Физика горения и взрыва, 1996, т. 32, № 3

УДК 536.46

ВЫРОЖДЕНИЕ СТАЦИОНАРНОЙ ВОЛНЫ ГОРЕНИЯ В СВС-ПРОЦЕССАХ

И. М. Котин

**Институт технической акустики АН Беларуси,
210023 Витебск**

В работе рассмотрено вырождение стационарной волны в СВС-процессах. Получено аналитическое выражение для производной от квадрата скорости горения по «температуре обрезки» теплового источника. Показано существование области параметров горения, при которых волну горения можно приближенно считать стационарной.

Определяющая особенность процессов горения — их прогрессивное самоускорение [1], обусловленное выделяющейся теплотой и высокой энергией активации процессов. Таким образом, должны выполняться следующие неравенства для безразмерных параметров:

$$\beta = RT_*/E \ll 1, \qquad \gamma = RT_*^2 c_p/EQ \ll 1$$

(Q — тепловой эффект реакции, E — энергия активации, R — газовая постоянная, c_p — удельная теплоемкость смеси, T_* — характерная температура). Для процессов горения характерна также низкая скорость реагирования при начальной температуре T_0. Более того, как показано в [2], для существования стационарной волны горения и единственности скорости ее распространения необходимо, чтобы скорость реакции обращалась в нуль не только при T_0, но в некоторой области температур $T_0 \leqslant T \leqslant T_c$ (T_c — фиктивная «температура обрезки» теплового источника). При этом скорость горения ω не должна зависеть от T_c в некотором ее интервале.

В работе [3] численно исследована зависимость скорости распространения стационарной волны горения в газовой смеси от T_c при различных значениях γ и β. Рассматривался случай, когда число Льюиса $\mathrm{Le} = D/æ = 1$ (D — коэффициент диффузии, $æ$ — температуропроводность). Показано, что зависимость $\omega(T_c)$ может быть двух видов: с наличием почти горизонтального участка («плато») и без него. Ее вид контролируется параметром $\Gamma = \gamma - \beta$. Однако критического значения параметра Γ, разделяющего виды зависимостей, не существует. Стационарная волна будет иметь место, когда выбрано значение Γ такое, что реализуется зависимость $\omega(T_c)$ с «плато». Причем «температура обрезки» должна быть выбрана из интервала температур T_c, соответствующих «плато».

Поскольку в процессах самораспространяющегося высокотемпературного синтеза (СВС) $\mathrm{Le} \ll 1$ (что сильно отличает СВС-системы от газовых), имеет смысл исследовать вырождение стационарной волны горения в СВС-процессах непосредственно.

Рассмотрим уравнение для нахождения скорости стационарной волны горения

$$\nu \frac{da}{d\Theta} = \frac{F(a, \Theta)}{a - \Theta}, \tag{1}$$

где

$$F(a,\Theta) = \begin{cases} f(a)\exp\{-\Theta/[\gamma(1-\mu\Theta)]\}, & 0 \leqslant \Theta \leqslant \delta, \\ 0, & \delta \leqslant \Theta \leqslant 1, \end{cases}$$

с граничными условиями $\Theta = 0: \ a = 0$; $\Theta = 1: \ a = 1$. Здесь a — относительная концентрация имеющегося в недостатке реагента, $\Theta = (T_{\max} - T)/(T_{\max} - T_0)$, $\nu = \omega^2 \exp\{E/RT_{\max}\}/(\text{æ} k_0)$, k_0 — предэкспонент, $\delta = (T_{\max} - T_c)/(T_{\max} - T_0)$, $\mu = (T_{\max} - T_0)/T_0$, $\gamma = RT^2_{\max}/[E(T_{\max} - T_0)]$, $f(a)$ — кинетическая функция, нормированная так, что $f(1) = 1$, T — температура, $T_{\max}$ — максимальная температура в волне горения. В выражении для γ $T_* = T_{\max}$, т. е. предполагается, что $f(a)$ не является «сильной» функцией в смысле работы [4].

Проинтегрировав обе части уравнения (1) по Θ от 0 до 1, получим

$$\nu = \int\limits_0^\delta \frac{F(a,\Theta)}{a-\Theta}\, d\Theta.$$

Продифференцируем затем это выражение по δ, что даст

$$\nu'(\delta) = (1-\delta)^{-1} \cdot \exp\{-\delta/[\gamma(1-\mu\delta)]\}. \tag{2}$$

При получении (2) использовано соотношение $a(\delta) = 1$. Его справедливость можно доказать, исходя из уравнения (1), вида функции $F(a,\Theta)$ и условия $a(\Theta = 1) = 1$.

