

АНАЛИЗ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ВЫТЯГИВАНИЯ ТОНКОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ СТРУИ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЖИДКОСТИ

УДК 532,526

А. Л. Калабин

Тверской государственный технический университет, 170023 Тверь

Сущность аэродинамического вытягивания струи (АВС) заключается в том, что тянущей силой является аэродинамическая сила трения между струей и воздухом $F_{ar}(x)$. В [1] предложена математическая модель (ММ) АВС, которая позволяет производить расчет параметров струи при различных условиях ее движения.

Цель данной работы — исследование зависимости параметров струи после вытягивания (когда параметры струи практически остаются неизменными при $x = L$) от различных условий ее движения, а именно определение зависимости финальной скорости $V = v(L)$ или диаметра $D = d(L)$ и температуры $T(L) = T_f$ струи от условий ее движения.

Практическое применение результатов моделирования АВС возможно при разработке технологии аэродинамического формования химических волокон (АФВ). При АФВ тянущей силой является сила трения между волокном и воздухом, возникающая вследствие использования эжектора, который расположен по пути движения волокна и образует воздушный поток вдоль формируемого волокна. Этот способ формования позволяет при производстве нетканых материалов из расплава полимеров на одной технологической стадии получать волокно и конечный продукт. Следует отметить, что финальный диаметр D и температура T_f волокна в значительной степени определяют качество получаемого нетканого материала аутогезионным соединением нитей. Некоторые технологические и физические проблемы АФВ рассмотрены в [2–4]. Известны математические модели АФВ [5, 6].

1. Основные уравнения и краевые условия. Для более адекватного описания процесса АВС предлагается более усовершенствованная ММ по сравнению с [1]. На основе баланса сил, действующих на струю при движении, согласно [7, 8], получено более общее уравнение движения струи, учитывающее вязкоупругость жидкости, вязкость которой представима как функция $\mu(T, dv/dx)$ [7]:

$$v'' + \{\ln(\mu/v)\}' + [A_{sf}v^{-0,5} - \rho v]\{v'/\mu + \{\rho g - \text{sign}(\Delta v)A_{ar}\Delta v^{2-\xi}v^{0,5(\xi+1)}\}/\mu = 0. \quad (1.1)$$

Здесь и ниже $v' = dv/dx$; штрих означает дифференцирование по x ; x — координата по пути движения струи; g — ускорение свободного падения; ρ — плотность жидкости; $c_f = a_c \text{Re}^{-\xi}$ — коэффициент аэродинамического трения; ρ_0 — плотность среды; $\Delta v = v(x) - u(x)$ — разность скоростей струи v и среды u ; $\text{Re} = 2R|\Delta v|/\nu_0$ — критерий Рейнольдса; a_c и ξ — константы; σ — коэффициент поверхностного натяжения; G — расход жидкости; ν_0 — кинематическая вязкость среды; $R(x)$ — текущий радиус струи; $A_{ar} = a_c \rho_0 (2/\nu_0)^{-\xi} (\pi \rho / G)^{0,5(1+\xi)}$; $A_{sf} = (\sigma/2)\sqrt{\pi \rho / G}$.

Уравнение (1.1) одномерное, полученное в допущении, что распределение осевой скорости по поперечному сечению струи однородно. Основные допущения теории движения тонкой струи приведены в [7, 8].

Для вязкости жидкости функция $\mu(T, dv/dx)$, согласно [7, 9], принята в виде

$$\mu = 3\mu_0 \exp[\beta(1/T - 1/T_0)]\{m_0 + m_1(v')^{q-1}\}, \quad (1.2)$$

где μ_0 — продольная вязкость при температуре T_0 ; $\beta = E/R_c$; E — энергия активации;

R_c — газовая постоянная; m_0, m_1, q — константы, зависящие от природы материала.

