

УДК 532.517.4; 551.511.32

Особенности вихревой диффузии импульса и тепла в устойчиво стратифицированных течениях окружающей среды *

А.Ф. Курбацкий^{1,2}, Л.И. Курбацкая³

¹*Институт теоретической и прикладной механики
им. С. А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

²*Новосибирский государственный университет*

³*Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН, Новосибирск*

E-mail: kurbat@itam.nsc.ru

Проведены исследования особенностей вихревого переноса импульса и тепла в нижней атмосфере, включающей планетарный пограничный слой, а также верхнюю тропосферу и нижнюю стратосферу, с помощью трехпараметрического метода моделирования стратифицированных турбулентных течений окружающей среды. Особое внимание уделено анализу поведения вертикальных вихревых коэффициентов диффузии импульса и тепла, полученных прямыми измерениями и с привлечением трехпараметрического метода моделирования турбулентности, в котором учтены эффекты внутренних гравитационных волн в поддержании импульса в условиях сильно устойчивой стратификации (с существенной волновой динамикой). Показано, что профиль вертикального вихревого коэффициента диффузии импульса, вычисленный по трехпараметрической модели турбулентности, хорошо согласуется с прямо измеренным не только внутри устойчиво стратифицированного планетарного пограничного слоя, но даже выше его, в свободной атмосфере.

Ключевые слова: турбулентность, планетарный пограничный слой, верхняя тропосфера и нижняя стратосфера, вихревые коэффициенты диффузии импульса и тепла.

Введение

В устойчиво стратифицированных течениях окружающей среды турбулентность может генерироваться сдвигом и разрушаться под действием отрицательной плавучести и вязкости. Разнонаправленность действия эффектов плавучести и сдвига ведет к ослаблению интенсивности турбулентности в условиях устойчивой стратификации по сравнению с нейтральной стратификацией и конвективным перемешиванием. Динамика устойчиво стратифицированной турбулентности сложна, она характеризуется наличием перемежаемости, неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, внутренних гравитационных волн, струй низкого уровня, меандрирующих движений и других явлений. Поэтому понимание физики вихревого перемешивания в условиях устойчивой стратификации все еще остается

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 13-05-00006-а, 14-01-00125).

недостаточным, несмотря на полученные в последнее время данные измерений и результаты теоретических исследований [1–4].

Относительная важность разнонаправленных эффектов сдвига и стратификации характеризуется безразмерным критерием гидродинамической устойчивости — градиентным числом Ричардсона [5]

$$Ri = N^2 / S^2.$$

В этом выражении $N^2 = (g/\Theta)(\partial\Theta/\partial z)$ — квадрат частоты внутренних гравитационных волн (частота Брента–Вяйсяля), S — вертикальный сдвиг горизонтальной скорости, g — ускорение силы тяжести, Θ — средняя потенциальная температура и z — вертикальная координата. Для термически устойчивой стратификации градиент потенциальной температуры положителен: $\partial\Theta/\partial z = (\partial T/\partial z - G_a) > 0$ (T — абсолютная температура, а G_a — адиабатический градиент температуры).

Согласно линейной теории устойчивости, если число Ричардсона превышает критическое значение ($Ri_c \sim 0,25$), турбулентность полностью затухает. Экспериментальные данные [2–4], полученные в последнее время в устойчиво стратифицированных сдвиговых течениях (планетарном пограничном слое, лабораторном свободном сдвиговом слое), показывают, что турбулентный перенос при высоких числах Ричардсона ($Ri \gg 1$) сохраняется вместо того чтобы быть «погашенным». Это означает, что эффекты нестационарности, внутренних волн и сильной анизотропии стратифицированной турбулентности предотвращают ламинаризацию течения, тем самым ставя под сомнение эвристическую ценность градиентного числа Ричардсона как единственного параметра, характеризующего существование турбулентности в условиях сильной стратификации. Использование градиентного числа Ричардсона в качестве параметра, характеризующего интенсивность стратификации среды, диктуется соображениями простоты измерения градиентов температуры и скорости по сравнению с единственным физически корректным критерием существования устойчиво стратифицированной турбулентности — потоковым числом Ричардсона, непосредственно вытекающим из уравнения баланса кинетической энергии турбулентности, критическое значение которого не может превосходить единицу. Потоковое число Ричардсона представляет собой отношение порождения турбулентности плавучестью среды и сдвигом скорости и, таким образом, выражается через трудно измеримые корреляции второго порядка турбулентных полей температуры и скорости.

Физический механизм поддержания турбулентности с ростом устойчивости течения (ростом градиентного числа Ричардсона) трудно установить со всей определенностью. На качественном уровне можно ожидать, что с возрастанием стратификации вертикальный перенос импульса и тепла турбулентными вихрями будет существенно подавляться. Однако при этом возрастает активность внутренних волн, распространяющихся через толщу пограничного слоя, и течение может поддерживаться ими, поскольку волны могут эффективно переносить импульс, но не тепло.

Трудности в понимании взаимодействия волн и турбулентности лежат в различии их физической природы: волновые движения удовлетворяют линейным уравнениям, в то время как турбулентность есть сильно нелинейная стохастическая система с быстрой диссипацией энергии. Когда присутствуют одновременно волны и турбулентность, неясно, как «извлекать» волновую компоненту течения. Кроме того, процесс переноса энергии в них различен. В турбулентной среде энергия переносится со скоростью адвекции, в то время как волны транспортируют энергию посредством корреляций между пульсациями давления и скорости обычно с групповой скоростью, которая выше, чем

скорость частиц. Если волны не подвергаются разрушению, они не порождают перемешивания, и турбулентный поток скаляра (тепла, концентрации вещества) может быть велик в областях доминирования турбулентности и мал там, где доминируют волны. Основным результатом прямого численного моделирования однородной сдвиговой устойчиво стратифицированной турбулентности без привлечения каких-либо моделей турбулентности [6] сводится к выводу, что для ненулевого числа Фруда строго разделить две формы движения (турбулентность и волны) не удастся и “вероятно, нет реально ясного различия между турбулентностью и волнами, по крайней мере, когда оба явления сосуществуют на одних и тех же масштабах”.

Обнаруженная с помощью прямых измерений в планетарном пограничном слое [3] особенность вихревой диффузии импульса и скаляра (спадающего тренда обратной величины турбулентного числа Прандтля с ростом устойчивости течения [7, 8]) может быть отражена в RANS-приближении (Reynolds Averaged Navier–Stokes) моделирования стратифицированной турбулентности путем введения временного масштаба турбулентного температурного поля устойчиво стратифицированной турбулентности, явно зависящего от частоты внутренних гравитационных волн [9]. Такое приближение излагается далее, в разделе 1.

