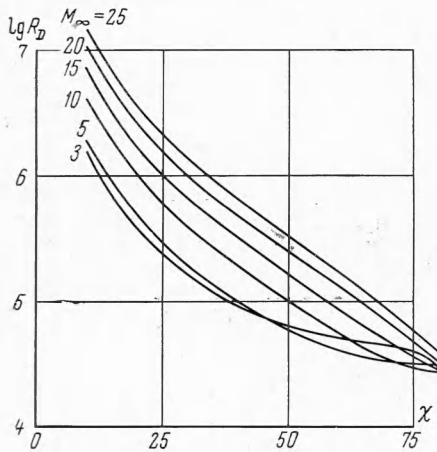
$$\theta^* = \int_0^{\delta} \rho_1 v_1 (1 - v_1) dz$$

имеет место переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный. Этот переход начинается при  $R^* = 130$ , а полностью развитое турбулентное течение имеет место при  $R^* \geq 450$ , при этом величина теплового потока увеличивается в четыре — пять раз. В связи с этим увеличение угла стреловидности в зависимости от условий полета приводит к уменьшению теплового потока лишь до определенных значений; при больших значениях угла стреловидности вместо уменьшения теплового потока будет иметь место его увеличение вследствие турбулизации течения газа в пограничном слое.

Если в качестве критического значения числа Рейнольдса  $R^*$  принять значение, равное 130, то можно определить величину предельного угла стреловидности в зависимости от условий полета. В качестве примера на фиг. 8 показана зависимость числа Рейнольдса  $R_{\infty D} = \rho_{\infty} u_{\infty} D / \mu_{\infty}$ , где  $D$  — диаметр цилиндра, от предельного угла стреловидности  $\chi$  при фиксированных значениях числа  $M$  полета при наличии сильного теплообмена на поверхности тела ( $H_{1w} = 0.05$ ,  $\alpha_2 = 0$ ).

В связи с этим следует отметить, что если угол стреловидности передней кромки близок к предельному, то вдув газа может привести не к уменьшению местного потока тепла, а к его увеличению вследствие турбулизации течения в пограничном слое. В такой ситуации может оказаться выгодным отсос газа, который вследствие уменьшения характерной толщины  $\theta^*$  затягивает переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный. Это позволяет увеличить предельное значение угла стреловидности.

Поступила 20 VII 1965



Фиг. 8

ЛИТЕРАТУРА

1. Авдеевский В. С. Расчет трехмерного ламинарного пограничного слоя на линиях растекания. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1962, № 1.
2. Reshotko E., Beckwith J. Compressible laminar boundary layer over a yawed infinity cylinder with heat transfer and arbitrary Prandtl Number. NASA Rep. 1379. 1958.
3. Beckwith J. Similar solution for the compressible boundary layer on a yawed cylinder with transpiration cooling. NASA TR R-42, 1959.
4. Тирский Г. А. Теплопередача в окрестности передней кромки наклонного к потоку бесконечно длинного цилиндра, обтекаемого диссоциированным воздухом. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1962, № 6.
5. Струминский В. В. Уравнения трехмерного пограничного слоя в сжимаемом газе на произвольной поверхности. Докл. АН СССР, 1957, т. 114, № 2.
6. Torram D. R., Grad R. A. S. A correlation of leading edge transition and heat transfer on swept cylinders in supersonic flow. J. Royal Aeronaut. Soc., 1965, No. 649.

ЗАГРАДИТЕЛЬНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ ПРИ ПОДАЧЕ ИНОРОДНОГО ВЕЩЕСТВА В ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

Э. П. Волчков, Е. Г. Зауличный, С. С. Кутателадзе, А. И. Леонтьев  
(Новосибирск)

Большинство работ по заградительному охлаждению посвящено исследованию влияния вдува однородного газа. В работе [1] анализируется случай тангенциального вдува газа в пограничный слой, когда его теплоемкость  $c_{p_s}$  мало отличается от теплоемкости основного потока  $c_{p_0}$ .

Цель настоящей работы — исследование эффективности заградительного охлаждения теплоизолированной плоской стенки при местной подаче инородного вещества в турбулентный пограничный слой.

1. Если пренебречь термо- и бародиффузией и диффузионной теплопроводностью, то уравнение энергии пограничного слоя на плоской стенке в общем виде можно записать [2] так:

$$\rho w_x \frac{\partial i}{\partial x} + \rho w_y \frac{\partial i}{\partial y} = - \frac{\partial q}{\partial y} \quad (1.1)$$

При условии, что число Прандтля  $P = 1$  и число Льюиса  $L = 1$ , для плотности теплового потока имеем

$$q = - \frac{\Lambda}{C_p} \frac{\partial i}{\partial y} \quad \left( i = \int_0^T c_p dT + i^o \right) \quad (1.2)$$

Здесь  $i^o$  — теплота образования данного компонента,  $C_p$  — теплоемкость смеси газов.

Интегрируя уравнение (1.1) по толщине энтальпийного пограничного слоя и вводя понятие толщины потери полной энергии

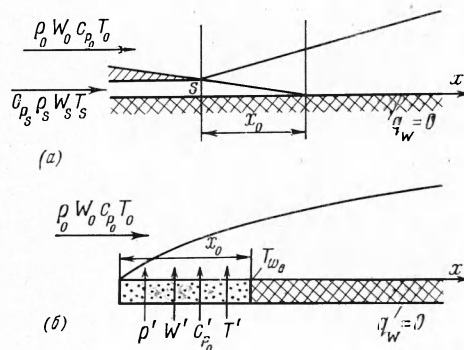
$$\delta_i^{**} = \int_0^{\delta_i} \frac{\rho w}{\rho_0 w_0} \left( \frac{i - i_0}{i_w - i_0} \right) dy \quad (1.3)$$

получим интегральное соотношение энергии пограничного слоя

$$\frac{dR_i^{**}}{dX} + \frac{R_i^{**}}{\Delta i} \frac{d\Delta i}{dX} - \frac{j_w}{\rho_0 w_0} R_L = R_L \frac{q_w}{\rho_0 w_0 \Delta i} \quad (1.4)$$

$$R_i^{**} = \frac{\rho_0 w_0 \delta_i^{**}}{\mu_0}, \quad X = \frac{x}{L}, \quad R_L = \frac{\rho_0 w_0 L}{\mu_0}, \quad \Delta i = i_w - i_0$$

Здесь  $j_w$  — поперечный поток вещества на стенке.



Фиг. 1