О ТОЧЕЧНОМ ВЗРЫВЕ В ИДЕАЛЬНО ХРУПКОМ ТЕЛЕ

Г. П. Черепанов

(Москва)

Рассматривается постановка задачи о точечном взрыве в идеально хрупком теле; методом анализа размерностей [1] устанавливается зависимость характерного размера разрушенной зоны от интенсивности точечного источника. Кратко рассмотрены некоторые физико-технические проблемы, математическое описание которых можно свести к задаче о точечном взрыве.

1. **Постановка задачи.** Пусть в бесконечном пространстве из идеально хрупкого материала имеется цилиндрическая или сферическая полость радиуса r, на стенки которой в течение времени τ действует давление p. Напомним, что идеально хрупкими называются такие тела, которые подчиняются линейному закону Гука вплоть до разрушения: в частности, вблизи конца трещины отсутствует область, в которой материал не подчинялся бы закону Гука. Тело считается однородным и изотропным: предполагается, что на границу полости выходит некоторое число n начальных трещин длины l_0. В начальный момент тело находилось в покое.

В результате приложения давления происходит развитие трещин; при достаточно больших скоростях роста трещины самопроизвольно ветвятся и число их увеличивается. Процесс разрушения завершается прекращением «размножения» и развития трещин.

Обозначим через R некоторый характерный линейный размер разрушенной области. В качестве R можно взять, например, максимальный размер, определяемый наиболее развитыми трещинами, или размер зоны, образованной несвязными кусками материала. Отыскание этой геометрической характеристики в зависимости от параметров задачи представляет основной интерес.

Допустим, что решение этой весьма сложной динамической задачи теории упругости найдено, и совершим предельный переход

$$\tau \to 0, \quad r \to 0, \quad p \to \infty, \quad l_0 / r \to 0 \tag{1.1}$$

или

$$\tau \to \infty, \quad r \to 0, \quad p \to \infty, \quad l_0 / r \to 0 \tag{1.2}$$

но так, чтобы один параметр, характеризующий интенсивность взрыва, был конечным. В качестве последнего в зависимости от постановки физической задачи (см. ниже) можно взять или полную энергию взрыва $Э$ или импульс взрыва J. Эти величины, очевидно, имеют следующие размерности:

сферический случай

$$[Э] = FL, \qquad [J] = FT \tag{1.3}$$

плоский случай

$$[Э] = F, \qquad [J] = FL^{-1}T \tag{1.4}$$

Здесь F — сила, L — длина, T — время. Таким образом, получается задача о разрушении идеально хрупкого тела под действием точечного взрыва интенсивности $Э$ или J.

Взрыв может происходить или на свободной поверхности тела (поверхностный взрыв), или в глубине тела (камуфлет): в обоих случаях считается, что R конечно, но гораздо меньше характерного линейного размера тела, например радиуса кривизны границы в точке взрыва для первого случая или расстояния места взрыва от поверхности тела во втором случае.

2. **Определение зависимости размера разрушенной области от интенсивности взрыва.** Постановка соответствующей математической задачи такова. Требуется решить уравнения динамической теории упругости в области с подвижными поверхностями разрыва смещений: на изменяющемся во времени контуре поверхностей разрыва (трещин) должны выполняться некоторые дополнительные условия, определяющие скорость, ветвление трещин, их тип и направление развития контура трещин. Начальная конфигурация трещин и полости в покоящемся теле задана.

Динамические уравнения теории упругости сводятся к системе волновых уравнений [2] относительно потенциалов смещения (четырех — в общем пространственном случае и двух — для плоской задачи): в эти уравнения входят только два параметра; c и ν, где c — скорость распространения продольных волн, ν — коэффициент Пуассона ($[c] = LT^{-1}$, $[\nu] = 1$).

Будем считать, что неконтактирующие берега трещин свободны от нагрузок, а на взаимно соприкасающихся берегах имеют место условия сцепления или сухого трения. И в том и в другом случае в граничные условия предельной точечной задачи не будет входить модуль Юнга E. При учете сухого кулонова трения в граничные условия войдет также безразмерный коэффициент трения f трущихся берегов трещин.