В свободной атмосфере вихревые коэффициенты диффузии импульса и тепла на порядок величины меньше, чем в пограничном слое. Однако диффузионные процессы малых газовых компонент в верхней тропосфере и нижней стратосфере играют существенную роль для проблемы трансграничного загрязнения воздуха, поскольку они регулируют массообмен между тропосферой и стратосферой. В верхней тропосфере и нижней стратосфере воздух обычно устойчиво стратифицирован и внутренние гравитационные волны, индуцируемые течением в пограничном слое, и орография подстилающей поверхности оказываются доминирующими. Генерация турбулентных вихрей в этих атмосферных слоях происходит спорадически, когда гравитационные волны разрушаются и возникает сдвиговая неустойчивость. Образовавшиеся турбулентные вихри переносят импульс и массу, разрушаясь затем плавучестью и вязкими силами.

Значения вихревых коэффициентов диффузии в вертикальном и горизонтальном направлениях в устойчиво стратифицированных условиях существенно различаются. Измерение вихревого коэффициента диффузии основывается, по большей части, на дисперсионных экспериментах, вовлекающих трассеры и атмосферные компоненты, и ограничивается измерением в горизонтальном направлении.

В работе [10] приведены результаты прямых измерений турбулентности и вертикальных вихревых коэффициентов диффузии импульса и тепла в верхней тропосфере и нижней стратосфере в устойчиво стратифицированных условиях. Эти измерения проведены с помощью высокочастотного доплеровского радара в режиме непрерывных измерений скорости ветра и ее флуктуаций в верхней тропосфере и нижней стратосфере. Надежно измеренные радаром значения напряжения Рейнольдса и сдвига ветра позволили вычислить вертикальный коэффициент вихревой диффузии импульса по градиентной модели для условий устойчивой стратификации воздуха. Вертикальный вихревой коэффициент диффузии тепла в верхней тропосфере и нижней стратосфере вычислялся по известной его оценке через энергию полуширины доплеровского спектра скорости и частоту Брента–Вайсяля, температурное поле для которой было измерено системой радиоакустического зондирования, совмещенной с радаром.

Таким образом, имеется возможность проведения сравнения с прямо измеренными в верхней тропосфере и нижней стратосфере вертикальными вихревыми коэффициентами диффузии импульса и тепла их аналогов, оцененных с привлечением трехпараметрической RANS-схемы турбулентности (осредненных по Рейнольдсу или ансамблю реализаций

уравнений Навье–Стокса), которая включает эффект влияния внутренних гравитационных волн на импульс устойчиво стратифицированной турбулентности.

1. RANS-схема стратифицированной турбулентности

RANS-схемы турбулентности, включающие вторые моменты, могут учесть анизотропию турбулентного переноса, вызываемую действием силы тяжести в стратифицированных течениях. Определяющая система уравнений RANS-схемы рейнольдсовых напряжений $\overline{u_i u_j}$, вектора турбулентного потока тепла $\overline{u_j \theta}$ и дисперсии флуктуаций температуры $\overline{\theta^2}$ имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u_k u_i u_j} - \nu \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u_i u_j} \right) &\equiv \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} + \text{diff}(\overline{u_i u_j}) \\ &= -\overline{u_k u_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_k u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - \beta (g_j \overline{u_i \theta} + g_i \overline{u_j \theta}) \\ &- \frac{1}{\langle \rho \rangle} \frac{\partial \overline{p u_i}}{\partial x_j} + \frac{1}{\langle \rho \rangle} \frac{\partial \overline{p u_j}}{\partial x_i} + \frac{p}{\langle \rho \rangle} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - 2\nu \frac{\partial u_i \partial u_j}{\partial x_k \partial x_k} \\ &= P_{ij} + G_{ij} + \Pi_{ij} - \left(\frac{2}{3} \right) \varepsilon \delta_{ij}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_j \theta}}{Dt} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u_k u_j \theta} - \alpha u_j \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{\theta} - \alpha \theta \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u_j} \right) &\equiv \frac{D\overline{u_j \theta}}{Dt} + \text{diff}(\overline{u_j \theta}) \\ &= -\overline{u_j u_k} \frac{\partial \Theta}{\partial x_k} - \overline{\theta u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \beta g_j \overline{\theta \theta} + \frac{p}{\langle \rho \rangle} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} - (\nu + \alpha) \frac{\partial u_j \partial \theta}{\partial x_k \partial x_k}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{D\overline{\theta^2}}{Dt} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u_k \theta^2} - \nu \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_k} \right) \equiv \frac{D\overline{\theta^2}}{Dt} + \text{diff}(\overline{\theta^2}) = -2\overline{u_k \theta} \frac{\partial \Theta}{\partial x_k} - \alpha \frac{\partial \overline{\theta} \partial \overline{\theta}}{\partial x_k \partial x_k}, \quad (3)$$

где β — коэффициент термического расширения ($\beta = 1/\Theta$ для газов). Члены P_{ij} и G_{ij} представляют генерацию напряжений Рейнольдса $\overline{u_i u_j}$ сдвигом и плавучестью, соответственно, а член Π_{ij} — корреляцию «давление–сдвиг скорости». Уравнения переноса (1)–(3) записываются в замкнутом виде с принятием предположений [11, 12] для отдельных статей баланса, включая корреляцию Π_{ij} (см. [13, 14]). Аббревиатурой *diff* обозначены процессы диффузии (моменты третьего порядка) в уравнениях переноса (1)–(3) для моментов второго порядка $(\overline{u_i u_j}, \overline{u_j \theta}, \overline{\theta^2})$, их конкретный вид далее не потребуется.

Алгебраическая полностью явная трехпараметрическая RANS-схема турбулентности выводится из уравнений (1)–(3) в приближении слабо равновесной турбулентности. Согласно этому предположению, в медленно эволюционирующих турбулентных течениях средние значения скорости и температуры изменяются в пространстве и времени медленнее, чем турбулентные величины (напряжения Рейнольдса, турбулентные потоки скаляра, дисперсии). Следовательно, турбулентность приближенно находится в состоянии равновесия с наложенными средними полями. В этом равновесном состоянии материальная производная от тензора анизотропии турбулентности $b_{ij} = \overline{u_i u_j} - (2/3) \varepsilon \delta_{ij}$ и вектора

турбулентного потока температуры $\overline{u_j \theta}$ приближенно равна нулю: турбулентность достигла равновесного состояния, в котором равновесные значения тензора b_{ij} и вектора потока скаляра $\overline{u_j \theta}$ не зависят от начальных условий. Равными нулю полагаются и процессы диффузии diff. Система уравнений переноса (1)–(3) в этом приближении упрощается до неявной системы алгебраических уравнений, которая разрешается в явном виде относительно турбулентных потоков импульса и тепла с привлечением кода символьной алгебры в следующем виде:

$$(\overline{uw}, \overline{vw}) = -K_m \left(\frac{\partial U}{\partial z}, \frac{\partial V}{\partial z} \right), \quad \overline{w\theta} = -K_h \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \gamma_c, \quad K_m = E\tau S_m, \quad K_h = E\tau S_h, \quad (4)$$