Таким образом, получено аналитическое выражение для производной от квадрата скорости волны горения по «температуре обрезки» теплового источника. Из (2) следует, что при $\delta \to 1$

$$\nu \sim -F(1,1)\ln(1-\delta).$$

(Аналогичная зависимость получена и для газовых систем при $\delta \to 1$.) Правая часть уравнения (2) при $0 \leqslant \delta \leqslant 1$ всегда положительна и нигде не обращается в нуль. Поэтому, строго говоря, на зависимости $\nu(\delta)$ для любых параметров γ и μ отсутствует «плато». Однако при фиксированном δ с уменьшением γ или с увеличением μ значение $\nu'(\delta)$ уменьшается. Исходя из этого, покажем существование области параметров γ и μ такой, что при выборе последних из этой области имеется интервал значений δ, для которых $\nu'(\delta)$ достаточно мала, например, не превышает 0,1. Для нахождения такой области параметров рассмотрим зависимость минимального по δ значения функции $\nu'(\delta)$ от γ и μ. Определим положение минимума функции $\nu'(\delta)$ по δ (см. (2)) и рассмотрим условия его существования. Уравнение для определения этого минимума имеет вид $\gamma\mu^2\delta^2 + \delta(1-2\mu\gamma) - (1-\gamma) = 0$, решение которого следующее:

$$\delta_+ = \frac{2\gamma\mu - 1 + (1 - 4\gamma\mu(1-\mu))^{1/2}}{2\gamma\mu^2}.$$

Из требования вещественности δ_+ и условия $0 \leqslant \delta_+ \leqslant 1$ получаем область параметров γ, μ, при которых минимум существует и находится в интервале (0,1). Эта область имеет вид

$$\{0 \leqslant \mu \leqslant 0{,}5, \quad 0 \leqslant \gamma \leqslant 1 \cup 0{,}5 \leqslant \mu \leqslant 1, \quad 0 \leqslant \gamma \leqslant [4\mu(1-\mu)]^{-1}\}. \tag{3}$$

В подобласти $\{0 \leqslant \mu \leqslant 0{,}5,\ 0 \leqslant \gamma \leqslant 1\}$ линии уровня функции $N(\mu,\gamma) \equiv \nu'(\delta^+)$ представлены на рис. 1. Для второй подобласти из (3) удобно перейти от переменных μ, γ к переменным μ, B, где $B = 4\gamma\mu(1-\mu)$. Линии уровня функции $M(\mu,B) \equiv \nu'(\delta_+)$ в

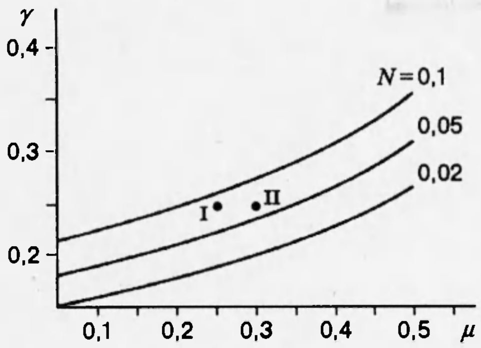

Рис. 1

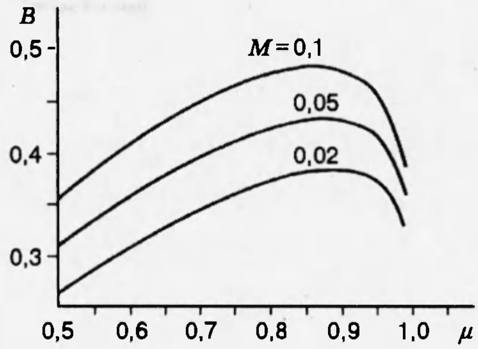

Рис. 2

подобласти $\{0{,}5 \leqslant \mu \leqslant 1, \quad 0 \leqslant B \leqslant 1\}$ изображены на рис. 2.

Если выбрать параметры μ, γ или μ, B из области, находящейся под определенной линией уровня (например, 0,1), то появится конечный интервал (δ_1,δ_2) «температур обрезки», на котором $\nu'(\delta)$ достаточно мала (здесь меньше 0,1). Чем дальше от линии уровня будут выбираться значения параметров, тем шире будет этот интервал. Например, для точки I (см. рис. 1), в которой $\mu = 0{,}25$, $\gamma = 0{,}25$, находим $\delta_1 \approx 0{,}75$, $\delta_2 \approx 0{,}92$; для точки II ($\mu = 0{,}3$, $\gamma = 0{,}25$) $\delta_1 \approx 0{,}69$, $\delta_2 \approx 0{,}95$. Наличие конечного интервала «температур обрезки», на котором $\nu'(\delta)$ достаточно мала, говорит о том, что существует промежуток времени, в течение которого волна горения распространяется с почти постоянной скоростью. Такую волну можно приближенно считать стационарной.

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда фундаментальных исследований Беларуси по договору Т6-095.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Франк-Каменецкий Д. А.** Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987.
2. **Математическая** теория горения и взрыва / Я. Б. Зельдович, Г. И. Баренблатт, В. Б. Либрович, Г. М. Махвиладзе. М.: Наука, 1980.
3. **Алдушин А. П., Луговой В. Д., Мержанов А. Г., Хайкин Б. И.** Условия вырождения стационарной волны горения // Докл. АН СССР. 1978. Т. 243, №6. С. 1434–1437.
4. **Алдушин А. П., Мартемьянова Т. М., Мержанов А. Г. и др.** Распространение фронта экзотермической реакции в конденсированных смесях при взаимодействии компонент через слой тугоплавкого продукта // Физика горения и взрыва. 1972. Т. 8, № 2. С. 202–212.

Поступила в редакцию 3/II 1995 г.,
в окончательном варианте — 1/XI 1995 г.