Для описания теплообмена струи и среды в [1–8] использовались одномерные уравнения. Однако анализ показал, что для тонкой струи при следующих величинах порядка: радиус $R \sim 5 \cdot 10^{-5}$ м, скорость $v \sim 100$ м/с и путь движения $L \sim 1$ м, не устанавливается однородное распределение температуры по радиусу струи. Поэтому необходимо для описания теплообмена применять двумерное уравнение, так как температура T существенно влияет на вязкость μ (1.2) и на движение струи. Уравнение теплообмена имеет вид [7]

$$C\rho(T)v\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda(T)r\frac{\partial T}{\partial r}\right). \quad (1.3)$$

Здесь $T(r, x)$ — температура струи; C — удельная теплоемкость; λ — коэффициент теплопроводности. Начальные условия при $x = 0$

$$T(r, 0) = T_1(r), \quad (1.4)$$

граничные условия на внешней границе струи $r = R(x)$

$$-\lambda\frac{\partial T(R, x)}{\partial r} = \alpha[T(R, x) - T_s(x)], \quad (1.5)$$

где T_s — температура окружающей среды; $\alpha = 2\lambda_0 a_n \text{Re}^\gamma / R$ — коэффициент теплоотдачи, вычисляемый из соотношения $\text{Nu} = a_n \text{Re}^\gamma$ [8]; λ_0 — теплопроводность среды; a_n и γ — константы. В центре струи условие симметрии

$$\frac{\partial T(0, x)}{\partial r} = 0. \quad (1.6)$$

Связанная система уравнений (1.1)–(1.6) является математической моделью движения неизотермической струи. Распределение температуры по длине струи влияет на ее вязкость (1.2) и, согласно (1.1), на скорость струи. Вместе с тем скорость струи влияет на распределение температуры через коэффициент теплоотдачи (1.5). Поэтому система уравнений (1.1)–(1.6) решалась совместно. Обыкновенное дифференциальное уравнение (1.1) решалось методом Рунге — Кутты четвертого порядка при постоянном шаге. Наличие подвижной границы $R(x)$ создает дополнительные трудности при решении уравнения (1.3), поэтому для перехода от нестационарной границы $R(x)$ к стационарной используется преобразование Мизеса [10], которое вводит новую безразмерную переменную η , определяемую формулой $\eta = r/R(x)$. Для решения нелинейного уравнения (1.3) применялась неявная схема конечно-разностного метода [10]. Алгебраическая система уравнений линеаризовывалась методом итераций, число которых при расчетах не превышало трех.

Предложенная выше ММ АВС совместно с алгоритмом выбора граничных условий [1] делает возможным расчет параметров струи при различных условиях ее движения.

2. Идентификация математической модели. Для численного моделирования АВС приняты значения параметров технологического процесса АФВ и экспериментальные данные из [2–4]; вязкоупругой жидкостью является расплав полипропилена. Численные значения всех используемых величин приведены в [1].

Для численного моделирования движения струи необходима параметрическая идентификация ММ реальному процессу, для которой применялся метод невязки [11] по экспериментальным распределениям скорости $v(x)$ и температуры струи $T(x)$ по пути движения x , известным из [2–4]. Необходимость идентификации обусловлена определением всех коэффициентов, используемых в ММ АВС. Критерий идентификации выбран в виде функционала

$$I = \int_0^L [\varepsilon_v^2(x) + \varepsilon_T^2(x)] dx \rightarrow \min, \quad (2.1)$$

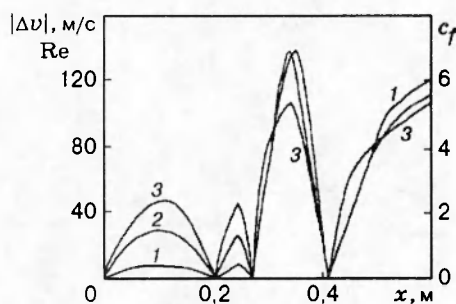


Рис. 1

где $\varepsilon_v(x) = v_e(x) - v_r(x, k)$ и $\varepsilon_T(x) = T_e(x) - T_r(x, k)$ — разности экспериментальных и расчетных значений распределения скоростей и температур. Идентифицируемые коэффициенты представлены как вектор $k = \{\mu_0, \beta, m_0, m_1, q, a_n, \gamma, a_c, \xi\}$, начальные значения которого взяты из [2–4]. Хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных, что соответствует выполнению соотношения (2.1), получено при $a_c = 1$, $\xi = 0,55$, другие компоненты k остались неизменными. Причина изменения в векторе k только компонент a_c и ξ при идентификации объясняется тем, что только они определяют c_f (1.1) и поэтому в значительной степени влияют на тянущую силу $F_{ar}(x)$ [8], которая в основном обуславливает динамику движения струи при аэродинамическом вытягивании.