В дополнительные условия на контуре динамической трещины в идеально-хрупком теле (определяющие ее скорость, ветвление и направления роста) входит [3] лишь один новый параметр $E\gamma$. Здесь γ — плотность поверхностной энергии, физическая постоянная идеально хрупкого тела, представляющая собой величину диссипации энергии вследствие роста трещины, приходящуюся на единицу площади.

Размерность указанного параметра, очевидно, такова;

$$[E\gamma] = F^2L^{-3} \tag{2.1}$$

Кроме того, в точечной задаче задано дополнительное условие, определяющее интенсивность взрыва; в него входит или величина $Э$, или величина J (см. (1.3), (1.4)).

Характерный линейный размер R разрушенной области зависит только от параметров, входящих в дифференциальные уравнения, начальные, граничные и дополнительные условия задачи.

Используя π-теорему, из приведенного анализа размерностей легко получить следующие формулы;

сферический случай

$$R = \lambda_1(n, f, \nu)\frac{Э^{2/5}}{(E\gamma)^{1/5}}, \qquad R = \lambda_3(n, f, \nu)\frac{(cJ)^{2/5}}{(E\gamma)^{1/5}} \tag{2.2}$$

плоский случай

$$R = \lambda_2(n, f, \nu)\frac{Э^{2/3}}{(E\gamma)^{1/3}}, \qquad R = \lambda_4(n, f, \nu)\frac{(cJ)^{2/3}}{(E\gamma)^{1/3}} \tag{2.3}$$

Здесь λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 — некоторые безразмерные функции своих аргументов; из физических соображений естественно считать их приблизительно постоянными. Слева записаны формулы для задач с конечной энергией источника, а справа — с конечным импульсом. Использование общих соображений позволило легко получить некоторые интересные соотношения: полное аналитическое решение указанной математической задачи доступно лишь для простейшего автомодельного случая и одной трещины [4].

Для упруго-пластической модели тела аналогичный анализ размерностей точечной задачи приводит к следующим зависимостям для размера зоны трещиноватости, соответствующим (2.2) и (2.3)

сферический случай

$$\begin{gathered} R\frac{(E\gamma)^{1/5}}{Э^{2/5}} = f_1\left\{\frac{Э^{1/3}}{R\sigma_s^{1/3}}, \frac{\sigma_s}{E}, \frac{\gamma}{ER}, \nu, f, n\right\} \\ R\frac{(E\gamma)^{1/5}}{(cJ)^{2/5}} = f_2\left\{\frac{(cJ)^{1/3}}{R\sigma_s^{1/3}}, \frac{\sigma_s}{E}, \frac{\gamma}{ER}\ \nu, f, n\right\} \end{gathered} \tag{2.4}$$

плоский случай

$$\begin{gathered} R\frac{(E\gamma)^{1/2}}{Э^{2/3}} = f_3\left\{\frac{Э^{1/2}}{R\sigma_s^{1/2}}, \frac{\sigma_s}{E}, \frac{\gamma}{ER}, \nu, f, n\right\} \\ R\frac{(E\gamma)^{1/3}}{(cJ)^{2/3}} = f_4\left\{\frac{(cJ)^{1/2}}{R\sigma_s^{1/2}}, \frac{\sigma_s}{E}, \frac{\gamma}{ER}, \nu, f, n\right\} \end{gathered} \tag{2.5}$$

Здесь σ_s — характерное напряжение предельного состояния в упруго-пластической модели тела.

Применительно к взрыву в грунтах наиболее известны модель Кулона — Тейлора — Пинни [5] и модель Мизеса — Шлейхера — Григоряна [6]. Различные теории предельного состояния использовали Хилл, Корявов, Зволинский, Алиев и др. для решения задачи о сферическом взрыве.

Напомним, что для хрупких тел принципиально не применима концепция предельного состояния, лежащая в основе моделей идеально упруго-пластического тела; в частности, разрушающее напряжение для хрупкого тела существенно зависит от структуры материала, изменяющейся в процессе разрушения.

