ной структурой облака лазерной плазмы при его разлете в вакуум // ПМТФ.— 1989.— № 3.
12. **Доусон Дж., Коу П., Грин Б.** Поглощение света и расширение плазмы, создаваемой с помощью лазера // Лазеры и термоядерная проблема.— М.: Атомиздат, 1973.
13. **Быковский Ю. А., Неволин В. Н.** Лазерная масс-спектрометрия.— М.: Энергоатомиздат, 1985.
14. **Montes A., Hubbard M. et al.** Classical absorption and heat conduction in low-irradiance, long-pulse CO_2-laser-plasma interactions // Appl. Phys. Lett.— 1980.— V. 36, N 8.
15. **Пикалов В. В.** Пакет прикладных программ, ориентированных на задачи вычислительной томографии.— Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1985.

г. Новосибирск *Поступила 13/VII 1988 г.*

УДК 541.183

Л. К. Филиппов

ФРОНТАЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ ДИНАМИКИ ФИЗИЧЕСКОЙ АДСОРБЦИИ СМЕСЕЙ

Анализ фронтальных режимов динамики физической адсорбции многокомпонентных смесей для разного типа теоретических моделей, учитывающих различные механизмы межфазного массообмена, представляет теоретический и практический интерес для выбора оптимальных режимов адсорбционного разделения смесей [1]. Для простейшей теоретической модели динамики адсорбции (равновесной модели идеального вытеснения), которая описывается гиперболической в узком смысле системой квазилинейных уравнений, анализ фронтальных режимов в большинстве случаев [2, 3] проводится с помощью условий Лакса [4—6]. Для теоретических моделей динамики адсорбции смесей с учетом размывающих факторов, которые описываются смешанной квазилинейной системой уравнений, в [7] получены условия реализации фронтальных режимов, зависящих не только от вида изотерм адсорбции, как в случае простейшей модели для гиперболических уравнений, но и от значений коэффициентов массообмена, характеризующих различные механизмы межфазного массообмена. Гиперболические системы уравнений динамики адсорбции смесей могут допускать существование в рамках условий Лакса нескольких (неединственность) фронтальных режимов [8].

В настоящей работе обсуждается вопрос о выборе единственного фронтального режима с помощью анализа аналитических решений для уравнений динамики адсорбции смесей с учетом приближенных модельных уравнений, учитывающих межфазный массообмен.

1. Фронтальная динамика физической адсорбции многокомпонентных смесей описывается системой квазилинейных уравнений материального баланса и кинетики межфазного массообмена для каждого компонента смеси [7]:

$$\partial c_m/\partial t + u\,\partial c_m/\partial z + \delta\,\partial q_m/\partial t = \sum_{k=1}^{n} D_{mk}^{(l)}\partial^2 c_k/\partial z^2, \quad \delta = (1-\sigma)/\sigma, \tag{1.1}$$

$$\partial q_m/\partial t = \sum_{k=1}^{n} G_{mk}\,[f_k(c) - q_k], \quad 1 \leqslant m, \quad k \leqslant n.$$

Здесь c_m — концентрация m-го компонента смеси в подвижной фазе; q_m — концентрация m-го компонента смеси в адсорбированной фазе; $f_m(c)$ — уравнения изотерм адсорбции; u — линейная скорость потока; $D_{mk}^{(l)}$ — коэффициент диффузии ($m = k$) и взаимной диффузии ($m \neq k$); G_{mk} — коэффициенты межфазного массообмена; n — число компонентов смеси.

Для простейшей равновесной ($1/G_{mk} = 0$) модели идеального вытеснения $\left(D_{mk}^{(l)} = 0\right)$ система (1.1) превращается в гиперболическую

$$\partial c_m/\partial t + u\partial c_m/\partial z + \delta\partial f_m(c)/\partial t = 0,$$
$$1 \leqslant m \leqslant n,$$

которую запишем в матричном виде

$$\partial c_m/\partial t + uB_{mk}\partial c_k/\partial z = 0, \tag{1.2}$$

$$B_{mk}^{-1} = E_{mk} + \delta f_{mk}, \quad f_{mk} = \partial f_m/\partial c_k$$