$$S_m = \frac{1}{D} \left\{ \frac{2}{3} \alpha_2 \left[1 + \lambda_2 \alpha_2 \left(1 - \frac{\lambda_1}{\alpha_2} \right) G_H - \frac{\lambda_1 \lambda_2^2 \alpha_2^2}{\alpha_1} G_H^2 \right] + \right. \\ \left. + \lambda_1 \alpha_2 \left(\lambda_1 + \frac{4}{3} \alpha_1 \right) (1 + \lambda_2 \alpha_2 G_H) \tau (\tau \beta g)^2 \overline{\theta^2} \right\} \frac{1}{(1 + \lambda_2 \alpha_2 G_H)},$$

$$S_h = \frac{1}{D} \left\{ \frac{2}{3} \lambda_2 (1 + \lambda_2 \alpha_2 G_H) \right\},$$

$$D = 1 + d_1 G_M + d_2 G_H + d_3 G_H^2 - d_4 G_M G_H, \quad \tau = E/\varepsilon,$$

$$d_1 = \frac{2}{3} \alpha_1^2, \quad d_2 = \frac{7}{3} \lambda_2 \alpha_2, \quad d_3 = \frac{4}{3} \lambda_2^2 \alpha_2^2, \quad d_4 = \frac{2}{3} \lambda_1 \lambda_2 \alpha_1 \alpha_2,$$

$$G_M = \tau^2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right], \quad G_H = \tau^2 \beta g \frac{\partial \Theta}{\partial z}, \quad \alpha_1 = (1 - C_2)/C_1,$$

$$\alpha_2 = (1 - C_3)/C_1, \quad \lambda_1 = (1 - C_{2\theta})/\tilde{C}_{1\theta}, \quad \lambda_2 = 1/\tilde{C}_{1\theta}.$$

Учет вклада внутренних гравитационных волн в поддержание турбулентного импульса в условиях сильной устойчивости осуществлен через коррекцию динамического временного масштаба $\tau = E/\varepsilon$ ($E = \overline{u_i u_i}/2$ — кинетическая энергия турбулентности, ε — скорость ее диссипации).

«Медленная» часть корреляции с пульсациями давления в уравнении (2) параметризуется выражением, имеющем релаксационный вид

$$\Pi_j^{\theta(1)} \equiv \frac{p}{\langle \rho \rangle} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \sim \overline{u_j \theta} / \tau_{p\theta}, \quad (5)$$

где $\tau_{p\theta}$ — временной масштаб турбулентного поля температуры.

Обычное предположение в различных схемах второго уровня замыкания

$$\tau_{p\theta} \sim \tau = E/\varepsilon \quad (6)$$

не может быть с необходимостью применимо к устойчиво стратифицированным течениям. Прямой путь доказательства справедливости представлений (5), (6) состоял бы в их сравнении с результатами метода моделирования турбулентности с выделением крупных вихрей (LES-метод — Large Eddy Simulation) корреляций с пульсациями давления в термически стратифицированных течениях. Однако таких данных, по-видимому, до сих пор нет. Поэтому приходится привлекать другие результаты исследований устойчиво

стратифицированных течений. Выше было отмечено, что при исследовании устойчиво стратифицированной турбулентности [9] масштаб времени $\tau_{p\theta}$ должен быть функцией частоты Брента–Вяйсяля N :

$$\tau_{p\theta} = \tau_{p\theta}(N) \quad (7)$$

с конкретной функциональной зависимостью

$$\tau_{p\theta} = \tau / (1 + a \cdot \tau^2 N^2). \quad (8)$$

В выражении (8) $a = 0,16$, если $N^2 > 0$, и $a = 0$, если $N^2 \leq 0$.

Физический аргумент в пользу демпфирующего фактора в знаменателе выражения (8) основывается на том, что в устойчиво стратифицированных течениях вихри совершают работу против силы тяжести и теряют кинетическую энергию, которая переходит в потенциальную энергию [15].

С учетом средних градиентов две оставшиеся части корреляции Π_i^θ имеют вид [11, 12]:

$$\Pi_i^{\theta(2)} = -c_{2\theta} h_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}, \quad \Pi_i^{\theta(3)} = c_{3\theta} \beta_i \overline{\theta^2}. \quad (9)$$

В окончательном виде выражение (5) запишется следующим образом:

$$\Pi_j^{\theta(1)} \equiv \frac{p}{\langle \rho \rangle} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \sim \overline{u_j \theta} / \tau_{p\theta} = -\tilde{C}_{1\theta} (\overline{u_j \theta} / \tau), \quad (10)$$

где коэффициент $\tilde{C}_{1\theta} = C_{1\theta} (1 + a\tau^2 N^2)$. Постоянные параметры имеют численные значения: $C_1 = 2$, $C_2 = 0,54$, $C_3 = 0,5$, $C_{1\theta} = 3,28$, $C_{2\theta} = C_{3\theta} = 0,5$. Замечания о калибровке коэффициентов температурного поля можно найти, например, в работе [16]. Противогradientный член $\gamma_c = \frac{1}{D} \left\{ 1 + \frac{2}{3} \alpha_1^2 G_M + \lambda_2 \alpha_2 G_H \right\} \lambda_1 (\tau \beta g) \overline{\theta^2}$ в выражении для турбулентного потока тепла (4) учитывает вклад крупных турбулентных вихрей в полный поток во всем диапазоне стратификации от неустойчивого состояния до устойчивого. Эта нелокальная коррекция потока тепла (влажности) не привносится из дополнительных соображений, а получается в результате вывода полностью явной алгебраической модели для турбулентных потоков импульса и тепла в приближении слабо равновесной турбулентности. Структурные функции S_m и S_h включают три турбулентных параметра — E , ε и $\overline{\theta^2}$: которые находятся из решения замкнутых уравнений переноса для кинетической энергии турбулентности ($E = (1/2) \cdot \overline{u_i u_i}$):

$$\frac{DE}{Dt} = P + G - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{K_m}{\sigma_E} \cdot \frac{\partial E}{\partial z} \right), \quad (11)$$

скорости диссипации ε :

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{E} (P + C_{3\varepsilon} G) - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{E} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{K_m}{\sigma_\varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right), \quad (12)$$

дисперсии температурных флуктуаций $\overline{\theta^2}$:

$$\frac{D\overline{\theta^2}}{Dt} = -2w\theta \frac{\partial \Theta}{\partial z} - \frac{1}{R} \frac{\varepsilon}{E} \overline{\theta^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{K_m}{\sigma_{\theta^2}} \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial z} \right), \quad (13)$$

где $\sigma_{\theta^2} = 1$, $R = 0,6$.