Известный закон Гопкинсона $R \sim Э^{1/3}$ получается из (2.4) как предельный случай. Другой предел применимости закона Гопкинсона связан с относительно большим влиянием силы тяжести для более мощных взрывов [5]. Практически «закон одной третьей» и «закон двух пятых» неразличимы вследствие значительного разброса данных.

Целесообразно проанализировать некоторые конкретные физико-технические проблемы, приводящие к постановке задачи о точечном взрыве, с определением соответствующих величин $Э$ или J.

3. **Выделение химической энергии.** Механизм разрушения при взрыве обычных взрывчатых веществ (тротил, порох и т. д.) следующий. В результате химической реакции, проходящей с большой скоростью, твердое или жидкое взрывчатое вещество превращается в газ, находящийся под большим давлением. Последний и совершает разрушение и деформацию тела.

В рассматриваемом случае полная энергия взрыва $Э$ прямо пропорциональна внутренней энергии заряда ВВ, которая в свою очередь прямо пропорциональна массе заряда Q, т. е.

$$Э = \eta Q \tag{3.1}$$

Здесь коэффициент пропорциональности η зависит от формы полости, от формы заряда, от расположения заряда в полости, от способа инициирования взрыва, от расположения начальной полости (на поверхности или далеко от поверхности). Особенно сильно зависит η от указанных факторов в случае взрыва на поверхности.

Согласно данным, приведенным в работе [7], 60 ÷ 70% всей химической энергии заряда превращается в механическую энергию, что позволяет оценить величину η.

4. **Прохождение волны через дефект.** Пусть в теле имеется начальная полость или дефект типа трещины с площадью S_0; при прохождении через дефект мощной кратковременной волны растяжения с напряжением порядка σ на каждую стенку трещины действует импульс порядка $J \approx \sigma S_0 \tau$. Требуется определить конечный размер трещины R [8]. Эта задача представляет собой интерес в связи с проблемой безопасности сооружений и скальных откосов.

Если $R \gg l_0$, где l_0 — линейный размер начальной трещины, и $l_0 \sim c\tau$, то имеет смысл постановка точечной задачи с конечным импульсом J; в этом случае R определяется второй формулой (2.2).

5. **Удар о полупространство.** При нормальном ударе о хрупкое полупространство точечной массы m, движущейся с весьма большой скоростью v, для определения размера разрушенной зоны следует пользоваться первой формулой (2.2); величина $Э$ будет равна кинетической энергии частицы.

При сравнительно малых скоростях движения, близких к квазистатическим, следует пользоваться второй формулой (2.2); величина J будет равна количеству движения частицы. Последняя задача представляет собой особый интерес в связи с проблемой ударного бурения [9].

Выбор этих решений основан на следующих предельных переходах, описывающих указанные крайние случаи

$$\begin{array}{llll} m = \varepsilon^2 \to 0, & v = 1/\varepsilon \to \infty, & mv^2 \to 1, & mv \to 0 \\ m = 1/\varepsilon \to \infty, & v = \varepsilon \to 0, & mv^2 \to 0, & mv \to 1 \end{array} \tag{5.1}$$

В качестве формулы, описывающей промежуточные случаи, естественно взять аппроксимирующее выражение

$$R = \lambda_3 \frac{m^{2/5}}{(E\gamma)^{1/5}} \left[(cv)^{2/5} + \zeta_1 \left(\frac{1}{2} v^2 \right)^{2/5} \right] \qquad \left(\zeta_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \right) \tag{5.2}$$

В плоском случае представляет собой интерес задача об ударе абсолютно жестким клином по хрупкому полупространству с начальной трещиной длины l_0; в результате расклинивающего удара длина трещины становится равной R. Аналогично предыдущему для величины R при $R \gg l_0$ можно найти следующую аппроксимирующую формулу, используя зависимости (2.3)

$$R = \lambda_4 \frac{m^{2/3}}{(E\gamma)^{1/3}} \left[(cv)^{2/3} + \zeta_2 \left(\frac{1}{2} v^2 \right)^{2/3} \right] \qquad \left(\zeta_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_4} \right) \tag{5.3}$$

Здесь m — масса клина, приходящаяся на единицу его длины. Постоянные λ_2 и λ_4 в данном случае зависят также от угла раствора клина.