(E_{mk} — единичная матрица). Система уравнений (1.2) для начальных и граничных условий

$$(1.3) \qquad c_m(0, t) = c_{0m},\ c_m(z, 0) = c^0{}_m,\ c_{0m},\ c^0{}_m = \text{const}$$

допускает существование двух фронтальных режимов: фронтального режима типа бегущих концентрационных волн (ударных волн)

$$(1.4) \qquad c_m(z,t) = c_m(y),\ y = z - w_i t + y_{0i},\ y_{0i} = \text{const},$$

и фронтального режима типа расплывающихся концентрационных волн (волн разрежения)

$$(1.5) \qquad c_m(z,t) = c_m(\xi),\ \xi = z/t.$$

Для изотерм адсорбции $f_m(c)$ с монотонными собственными значениями μ_g матрицы f_{mk} условия существования (условия Лакса) режимов типа (1.4), (1.5) имеют соответственно вид [4, 6]

$$(1.6) \qquad v_i(c^{(i-2)}) > w_i > v_i(c^{(i-1)}),\quad c_{0m} > c_m^0,$$

$$c_m^{(i-2)} = c_m(y = -\infty),\quad c_m^{(i-1)} = c_m(y = +\infty),\quad 1 \leqslant i \leqslant n,$$

$$v_i(c^{(i-2)}) < v_i(c) < v_i(c^{(i-1)}),\quad c_m^{(i-2)} = c_m(\xi \to 0),$$

$$c_m^{(i-1)} = c_m(\xi \to \infty),\quad v_i = u/(1 + \delta\mu_{(n-i+1)}),$$

где v_i — собственные значения матрицы uB_{mk} (см. (1.2)). Скорость w_i находим из уравнений Гюгонио [6]:

$$(1.7) \qquad w_i = u/(1 + \delta[f_m(c)]/[c_m]),$$

$$[c_m] = c_m(y = -\infty) - c_m(y = +\infty),$$

$$[f_m(c)] = f_m(c(y = -\infty)) - f_m(c(y = +\infty)).$$

Для динамики адсорбции смесей, согласно (1.6), система (1.2) может допускать несколько фронтальных решений типа (1.4) [8]. Поэтому вопрос о выборе единственного физически реализуемого фронтального режима типа (1.4), (1.5) в рамках условий Лакса остается открытым. Для его решения рассмотрим систему уравнений динамики адсорбции смесей с учетом приближенных уравнений, учитывающих межфазный массообмен:

$$(1.8) \qquad \partial c_m/\partial t + u\,\partial c_m/\partial z + \delta\,\partial f_m(c)/\partial t = \sum_{k=1}^{n} \tau_{mk}\partial^2 c_k/\partial t^2,$$

которые для изотерм определенного вида (см. (1.9)) допускают аналитическое решение. Система (1.8) получена из (1.1) для $D_{mk}^{(l)} = 0$ и приближенных модельных уравнений кинетики межфазного массообмена

$$q_m = f_m(c) - \sum_{k=1}^{n} \tau_{mk}\partial c_k/\partial t,\quad \tau_{mk} = \sum_{g=1}^{n} G_{mg}^{-1} f_{gk}.$$

С физико-химической точки зрения [1] уравнения изотерм адсорбции смесей $f_m(c)$ должны удовлетворять условиям $f_m(c) \geqslant 0$, $f_{mm} > 0$, $f_{mk} < 0$, $m \neq k$. Для квазилинейных изотерм адсорбции смесей

$$(1.9) \qquad f_m(c) = f_{0m} + \sum_{k=1}^{n} K_{mk}c_k,\quad K_{mm} > 0,\quad K_{mk} < 0,\quad m \neq k$$

и системы (1.1) и (1.8) можно построить аналитическое решение. Для нелинейных изотерм вида

$$(1.10) \qquad f_m(c) = k_0 c_m + \sum_{g=1}^{n} b_{mg}c_m c_g,\quad k_0 > 0,$$

при

$$(1.11) \qquad \tau_{mk} = \tau E_{mk},\ \tau > 0,$$

и системы (1.8), (1.11) для неособой матрицы b_{mk} также можно найти аналитическое решение.