В уравнениях (11)–(13) символ D обозначает субстанциональную производную, а σ_E и σ_ε — турбулентные числа Прандтля для E и ε соответственно. Коэффициенты имеют численные значения: $C_{1\varepsilon} = 1,44$, $C_{2\varepsilon} = 1,92$, $\sigma_E = 1$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$. При оценке коэффициентов вихревой диффузии тепла K_h и вихревой диффузии импульса K_m по формулам (4) использовались измеренные в работе [10] доплеровским радаром и радиоакустической зондирующей системой вертикальные распределения E и ε вместе с данными наблюдений атмосферной устойчивости, полученными с помощью радиовеетрового зонда. Для оценки вихревых коэффициентов диффузии импульса K_m и тепла K_h по формулам (4) требуется величина дисперсии температуры $\overline{\theta^2}$, которая может быть оценена из локально-равновесного приближения («порождение \approx деструкции температурных флуктуаций») уравнения (13) в виде

$$\overline{\theta^2} = \frac{2R(E/\varepsilon)K_h}{[1 + 2R(E/\varepsilon)f(G_M, G_H)(\partial\Theta/\partial z)]},$$

где

$$f(G_M, G_H) = (1/D)\{1 + (2/3)\alpha_1^2 G_M + \lambda_2 \alpha_2 G_H\} \lambda_1(\tau\beta g).$$

2. Особенности вихревой диффузии импульса и тепла в устойчиво стратифицированном пограничном слое

В этом разделе как пример возможностей сформулированной трехпараметрической анизотропной алгебраической модели турбулентных потоков импульса и скаляра анализируется поведение турбулентного числа Прандтля с высотой в устойчиво стратифицированном пограничном слое, а также вихревых коэффициентов диффузии импульса и тепла в зависимости от градиентного числа Ричардсона.

2.1. Вычислительный эксперимент. Начальные и граничные условия

В постановке вычислительного эксперимента, как и в работе [17], использованы результаты измерений в устойчивом (ночном) пограничном слое над Арктическим морем и результаты моделирования устойчивого пограничного слоя LES-методом, а также данные, полученные прямым численным моделированием (DNS-методом). Начальное состояние и применяемый форсинг основывались на наблюдениях, выполненных в 1994 году (база данных BASE). Полученные вертикальные профили скорости ветра и температуры сопоставлялись как с данными наблюдений, так и с результатами LES-моделирования [18] для верификации количественной достоверности. Пограничный слой в эксперименте инициировался под действием баротропного геострофического ветра и предписанной скорости охлаждения поверхности (единственное нестационарное граничное условие). Верхняя граница вычислительной области располагалась на высоте 400 м. Вычисления проведены на смещенной в вертикальном направлении сетке с шагом 6,25 м (64 вертикальных интервала) и шагом по времени равном 2,5 сек. Такой выбор позволял получать независимое от сетки решение. Начальный профиль ветра полагался равным величине геострофического ветра (8 м/сек в направлении продольной оси) по всей высоте слоя. На нижней границе условия задавались на первом расчетном слое, как и в работах [13, 14]. На верхней границе скорость ветра равнялась геострофическому значению. Начальные поля кинетической энергии турбулентности, скорости ее диссипации и среднеквадратичных флуктуаций температуры задавались в виде «фоновых» значений, подобно [13, 14]. Как и в работах [17–19], параметр шероховатости поверхности $z_0 = 0,1$ м.

Начальный профиль потенциальной температуры имел постоянную температуру (265 К) в слое высотой 100 м от поверхности с наложенной слабой инверсией выше этой высоты (со скоростью возрастания 0,01 К/м) вплоть до верхней границы области интегрирования, где температура достигала значения 268 К. Пограничный слой рассматривался как сухоадиабатический.

2.2. Результаты вычислительного эксперимента: турбулентное число Прандтля

Турбулентное число Прандтля характеризует относительную интенсивность переноса импульса и тепла при турбулентном перемешивании. Этот безразмерный параметр, применяемый для параметризации потока в однородном устойчивом сдвиговом течении [20], априори формулируется в работе [21], как зависящая от устойчивости пограничного слоя константа. В трехпараметрической RANS-схеме турбулентности вихревые коэффициенты импульса и тепла вычисляются независимо (т.е. значение Pr_T не задается заранее). Профиль числа Прандтля Pr_T в квазиустановившемся устойчивом пограничном слое, вычисленный с использованием трехпараметрической RANS-схемы турбулентности (рис. 1а — линия 1) и учитывающей влияние внутренних волн, качественно согласуется с профилем Pr_T (рис. 1б), полученным при DNS-моделировании [21] и LES-моделировании [22]. Если влияние внутренних гравитационных волн на турбулентный перенос импульса в условиях устойчивой стратификации не учитывается, турбулентное число Прандтля фактически не изменяется с расстоянием от поверхности (рис. 1а, линия 2).

2.3. Результаты вычислительного эксперимента: вихревые коэффициенты диффузии импульса K_m и тепла K_h

На рис. 2 приведены вычисленные коэффициенты вихревой диффузии импульса K_m (1) и вихревой диффузии тепла K_h (2), нормализованные на $\overline{w'^2}/S$ (w' — турбулентная флуктуация вертикальной скорости, $S = \left((\partial U/\partial z)^2 + (\partial V/\partial z)^2 \right)^{1/2}$ — сдвиг средней горизонтальной скорости), вместе с данными измерений в устойчиво стратифицированном пограничном слое [3]: K_m — 3, K_h — 4. Такое поведение коэффициентов вихревой диффузии импульса и тепла с ростом устойчивости течения (увеличением градиентного

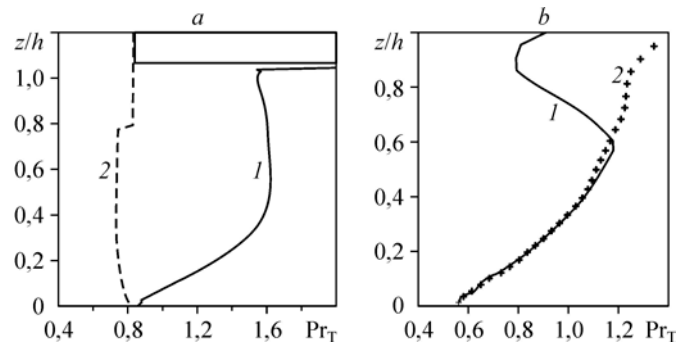
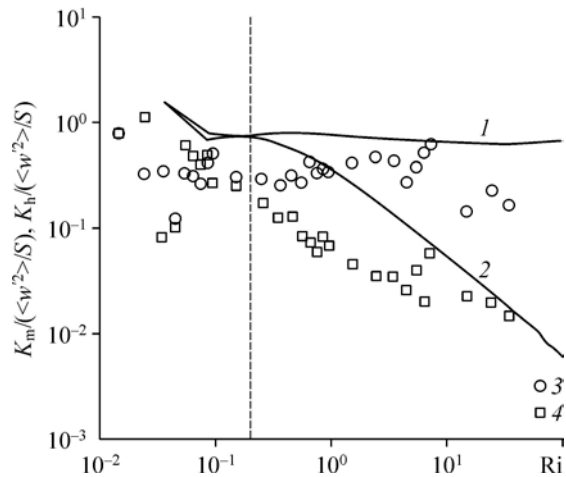


Рис. 1. Профили турбулентного числа Прандтля, вычисленные с использованием различных моделей.

a — трехпараметрическая RANS-схема с учетом влияния внутренних волн (1) и без учета влияния внутренних волн (2), b — LES-моделирование [22] (1) и DNS-моделирование [21] (2).

Рис. 2. Нормализованные на дисперсию вертикальной турбулентной скорости и сдвиг скорости вертикальные вихревые коэффициенты диффузии импульса K_m и тепла K_h в сильно устойчивом планетарном пограничном слое.