Проведено численное моделирование для определения зависимости $V(k)$ при указанных выше начальных значениях коэффициентов и последовательном варьировании одного из них. Результаты моделирования и качественного анализа зависимости $V(k)$ совпадают. Для примера рассмотрим обратно пропорциональную зависимость конечной скорости струи V от вязкости жидкости при начальной температуре, которую обозначим как $V \sim 1/\mu_0$. Рост μ_0 приведет к увеличению μ (1.2) и реологической силы $F_{rh}(x)$. Исходя из закона сохранения энергии работа тянущей силы $F_{ar}(x)$ расходуется на работу по растяжению струи, пропорциональную реологической силе, и на кинетическую энергию, пропорциональную квадрату скорости нити v^2 . Поэтому увеличение $F_{rh}(x)$ обуславливает уменьшение V .

3. Анализ движения струи. Представляет интерес анализ характера изменения физических коэффициентов Re , c_f и Nu по пути струи. Зависимости $Re(x)$, $c_f(x)$ и $Nu(x)$, полученные моделированием, приведены на рис. 1, где кривые 1–3 соответствуют $|\Delta v(x)|$, Re , c_f . Зависимость $Nu(x)$ имеет вид, аналогичный $Re(x)$. Следует отметить, что при АВС Re зависит не от скорости струи v , а от относительной скорости Δv (1.1) струи и среды. Функция $\Delta v(x)$ знакопеременная, поэтому в Re входит ее модуль. Согласно соотношениям (1.1) и (1.5), именно $\Delta v(x)$ и затем Re определяют значения других коэффициентов: c_f и Nu .

Моделированием получена зависимость свойств струи в конце движения от основных параметров движения $T_s(x)$, $u(x)$, G , которые обозначим как компоненты вектора c . Зависимость $V(c)$ определена методом последовательного варьирования одной из компонент c при постоянных значениях остальных. Результаты приведены на рис. 2 и 3. На рис. 2 кривые 1–6 отвечают $V(G)$, $V(T_s)$, $V(L_s)$, $T_f(G)$, $T_f(T_s)$, $T_f(L_s)$. Базовые значения $T_s(x)$ и $u(x)$ взяты из [2–4].

При определении зависимости $V[T_s(x)]$ функцию температуры среды брали в виде ($L_s = 0,2$ м)

$$T_s(x) = \begin{cases} T_s = \text{const} & \text{при } x < L_s, \\ 300 \text{ K} & \text{при } x > L_s, \end{cases}$$

где L_s — продолжительность ступенчатой функции T_s по пути движения, которая также

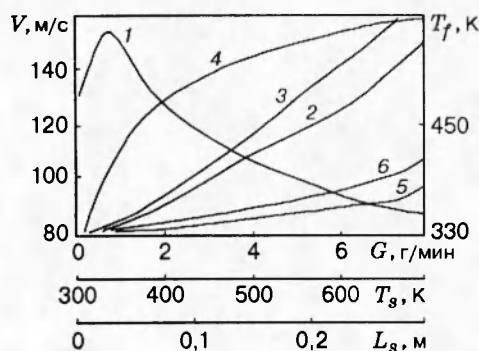


Рис. 2

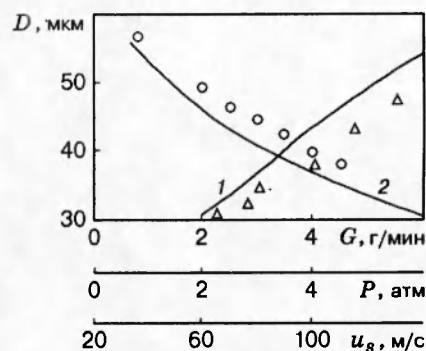


Рис. 3

варьировалась. При повышении температуры среды T_s возрастает средняя температура струи по пути движения, что, согласно (1.2), уменьшает значение вязкости μ и приводит к увеличению V при постоянной тянущей силе. Полученная зависимость близка к линейной, которая удовлетворительно аппроксимируется линейной функцией $V = 74 + 0,18T_s$ (T_s , °C). Аналогичные рассуждения объясняют пропорциональную зависимость $V \sim L_s$ (рис. 2).