Квазилинейная система (1.1) и система уравнений (1.8) могут допускать фронтальный режим типа расплывающихся концентрационных волн, для которого

$$c_m(z, t) = c_m(\xi, t),\ \xi = z/t,\ 1 \leqslant m \leqslant n. \tag{1.12}$$

В предыдущем решении величина t рассматривается как параметр. При $t \to \infty$ решение (1.12) асимптотически стремится к автомодельному решению (1.5).

2. Рассмотрим аналитические решения системы (1.1), (1.8) для изотерм вида (1.9), (1.10). Аналитические решения системы (1.1) для квазилинейных изотерм (1.9) найдем с помощью интегрального преобразования Лапласа по времени. После преобразований асимптотическое (z, $t \to \infty$) решение запишем как

$$c_m(z, t) \approx 1/2 \sum_{k=1}^{n} A_{mk} \operatorname{erfc}\left(y_k^{(i)}\right), \tag{2.1}$$

$$y_k^{(i)} = (z/w_i - t)/\left[2\left(b_k^{(i)} z\right)^{1/2}\right] \quad (1 \leqslant m,\ k,\ i \leqslant n),$$

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \pi^{-1/2} \int_0^x \exp(-t^2)\, dt.$$

Каждому индексу волны i ($1 \leqslant i \leqslant n$) соответствуют собственные значения $b_k^{(i)}$ матрицы $H_{gj}^{(i)} = \left(D_{mk}^{(i)}/w_i^2 + \delta \sum_{s=1}^{n} G_{gs}^{-1} f_{sj}\right) \Big/ u$ и собственные значения w_i матрицы uB_{mk}, которые пронумеруем следующим образом:

$$w_1 < w_2 < w_3 < \ldots < w_n \ (1 \leqslant i \leqslant n), \tag{2.2}$$

$$w_i = u/(1 + \delta\mu_{(n-i+1)})$$

(μ_m — собственные значения матрицы K_{gs}). Из предыдущих решений следует, что асимптотические решения (2.1) для (1.1) при наличии (1.9) совпадают с асимптотическими решениями системы (1.8), если величины $b_m^{(i)}$ равняются собственным значениям матрицы τ_{mk}/u, и с (1.8), (1.11), если $\tau = u \max\limits_{i,m} b_m^{(i)}$. Строго говоря, фронтальный режим типа (1.4) имеет место только для (1.2), а для (1.1), согласно (2.1), существуют нестационарные режимы.

Отметим специфические особенности фронтальной динамики адсорбции для (1.9). В случае нелинейных выпуклых изотерм (например, (1.10) при $b_{mm} < 0$) сильно адсорбируемый компонент смеси (с наименьшим значением b_{mm} в (1.9), например b_{11}) при адсорбции «поглощается полностью», так как концентрация первого компонента смеси для фронтального режима, двигающегося со скоростью w_1, изменяется в интервале $c_{01} \geqslant c_1 \geqslant c_1^0$. Величина w_1 при этом зависит от концентраций компонентов смеси (см. (1.7)). Для (1.9) сильно адсорбируемый компонент смеси (например, первый) не зависит от концентраций компонентов смеси (см.(2.2)), и для согласования (2.2) с (1.7) концентрация первого компонента изменяется в интервале $c_{01} \leqslant c_1 \leqslant c_1^{(1)}$, $c_1^{(1)} > c_1^0$. Величины $c_m^{(k)}$ находятся из уравнений (1.7), которые согласуются с (1.3).

Рассмотрим решение системы уравнений (1.8), (1.11) для нелинейных изотерм (1.10). Для неособой матрицы B_{mk}

$$c_m = \sum_{k=1}^{n} B_{mk} g_k \quad (1 \leqslant m,\ k \leqslant n) \tag{2.3}$$

коэффициенты выбираются таким образом, чтобы для каждого фиксированного значения m ($1 \leqslant m \leqslant n$) в $\sum\limits_{r,k=1}^{n} B_{mr}^{-1} b_{rk} B_{rj} B_{km} g_j g_m$ отличными от нуля были только диагональные члены квадратичной формы, это будет при

$$g_m^2 b_m = \sum_{r,k=1}^{n} B_{mr}^{-1} b_{rk} B_{rm} B_{km} g_m^2 \neq 0,$$

$$\sum_{r,k=1}^{n} B_{mr}^{-1} b_{rk} B_{rj} B_{km} g_j g_m = 0 \quad (m \neq j,\ 1 \leqslant m,\ k,\ r,\ j \leqslant n).$$