Вычисление по трехпараметрической RANS-схеме турбулентности (4): 1 — K_m , 2 — K_h ; данные измерений [3]: 3 — K_m , 4 — K_h .



числа Ричардсона) согласуется с поведением обратной величины турбулентного числа Прандтля на рис. 4 в работе [23]. Рисунок 2 фиксирует переход течения к устойчивому состоянию при значении числа $Ri \geq 0,2$.

Можно заметить, что для гарантированного существенного перемешивания при больших градиентных числах Ричардсона некоторые новейшие схемы замыкания турбулентности оснащаются (а) зависимостями турбулентного числа Прандтля ($Pr_T = K_m / K_h$) от числа Ri , предотвращающими появление «критического» градиентного числа Ричардсона (обычно $Ri_c \approx 0,25$), при котором по классической линейной теории турбулентность должна затухать, и/или (б) ненулевыми базовыми коэффициентами турбулентной диффузии, предотвращающими нереалистичную ламинаризацию. Разработанный и примененный в настоящем исследовании трехпараметрический RANS-метод моделирования стратифицированной турбулентности не требует никакого подобного «полуэмпирического оснащения».

На рис. 2 видно, что в устойчивом режиме, при значении градиентного числа Ричардсона порядка единицы и выше, коэффициент K_m остается почти постоянным с ростом числа Ri или слегка возрастает, в то время как коэффициент K_h только убывает с ростом устойчивости течения. Объяснение такому поведению коэффициентов вихревого переноса дано выше и может основываться на том, что в условиях сильной устойчивости турбулентность подавляется стратификацией и вертикальный перенос турбулентными вихрями существенно ослабляется. Но при устойчивой стратификации течение может поддерживаться распространяющимися внутренними гравитационными волнами, которые могут переносить импульс, но не тепло. Учет эффекта внутренних гравитационных волн на перенос импульса в трехпараметрической RANS-модели турбулентности позволяет правильно воспроизвести спадающий тренд обратного турбулентного числа Прандтля, показанный на рис. 4 в работе [23] и фактически представленный на рис. 2. Без коррекции, учитывающей эффект внутренних волн, спадающий тренд Pr_T^{-1} с ростом устойчивости течения не воспроизводится: величина Pr_T^{-1} остается неизменной с ростом числа Ричардсона Ri (см. [23]).

3. Вихревой перенос импульса и тепла в верхней тропосфере и нижней стратосфере

В настоящем разделе представлены результаты оценки вертикальных вихревых коэффициентов диффузии импульса и тепла, полученные на основе трехпараметрической RANS-схемы турбулентности настоящей работы, в сопоставлении их с измеренными в работе [10] коэффициентами вихревой диффузии.

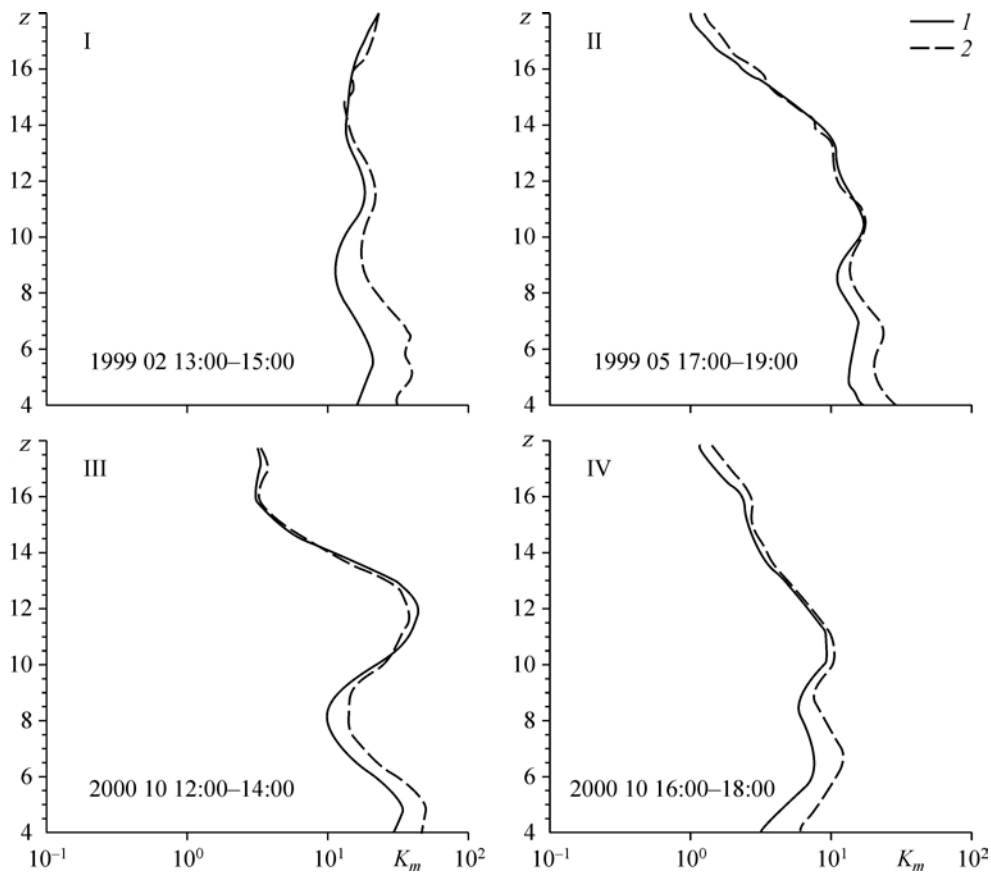


Рис. 3. Вертикальный вихревой коэффициент диффузии импульса K_m ($\text{м}^2/\text{с}$), измеренный доплеровским радаром (1), в сравнении со значением коэффициента, оцененного по трехпараметрической RANS-схеме турбулентности (2); z (км) — высота над подстилающей поверхностью.

3.1. Вертикальные коэффициенты вихревой диффузии импульса и тепла

Недавно развитая технология высокочастотного доплеровского радара сделала возможными надежные измерения напряжения Рейнольдса и сдвига ветра [10]. Благодаря этому вихревой коэффициент диффузии импульса может быть прямо получен с привлечением модели градиентной диффузии для турбулентного потока импульса. Вихревой коэффициент диффузии тепла измерялся с помощью радиоакустической системы, совмещенной с доплеровским радаром.

Атмосферные условия при проведении измерений [10] соответствовали ясным дням при отсутствии облачной активности. Амплитуда вертикальной скорости в верхней тропосфере и нижней стратосфере была менее 3 м/с. Горизонтальная скорость возрастала с высотой и достигала максимальной величины в диапазоне высот от 10 до 15 км. Большой сдвиг скорости возникал внутри пятикилометровых слоев выше и ниже этого уровня. Выбранные для анализа профили скорости имели максимум примерно 40 м/с, за исключением случая (I) на рис. 3 и 4 с максимумом скорости 78 м/с. Вертикальный профиль температуры мало изменялся с высотой, имея максимум на высоте примерно 17 км (на высоте 15 км в случае (I) на рис. 3 и 4). Тропопауза располагалась на меньшей высоте, чем этот уровень. В нижней стратосфере потенциальная температура возрастала монотонно, указывая на сильно устойчивую стратификацию воздуха. В субтропической

струе западного направления вблизи тропопаузы сдвиг ветра претерпевает драматическое изменение с высотой, изменяя знак вблизи оси струи, где абсолютная величина сдвига ветра $|\partial U/\partial z|$ минимальна. Сглаженный вертикальный профиль градиентного числа Ричардсона был на порядок величины больше в стратосфере.