6. **Выделение тепловой энергии.** При подземных атомных взрывах в прочных скальных породах атомная энергия заряда W (по формуле Эйнштейна равная произведению квадрата скорости света на дефект массы ядерного горючего) превращается в тепловую энергию и энергию излучения. В очаге взрыва из вещества горной породы

образуется высокотемпературная плотная плазма: механическое разрушение породы вдали от очага происходит точно так же, как и при взрыве обычного ВВ, только в больших масштабах.

В данном случае величина $Э$ прямо пропорциональна W

$$Э = \xi W \tag{6.1}$$

однако коэффициент пропорциональности ξ, разумеется, гораздо меньше, чем при взрыве обычного ВВ. Согласно данным, приведенным в работе [7], 20 ÷ 30% всей энергии W превращается в механическую энергию, что позволяет оценить величину ξ. Полученная зависимость (2.2) вместе с (6.1) достаточно хорошо описывает имеющиеся данные по подземным ядерным взрывам [7,10] (впрочем, как и закон Гопкинсона).

В заключение автор выражает признательность В. Н. Мосинцу за обсуждение данной работы.

Поступила 3 II 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., Гостехиздат, 1957.
2. Соболев С. Л. Некоторые вопросы теории распространения колебаний. В кн.: Франк Ф. и Мизес Р. «Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики», М.— Л., ОНТИ, 1937.
3. Cherepanov G. P. Cracks in Solids. Int. J. Solids and Structures, 1968, vol. 4.
4. Афанасьев Е. Ф., Черепанов Г. П. Автомодельные динамические задачи теории упругости для щели. Труды конференции по динамическим задачам теории упругости и пластичности. Кишинев, 1968.
5. Чедвик П., Кокс А., Гопкинс Г. Механика глубинных подземных взрывов. М., «Мир», 1966.
6. Григорян С. С. Об основных представлениях динамики грунтов. ПММ, 1960, т. 24, вып. 6.
7. Аитикаев Ф. Ф. Параметры сейсмических колебаний, возбужденных взрывом. Экспериментальная сейсмика. Тр. Ин-та физики Земли АН СССР, 1964, № 32 (199).
8. Черепанов Г. П. О влиянии импульсов на развитие начальных трещин. ПМТФ, 1963, № 1.
9. Черепанов Г. П., Соколинский В. Б. О разрушении хрупких тел при соударении. Труды конференции по контактным задачам, М., 1969.
10. Нифонтов Б. И., Протопопов Д. Д., Ситников И. Е., Куликов А. В. Подземные ядерные взрывы. М., Атомиздат, 1965.

УДАРНАЯ СЖИМАЕМОСТЬ ПОЛИСТИРОЛА С РАЗЛИЧНОЙ НАЧАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТЬЮ

И. П. Дудоладов, В. И. Ракитин, Ю. Н. Сутулов, Г. С. Телегин

(Москва)

Представлены результаты исследования динамической сжимаемости полистирола $[C_6H_5 - CH{-}CH_2]_n$ с начальной плотностью, равной 1,0, 0.7, 0.5 и 0.3 *г/см*³ до давлений 200—400 *кбар*. Приведены D (волновая скорость) — ρ_0 (начальная плотность)-зависимости для образцов нормальной и пониженной плотности, полученные в идентичных условиях.

Даны соотношения волновая скорость — массовая скорость для полистирола нормальной и пониженной плотности и их ударные адиабаты.

Подобрано простейшее уравнение состояния, удовлетворительно описывающее всю совокупность экспериментальных данных.

Изучение ударной сжимаемости полистирола с различной начальной плотностью проводилось по «методу отражения», подробно изложенному в [1-3]. Давления, реализуемые в исследуемых образцах, были получены при помощи измерительных устройств, описанных в [4,5]. Скорость распространения ударных волн в образцах регистрировалась электроконтактным методом. В качестве экранов, прикрывающих об-