В таком случае система (1.8), (1.11) «распадается» на отдельные уравнения:

$$a_0 \partial g_m/\partial t + u \partial g_m/\partial z + \delta b_m \partial g_m{}^2/\partial t = \tau \partial^2 g_m/\partial t^2, \tag{2.4}$$

$$a_0 = 1 + \delta k_0,\ g_m(z,\ 0) = g_m{}^0 = \text{const},\ g_m(0,\ t) = h_m(t).$$

При подстановке

$$g_m = g_m{}^0 + A_m \partial(\ln G_m)/\partial t,\ A_m = -\tau/(\delta b_m) \tag{2.5}$$

нелинейное уравнение (2.4) сводится к линейному

$$a_0 \partial G_m/\partial t + u \partial G_m/\partial z = \tau \partial^2 G_m/\partial t^2\ (1 \leqslant m \leqslant n), \tag{2.6}$$

$$G_m(z,\ 0) = 0,\ G_m(0,\ t)/G^0 = \exp\,(b_m t),\ b_m = (g_{0m} - g_m{}^0)/A_m,$$

$$h_m(t) = \text{const};$$

$$G_m(0,\ t)/G^0 = \exp\left(\int_0^t \left(h_m(x) - g_m^0\right) dx\right), \quad h_m(x) = \text{var}. \tag{2.7}$$

Для нулевых начальных условий при $h_m(t) = \text{const}$ решение уравнений (2.6) с помощью интегрального преобразования Лапласа по координате (s — параметр интегрального преобразования) получим в виде

$$G_m(s,\ t) = G^0[\exp\,(b_m t) - \exp\,(\lambda t)]/(s - s_m), \tag{2.8}$$

$$s_m = b_m(b_m \tau - a_0)/u,$$

$$\lambda = a_0/(2\tau) - [a_0{}^2/(4\tau^2) + us/\tau]^{1/2},$$

$$G_m(z,\ t)/G^0 = \exp\,(b_m t + s_m z) - (1/2) \exp\,[a_0 t (1 - d_m)/(2\tau)]\, \text{erfc}\left(z_m^{(1)}\right) -$$

$$- (1/2) \exp\,[a_0 t (1 + d_m)/(2\tau)]\, \text{erfc}\left(z_m^{(2)}\right), \quad d_m = \left(1 + 4us_m/a_0^2\right)^{1/2},$$

$$z_m^{(1)} = (t - a_0 z d_m/u)/(4z\tau/u)^{1/2}, \quad z_m^{(2)} = (t + a_0 z d_m/u)/(4z\tau/u)^{1/2}.$$

С учетом выражений для $G_m(z,\ t)$ и соотношений (2.5), согласно (2.3), находятся аналитические решения системы (1.8), (1.11) для нелинейных изотерм (1.10). С их помощью описываются фронтальные режимы, состоящие из концентрационных волн типа (1.4), (1.12), для многокомпонентных смесей при наличии изотерм (1.10).

В качестве примера проанализируем фронтальные режимы двухкомпонентной смеси ($n = 2$) с изотермами

$$f_1 = 4c_1 - c_1{}^2 - c_1 c_2,\ f_2 = 4c_2 - 0{,}9c_1 c_2 - 1{,}2c_2{}^2. \tag{2.9}$$

Гиперболическая система уравнений (1.2) для изотерм (2.9) в рамках условий (1.6) допускает существование двух фронтальных режимов (неединственность), состоящих для каждого индекса волны i ($1 \leqslant i \leqslant 2$) из концентрационных волн типа (1.4), (1.5).

Распределение концентраций вдоль оси z для режима типа (1.5) находится из системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$dc_m/dc_1 = r_m^{(i)}(c)/r_1^{(i)}(c) \quad (2 \leqslant m \leqslant n), \quad \xi = v_i(c) \quad (1 \leqslant i \leqslant n), \tag{2.10}$$

полученных из (1.2), (1.5). Здесь $r_m^{(i)}$ — правые собственные векторы матрицы uB_{mk} для собственных значений v_i ($1 \leqslant i \leqslant n$).