На рис. 3 представлены измеренные вертикальные профили вихревого коэффициента диффузии импульса K_m (1) и вертикальные профили, оцененные по алгебраической параметризации (4) трехпараметрической RANS-схемы турбулентности (2). Измерения, представленные на рис. 3, включали различные сезоны года: зимний (I), весенний (II), осенний (III), (IV). Величины вихревого коэффициента импульса K_m были порядка $10 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$ в верхней тропосфере. Выше оси субтропической струи значения вихревого коэффициента диффузии импульса уменьшаются постепенно на один или два порядка от величины в нижней стратосфере, где его значения составляли $1 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$, исключая случай, когда наблюдалась исключительно интенсивная зимняя струя со скоростью 78 м/с (случай (I) на рис. 3, 4). Измеренный вертикальный вихревой коэффициент диффузии тепла K_h на рис. 4 для случая (I) изображен тонкой сплошной линией, чтобы подчеркнуть неизвестную погрешность его измерения. В целом можно считать, что алгебраическая трехпараметрическая RANS-схема турбулентности (4) позволяет оценить вихревые коэффициенты диффузии импульса и тепла в хорошем согласовании с измеренными аналогами.

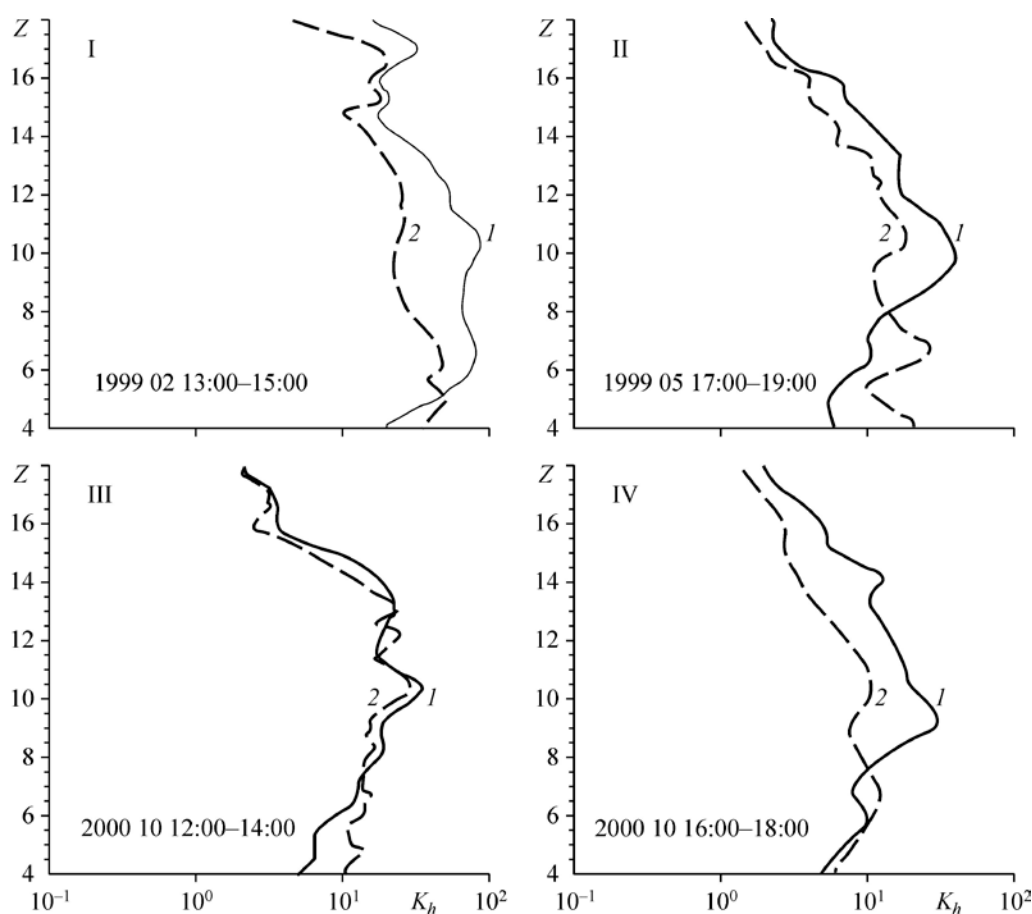


Рис. 4. Вертикальный вихревой коэффициент диффузии тепла K_h ($\text{м}^2/\text{с}$), измеренный радиоакустической системой [10] (1), в сравнении со значением коэффициента, оцененного по трехпараметрической RANS-схеме турбулентности (2); z (км) — высота над подстилающей поверхностью.

3.2. Зависимость от устойчивости вертикальных вихревых коэффициентов диффузии импульса и тепла

Из результатов, изложенных в разделе 2.2, следует, что в механизме турбулентного переноса импульса и тепла в верхней части пограничного слоя — слое сильно гетерогенной температурной инверсии — проявляется особенность: с ростом устойчивости вихревой коэффициент диффузии импульса K_m остается, приближенно, неизменным, в то время как вихревой коэффициент диффузии тепла K_h существенно уменьшается по сравнению с K_m , что наглядно представлено на рис. 2.

Иная картина вихревого переноса импульса и тепла наблюдается в верхней тропосфере и нижней стратосфере, где турбулентные вихри порождаются спорадически сдвиговой неустойчивостью и разрушающейся гравитационной волной. Этими вихревыми движениями синхронно транспортируются в вертикальном направлении как импульс, так и тепло. Возникшие турбулентные вихри затем быстро разрушаются плавучестью и не вносят существенного вклада в вертикальную диффузию импульса и тепла. Данные наблюдений и вычисления по трехпараметрической RANS-схеме турбулентности (4) обратной величины турбулентного числа Прандтля показаны на рис. 5a, 5b в слоях от 4 до 8 км и от 14 до 18 км соответственно.

Для верхней тропосферы (слой воздуха от 4 до 8 км) на рис. 5a показаны результаты вычисления по трехпараметрической RANS-схеме турбулентности (I) вместе с результатами измерений [10] (2). Можно видеть, что вычисление по RANS-схеме турбулентности для случая (I) отвечает предположению $K_h \sim K_m$, в то время как по данным измерений [10] наблюдается заметное отклонение от пропорциональности коэффициентов K_h и K_m , что может быть связано с погрешностью измерения вертикального вихревого потока диффузии тепла (рис. 4, случай (I)). Приближенная пропорциональность K_h и K_m наблюдается и для случаев (II) и (IV). Случай (III) показывает пропорциональность K_h и K_m , но с падающим трендом при возрастающей устойчивости (с увеличением числа Ричардсона).