При моделировании функция скорости воздуха (среды движения струи)

$$u_s(x) = \begin{cases} u(x) & \text{при } x < 0,3 \text{ м, } x > 0,4 \text{ м,} \\ u = \text{const} & \text{при } 0,3 < x < 0,4 \text{ м} \end{cases}$$

(экспериментальное значение $u(x)$ взято из [2–4]). Увеличение u_s приводит к возрастанию тянущей силы $F_{ar}(x)$ и, согласно закону сохранения энергии, обуславливает рост конечной скорости струи V . Зависимость $V(u_s)$ близка к линейной, которая удовлетворительно аппроксимируется линейной функцией $V = 0,8u_s - 14$.

Все полученные зависимости $V(c)$ и $T_f(c)$ являются монотонными функциями, кроме $V(G)$, которая имеет максимум при $G = 0,7$ (рис. 2). Этот максимум объясняется тем, что начальный радиус струи $R(0)$ пропорционален G , поэтому при $G < 0,7$ нить становится достаточно тонкой, вследствие чего ее охлаждение за время движения приводит к резкому увеличению вязкости μ и к уменьшению скорости струи V . Это подтверждается расчетами распределения температуры в струе. При $G > 0,7$ с увеличением G значительно возрастает сила инерции, что при постоянной тянущей силе уменьшает V .

На рис. 3 для сравнения приведены экспериментальные данные из [12] ($D(G)$ — Δ , $D(P)$ — $\circ$) и расчетные (кривые 1, 2 для $D(G)$, $D(u_s)$). При расчетах получена зависимость $D(u_s)$, которая сравнивается с экспериментальной зависимостью от давления P воздуха в эжекторе. Сравнение этих функций возможно вследствие линейной зависимости между давлением и скоростью воздуха, выходящего из эжектора [13].

Имеет место удовлетворительное совпадение расчетных результатов, полученных по предложенной ММ, и экспериментальных, что свидетельствует об адекватности этой ММ. Расхождение расчетных и экспериментальных данных возможно объяснить как неточностью используемой ММ, которая была разработана с рядом допущений, так и неполной информацией об условиях проведения экспериментов, результаты которых приведены в [12].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 95-02-05911-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Калабин А. Л. Моделирование аэродинамического вытягивания тонкой неизотермической струи вязкоупругой жидкости // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 3. С. 112–116.

2. Генис А. В., Фильберт Д. В., Синдеев А. А. Аэродинамическое формование волокон из расплава // Хим. волокна. 1978. № 1. С. 7–10.
3. Генис А. В., Фильберт Д. В., Синдеев А. А. Баланс сил при аэродинамическом формовании нитей из расплава полипропилена // Хим. волокна. 1978. № 3. С. 27–29.
4. Генис А. В., Фильберт Д. В., Синдеев А. А., Коровицын О. Г. Охлаждение нити при аэродинамическом формовании нитей из расплава полимера // Хим. волокна. 1978. № 5. С. 30–32.
5. Жиганов Н. К., Янков В. И., Алексеев Е. И., Генис А. В. Математическая модель аэродинамического способа формования волокон из расплавов полимеров // Хим. волокна. 1988. № 4. С. 18–20.
6. Елисеев В. И., Флеер Л. А. Сопряженная задача аэродинамического вытягивания струй нагретой вязкой жидкости // ПМТФ. 1988. № 6. С. 148–153.
7. Чанг Дей Хан. Реология в процессах переработки полимеров. М.: Химия, 1979.
8. Зябицкий А. Теоретические основы формования волокон. М.: Химия, 1979.
9. Калинин Э. Л., Саковцева М. Б. Свойства и переработка термопластов. Л.: Химия, 1983.
10. Ши Д. Численные методы в задачах теплообмена. М.: Мир, 1988.
11. Коздоба Л. А., Круковский П. Г. Методы решения обратных задач теплопереноса. Киев: Наук. думка, 1982.
12. Генис А. В., Костылев В. А., Марченко Л. Ю. Роль диаметра волокна при получении термостойкого волокнистого материала // Хим. волокна. 1992. № 2. С. 37–39.
13. Ishihara H., Hayashi S. Theoretical and experimental studies on fiber processing // Физико-химические проблемы производства химических волокон. Калинин, 1990. Т. 1. С. 64–83.

*Поступила в редакцию 31/VII 1995 г.,
в окончательном варианте — 12/II 1996 г.*