Согласно (1.6), (1.7), (2.10), для изотерм (2.9) при $c_{01} = 1$, $c_1{}^0 = 0$, $c_{02} = 0{,}1$, $c_2{}^0 = 0$ имеем

режим I

$$(2.11)\quad \begin{aligned} i = 1:\ & v_1^- = u/(1 + 2{,}9463\delta), \quad v_1^+ = u/(1 + 3{,}0316\delta), \\ & c_1^{(1)} = 1{,}093, \quad c_2^{(1)} = 0, \quad w_1 = u/(1 + 2{,}98\delta), \quad v_1^- > w_1 > v_1^+; \\ i = 2:\ & v_2^- = u/(1 + 1{,}814\delta), \quad v_2^+ = u/(1 + 4\delta), \quad w_2 = u/(1 + 2{,}907\delta), \\ & v_2^- > w_2 > v_2^+, \quad c_1^{(2)} = 0; \end{aligned}$$

режим II

$$(2.12)\quad \begin{aligned} i = 1:\ & v_1^- = u/(1 + 2{,}9463\delta), \quad v_1^+ = u/(1 + 2{,}8539\delta), \\ & c_1^{(1)} = 0, \quad c_2^{(1)} = 1{,}146, \quad v_1^- < v_1(c) < v_1^+; \\ i = 2:\ & v_2^- = u/(1 + 1{,}25\delta), \quad v_2^+ = u/(1 + 4\delta), \\ & w_2 = u/(1 + 2{,}625\delta), \quad v_2^- > w_2 > v_2^+, \quad c_2^{(2)} = 0. \end{aligned}$$

Условия Лакса (1.6) для фронтальных режимов (2.11), (2.12) выполняются, поэтому для индексов $i = 1$ и 2 реализуется режим I в виде бегущих концентрационных волн типа (1.4). Для режима II при $i = 1$ существует расплывающаяся концентрационная волна типа (1.5), а при $i = 2$ — бегущая концентрационная волна типа (1.4). Отметим, что собственные значения μ_m матрицы f_{mk} для изотерм (2.9) двухкомпонентной смеси — величины действительные и различные. Собственные значения $\mu_m(c_1, c_2)$ для изотерм (2.9)— монотонные функции от c_1, c_2. Таким образом, показано, что для двухкомпонентной смеси ($n = 2$) и монотонных собственных значений μ_m при $c_m{}^0 = 0$ $(1 \leqslant m \leqslant n)$ гиперболическая система квазилинейных уравнений (1.2) допускает существование нескольких решений. Отметим, что при $c_m{}^0 \neq 0$ $(1 \leqslant m \leqslant n)$ гиперболическая система (1.2) имеет единственное решение, состоящее для каждого индекса i $(1 \leqslant i \leqslant n)$ при наличии монотонных функций μ_m $(1 \leqslant m \leqslant n)$ из комбинации решений типа концентрационных волн (1.4), (1.5). Действительно, с помощью уравнений (1.7), (2.10) для каждого индекса i $(1 \leqslant m \leqslant n)$ можно найти дуги (решения $c_m = c_m(c_1)$ $(2 \leqslant m \leqslant n)$), которые единственным способом соединяют точки c_{0m}, $c_m{}^0$ $(1 \leqslant m \leqslant n)$.

В литературе (в частности, см. [6]) для неконсервативной гиперболической системы (1.2) смеси из трех компонентов ($n = 3$) показана возможность существования нескольких режимов, состоящих из автомодельных решений типа (1.4), (1.5). Вышеприведенный анализ для двухкомпонентной смеси ($n = 2$) впервые доказал существование нескольких режимов для консервативной гиперболической квазилинейной системы уравнений при наличии изотерм адсорбции смесей с монотонными собственными значениями μ_m $(1 \leqslant m \leqslant 2)$.