На рис. 5b показана зависимость обратной величины турбулентного числа Прандтля $Pr_T^{-1} = K_h / K_m$ в нижней стратосфере (атмосферный слой 14–18 км). Эти данные согласуются с предположением о приближенно одинаковых вихревых коэффициентах диффузии импульса K_m и тепла K_h , причем лучший результат показывают вычисления по RANS-схеме турбулентности (4), чем данные наблюдений [10], что опять-таки может быть связано с погрешностями измерения вертикального коэффициента диффузии тепла. Исключение представляет случай (I) с интенсивной зимней тропосферной струей. На рис. 5b для случая (I) показано поведение обратной величины турбулентного числа Прандтля Pr_T^{-1} в присутствии интенсивной зимней тропосферной струи, которая наблюдается и в верхней части пограничного слоя (рис. 2). Такой характер поведения Pr_T^{-1} подтверждается DNS-результатами на границах тропосферной струи [24] для нормализованных на дисперсию вертикальной турбулентной скорости и сдвиг скорости вертикальных вихревых коэффициентов диффузии импульса и тепла (рис. 6a), которые находятся в качественном согласии с этими же коэффициентами, вычисленными по RANS-схеме турбулентности (4) (рис. 6b) для случая (I) (рис. 5).

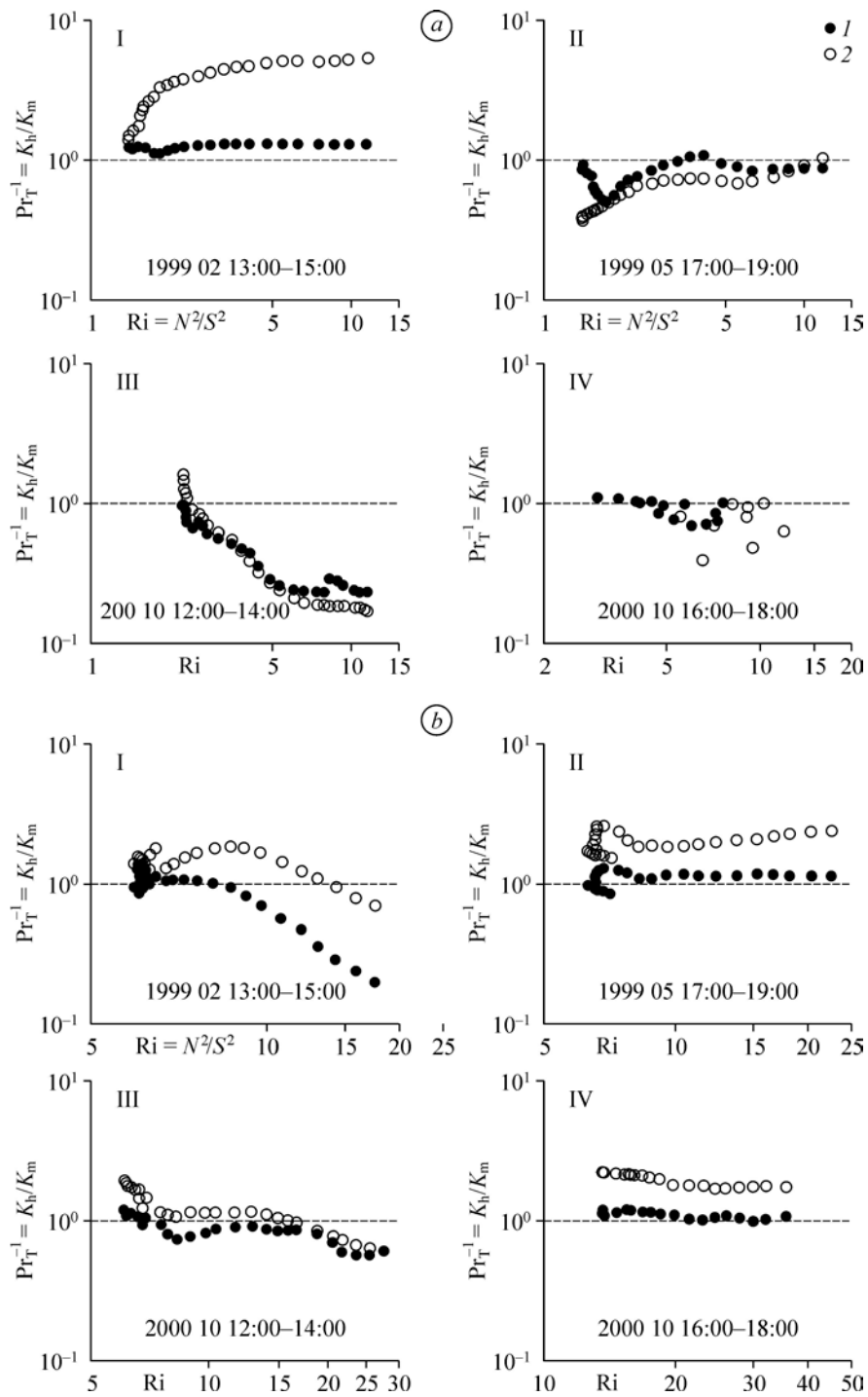


Рис. 5. Зависимость от устойчивости обратной величины турбулентного

$$\text{числа Прандтля } \left(Pr_T^{-1} = K_h/K_m \right).$$

Данные, полученные в верхней тропосфере (атмосферный слой 4–8 км) (а) и в нижней стратосфере (атмосферный слой 14–18 км) (б); 1 — вычисление по трехпараметрической RANS-схеме турбулентности (4), 2 — данные измерений [10].

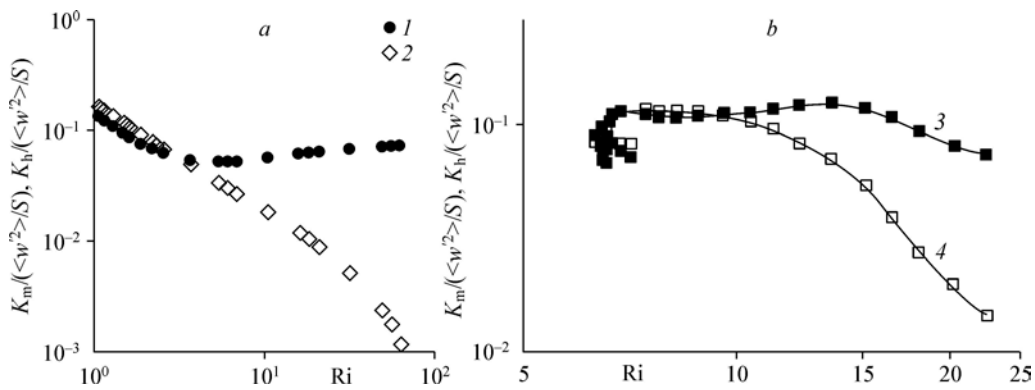


Рис. 6. Зависимость от устойчивости нормализованного на дисперсию вертикальной пульсации скорости и сдвиг скорости вертикальных коэффициентов диффузии импульса K_m и тепла K_h в тропосферной струе.

a — DNS-результаты [24]: 1 — K_m , 2 — K_h ; *b* — результаты вычисления по трехпараметрической RANS-схеме турбулентности (4): 3 — K_m , 4 — K_h .

Выводы

Проанализирована адекватность трехпараметрической RANS-схемы турбулентности в описании процессов вихревой диффузии импульса и тепла в устойчиво стратифицированном планетарном пограничном слое, верхней тропосфере и нижней стратосфере, где турбулентность порождается разрушением внутренних гравитационных волн или сдвиговой неустойчивостью в условиях устойчивой стратификации.

Сравнительный анализ вертикальных коэффициентов вихревой диффузии импульса и тепла, прямо измеренных в верхней тропосфере и нижней стратосфере, с их аналогами, оцененными по трехпараметрической RANS-схеме турбулентности, показывает хорошее количественное согласие.

Вычисленный вертикальный коэффициент вихревой диффузии импульса в верхней тропосфере достигает значения $10 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$ и постепенно уменьшается на один порядок величины в нижней стратосфере, на высоте 18 км.

В верхней тропосфере и нижней стратосфере (в атмосферных слоях от 4 до 8 км и от 14 до 18 км соответственно) вихревые коэффициенты диффузии тепла и импульса одинаковы по порядку величины, $K_h \sim K_m$. Это поразительно контрастирует с внешней областью планетарного пограничного слоя, где отношение вихревых коэффициентов диффузии $K_h \sim K_m$ в условиях сильно устойчивой стратификации может достигать значений, равных 0,1–0,02. Турбулентные вихри, порождаемые вблизи поверхности, транспортируются во внешнюю область пограничного слоя, деформируются силой плавучести и в условиях устойчивой стратификации подавляются в вертикальном направлении, удлиняются по горизонтали, частично трансформируясь во внутренние волны.

Список литературы

1. Mahrt L. Stratified atmospheric boundary layers and breakdown of models // Theor. Comput. Fluid Dynamics. 1998. Vol. 11. P. 263–279.
2. Strang E.J., Fernando H.J.S. Vertical mixing and transport through a stratified shear layer // J. of Physical Oceanography. 2001. Vol. 31. P. 2006–2048.
3. Monti P., Fernando H.J.S., Princevac M., Chan W.C., Kowalewski T.A., Pardyjak E.R. Observations of flow and turbulence in the nocturnal boundary layer over a slope // J. of Atmospheric Sci. 2002. Vol. 59, No. 17. P. 2513–2534.
4. Ohya Y. Wind-tunnel study of atmospheric stable boundary layers over a rough surface // Boundary-Layer Meteorology. 2001. Vol. 98, No. 1. P. 57–82.

5. **Richardson L.F.** The supply of energy from and to atmospheric eddies // Proc. R. Soc. London A. 1920. Vol. 97, No. 686. P. 354–373.
6. **Jacobitz F.G., Rogers M.M., Ferziger J.H.** Waves in stably stratified turbulent flow // J. of Turbulence. 2005. Vol. 6. P. 1–12.
7. **Galperin B., Sukhoriansky S., Anderson F.S.** On the Critical Richardson number in stably stratified turbulence // Atmospheric Sci. Letters. 2007. Vol. 8. P. 65–69.
8. **Zilitinkevich S.S., Elperin T., Kleorin N., Rogachevskii I., Esau I., Mauritsen T., Miles M.W.** Turbulence energetics in stably stratified geophysical flows: Strong and weak mixing regimes // Q.J. R. Meteor. Soc. 2008. Vol. 134. P. 793–799.
9. **Weinstock J.** A theory turbulence transport // J. Fluid Mech. 1989. Vol. 202. P. 319–338.
10. **Ueda H., Fukui T., Kajno M., Horiguchi M., Hashiguchi H., Fukao S.** Eddy diffusivities for momentum and heat in the upper troposphere and lower stratosphere measured by mu radar and rass, and a comparison of turbulence model predictions // J. Atmos. Sci. 2012. Vol. 69. P. 323–337.
11. **Gibson M.M., Launder B.E.** Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer // J. Fluid Mech. 1978. Vol. 86. P. 491–511.
12. **Launder B.E.** An introduction to single-point closure methodology. Simulation and modeling of turbulent flows / Eds. T.B. Gatski et al. N.Y.: Oxford University Press, 1996. Chapter 6. P. 243–310.
13. **Курбацкий А.Ф., Курбацкая Л.И.** Трехпараметрическая модель турбулентности для атмосферного пограничного слоя над урбанизированной поверхностью // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2006. Т. 42, № 4. С. 476–494.
14. **Kurbatskiy A.F., Kurbatskaya L.I.** $E - \varepsilon - \overline{\theta^2}$ turbulence model for an atmospheric boundary layer including the urban canopy // Meteor. Atmos. Phys. 2009. Vol. 4, No. 16. P. 63–81.
15. **Курбацкий А.Ф., Курбацкая Л.И.** О вихревом перемешивании и энергетике турбулентности в устойчивом атмосферном пограничном слое // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2012. Т. 48, № 6. С. 666–673.
16. **Jin L.H., So R.M.C., Gatski T.B.** Equilibrium states of turbulent homogeneous buoyant flows // J. Fluid Mech. 2003. Vol. 482. P. 207–233.
17. **Cuxart J., Holtslag A.A.M., Beare R.Y., Bazile E., Beljaars A. et al.** Single-column model intercomparison for a stably stratified atmospheric boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. 2006. Vol. 118. P. 273–303.
18. **Beare R.J., MacVean M.K., Holtslag A.A. et al.** An intercomparison of large-eddy simulations of the stable boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. 2006. Vol. 118. P. 247–272.
19. **Kosovic B., Curry J.** A large eddy simulation study of a quasi-steady, stably stratified atmospheric boundary layer // J. Atmos. Sci. 2000. Vol. 57. P. 1052–1068.
20. **Gerz T., Schumann U., Elghobashi S.** Direct numerical simulation of the stratified homogeneous turbulent shear flows // J. Fluid Mech. 1989. Vol. 200. P. 563–594.
21. **Schumann U., Gerz T.** Turbulent mixing in stably stratified shear flows // J. Appl. Meteorol. 1995. Vol. 34. P. 33–48.
22. **Zhou B., Chow F.K.** Large-eddy simulation of the stable boundary layer with explicit filtering and reconstruction turbulence modeling // J. Atmos. Sci. 2011. Vol. 68. P. 2142–2155.
23. **Курбацкий А.Ф., Курбацкая Л.И.** О турбулентном числе Прандтля в устойчиво стратифицированном атмосферном пограничном слое // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2010. Т. 46, № 2. С. 187–196.
24. **Mahalov F., Nicolaenko D., Tse K.L., Joseph D.** Eddy mixing in jet-stream turbulence under stronger stratification // Geophys. Research Letters. 2004. Vol. 31, Iss. 23. P. L23111.1–L23111.4.

Статья поступила в редакцию 30 июля 2014 г.