Проанализируем решения квазилинейной системы (1.8), (1.11) для изотерм (1.10). Система допускает существование фронтальных режимов типа I и II, которые при $h_m(t) = \text{const}$ описываются решениями (2.3), (2.8), при z, $t \to \infty$ превращающимися в асимптотические, состоящие из комбинации концентрационных волн типа (1.4), (1.12). Задавая константы $g_{0m}, g_m{}^0$ в (2.3), (2.8), можно построить аналитические решения, соответствующие режимам типа I и II, состоящим при z, $t \to \infty$ из асимптотических решений типа (1.4), (1.12). Такой анализ показывает устойчивость неединственных (двух) решений системы квазилинейных уравнений (1.8), (1.11), так как при $\tau \to 0$ они монотонно стремятся к решениям (2.11), (2.12).

В рамках математической постановки задачи динамики адсорбции смесей вопрос о выборе единственного режима остается открытым. Для решения этого вопроса необходимо использовать иные, в частности физико-химические, соображения. В [8] на основе физико-химических соображений для выбора единственного физически реализуемого фронтального режима динамики адсорбции смесей ($c_{0m} > c_m{}^0$) получены дополнительные экстремальные условия

$$v_i = \min_{v,w}\left(\min_g v_i^{(g)};\ \min_s w_i^{(s)}\right) \quad (1 \leqslant m \leqslant n), \tag{2.13}$$

согласно которым для фронтальной динамики адсорбции физически реализуется режим с наименьшим значением скорости. Условия (2.13) имеют следующий физико-химический смысл: для фронтальной динамики адсорбции смесей в первую очередь поглощаются компоненты смеси с наибольшим значением адсорбируемости, что соответствует наибольшему собственному значению μ_g $(1 \leqslant g \leqslant n)$ или, согласно (1.6), наименьшей скорости v_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$.

Для изотерм (2.9), согласно экстремальному условию (2.13), реализуется режим I, так как $w_1 = u/(1 + 2{,}98\delta) < v^-{}_1 = u/(1 + 2{,}94\delta)$. Эти результаты также подтверждаются с помощью численного эксперимента — интегрированием на ЭВМ квазилинейной системы (1.8), (1.11)— и системы (1.1), (1.2).

3. Рассмотрим решения системы (1.8) для матрицы τ_{mk} произвольного вида. Анализ этих решений представляет для данной матрицы большой прикладной интерес, так как с помощью такой системы для целого ряда важных частных случаев можно аналитическим способом приближенно описать процессы адсорбционного разделения смесей в лабораторных и промышленных аппаратах, а также оценить точность приближенных аналитических формул для расчета параметров, характеризующих процессы адсорбционного разделения смесей.

В ряде случаев экспериментальные изотермы адсорбции смесей можно описывать приближенными аналитическими выражениями вида

$$f_m(c) = k_m c_m + \sum_{g=1}^{n} b_{mg} c_m c_g \quad (1 \leqslant m,\ g \leqslant n). \tag{3.1}$$

Для неособой матрицы τ_{mk} система (1.8) с учетом подстановки

$$c_m = \sum_{k=1}^{n} A_{mk} g_k \quad (1 \leqslant m,\ k \leqslant n) \tag{3.2}$$

превращается в следующую:

$$\partial g_m/\partial t + u\,\partial g_m/\partial z + \delta \sum_{s=1}^{n} A_{ms}^{-1}\,\partial f_s(c)/\partial t = \tau_m \partial^2 g_m/\partial t^2, \tag{3.3}$$

так как собственные значения матрицы τ_{mk} и $A_{mg}^{-1}\tau_{gj}A_{jk}$ совпадают (τ_m — собственные значения матрицы τ_{mk}). Для изотермы (3.1) система (3.3) с учетом подстановки

$$g_k = \sum_{p=1}^{n} L_{kp} s_p \quad (1 \leqslant k,\ p \leqslant n) \tag{3.4}$$

имеет вид

$$a_k\,\partial s_k/\partial t + u\,\partial s_k/\partial z + \delta \sum_{p,r=1}^{n} H_{kpr}\partial(s_p s_r)/\partial t = \tau_k^0 \partial^2 s_k/\partial t^2, \tag{3.5}$$

$$H_{kpr} = \sum_{i,m,j,l=1}^{n} L_{ki}^{-1} A_{im}^{-1} b_{mk} A_{mj} L_{jp} A_{kl} L_{lr}, \quad a_k = 1 + \delta k_k^0.$$

Используя

$$s_j = \sum_{l=1}^{n} P_{jl} r_l \quad (1 \leqslant j,\ l \leqslant n), \tag{3.6}$$

систему (3.5) запишем как

$$a_j \partial r_j/\partial t + u\,\partial r_j/\partial z + \delta b_j\,\partial r_j^2/\partial t = \tau_{0j}^0\,\partial^2 r_j/\partial t^2 \quad (1 \leqslant j \leqslant n),$$

если выбрать коэффициенты матриц A_{mk}, L_{kp}, P_{jl} таким образом, чтобы

$$r_j^2 b_j = \sum_{k,p,r=1}^{n} P_{jk}^{-1} H_{kpr} P_{pj} P_{rj} r_j^2 \neq 0,$$

$$\sum_{k,p,r=1}^{n} P_{jk}^{-1} H_{kpr} P_{pj} P_{rs} r_j r_s = 0 \quad (j \neq s, \quad 1 \leqslant k, \ p, \ r, \ j \leqslant n).$$

В соответствии со сказанным решение системы уравнений (1.8) при c_{0m}, $c_m{}^0 = \mathrm{const}$ для изотерм (3.1) можно найти согласно преобразованиям (3.2), (3.4), (3.6) с учетом решений (2.8) для различных a_k, b_j, τ_m $(1 \leqslant \leqslant k, \ j, \ m \leqslant n)$.

Полученные рассмотренным способом аналитические решения позволяют проанализировать все многообразие фронтальных режимов многокомпонентной $(n \geqslant 3)$ динамики адсорбции $(c_{0m} > c_m{}^0)$ и десорбции $(c_{0m} < c_m{}^0)$ для различных значений концентраций c_{0m}, $c_m{}^0$ $(1 \leqslant m \leqslant n)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кельцев Н. В.** Основы адсорбционной техники.— М.: Химия, 1984.
2. **Helfferich F., Klein K.** Multicomponent chromatography: theory of interference.— N. Y.: Acad. Press, 1970.
3. **Кузнецов Н. Н.** Некоторые математические задачи хроматографии // Вычислительные методы и программирование: Сб. ст./Моск. гос. ун-т.— 1977.— Вып. 6.
4. **Lax P.** Hyperbolic systems of conservation // Comm. Pure and Appl. Math.— 1957.— V. 10, N 1.
5. **Tai-Ping-Lin.** Admissible solution of hyperbolic conservation laws // Mem. Amer. Math. Soc.— 1981.— V. 30, N 240.
6. **Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н.** Системы квазилинейных уравнений.— М.: Наука, 1979.
7. **Филиппов Л. К.** Динамика физической адсорбции смесей в изотермическом случае // ДАН СССР.— 1987.— Т. 294, № 2.
8. **Филиппов Л. К.** К теории динамики физической адсорбции многокомпонентных смесей // ДАН СССР.— 1985.— Т. 283, № 4.

г. Москва *Поступила 6/VII 1988 г.*

УДК 532.51

О. Ю. Цвелодуб

О МНОЖЕСТВЕ СТАЦИОНАРНЫХ РЕШЕНИЙ ЭВОЛЮЦИОННОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В АКТИВНО-ДИССИПАТИВНЫХ СРЕДАХ

Численно рассчитаны стационарные периодические решения. Показано, как в результате последовательного каскада бифуркаций возникает счетное множество таких решений.

В последнее время у исследователей волновых процессов в неконсервативных средах большой интерес вызывает уравнение вида

$$H_t + 4HH_x + H_{xx} + H_{xxxx} = 0. \tag{1}$$

Интерес обусловлен тем, что, будучи по виду одним из простейших нелинейных уравнений, которые только можно себе представить, оно появляется при моделировании нелинейного поведения возмущений для достаточно большого класса активно-диссипативных сред и играет для них такую же большую роль, как широко известное уравнение КДВ для консервативных.

Так, при описании волн на поверхности пленки жидкости, свободно стекающей по наклонной плоскости, это уравнение получено в [1, 2], при противоточном движении пленки и газа — в [3], для возмущений на границе раздела двух вязких жидкостей в горизонтальном канале — в [4].