

УДК 532.529.5

К ГИДРОДИНАМИКЕ ДВУХФАЗНОГО ПОТОКА  
В ДИСПЕРСНО-КОЛЬЦЕВОМ РЕЖИМЕ ТЕЧЕНИЯ

Б. И. Нигматулин

(Москва)

В рамках трехскоростной и трехтемпературной одномерной стационарной модели рассмотрена гидродинамика дисперсно-кольцевых двухфазных потоков в цилиндрических каналах, характеризующихся совместным движением пристенной жидкой пленки и ядра потока, в свою очередь представляющего собой смесь газа (пара) и жидких капель. Предполагается, что каждая составляющая смеси имеет свою скорость и температуру. Учитывались фазовые превращения, неравномерность массовых скоростей в ядре и пленке, срыв капель с поверхности пленки, а также осаждение на нее. Для описания ядра потока использовались представления, разработанные в работе [1]. Полученные уравнения применялись для определения потери давления, распределения жидкости между пленкой и ядром потока, скольжения между фазами и длины участка стабилизации.

Совместное движение газа и жидкости в одном канале с теплообменом и без него широко используется в энергетике и в химической промышленности. При этом дисперсно-кольцевой режим двухфазного потока имеет место в широком диапазоне изменений давления, удельных массовых расходов смеси, при отношениях массового расхода пара к общему расходу смеси, больших 0.1—0.15, и исследовался во многих работах. В монографии [2] рассмотрены общие вопросы гидравлики газо-жидкостных смесей, в частности для изучения движения двухфазного потока в круглых трубах использованы уравнения гидродинамики, записанные для всей смеси в целом.

В работе [3] изучалось явление кризиса теплообмена при течении пароводяных потоков в трубах, в [4–6] — гидравлическое сопротивление. Измерению касательного напряжения на твердой стенке при течении двухфазного потока электрохимическим методом посвящены работы [7, 8]. Режимы течения двухфазного потока рассмотрены в [9]. Массообмен и скольжение между фазами исследовались в [10–13]. Характер движения жидкой пленки подробно изучался в [14]. Из существующих моделей, описывающих течение двухфазных потоков в трубах, следует отметить модель [15]. Однако в этой модели, как и во многих других (например, в модели Леви), не учитывается разделение жидкости между ядром потока (в виде капель) и жидкой пленкой (которые движутся с существенно различными скоростями). Это приводит, с одной стороны, к неправильным результатам по скоростям фаз, а с другой — к неприменимости этой модели к описанию явлений, в которых важным фактором является жидккая пленка (например, исследование гидравлического сопротивления и кризиса теплообмена, связанного с высыпанием пристенной жидкой пленки).

**1. Вывод основных уравнений.** Пусть в прямолинейном канале течет паро-жидкостная смесь в дисперсно-кольцевом стационарном режиме течения. Рассмотрим движение такой среды при обычных допущениях, принимаемых при рассмотрении многофазных сплошных сред. Считаем, что в ядре потока имеется второй газ, состоящий из жидких капель; скорости и температуры трех составляющих смеси (пара, пленки и капель) могут быть различными; возможны процессы массообмена между фазами: испарение и конденсация на каплях и жидкой пленке, а также процессы срыва капель с поверхности пленки и осаждение капель на нее.

Везде далее параметры, относящиеся к газу, жидкой пленке и каплям, будут снабжаться соответственно индексами 1, 2 и 3 внизу.

Уравнения сохранения масс для пара, пленки и капель в дифференциальной форме имеют следующий вид:

$$\frac{dm_1}{dz} = J_{21} - J_{12} + J_{31} - J_{13}, \quad \frac{dm_2}{dz} = J_{12} - J_{21} + J_{32} - J_{23},$$

$$\begin{aligned} \frac{dm_3}{dz} &= J_{13} - J_{31} + J_{23} - J_{32} \\ \left( m_1 = \int_{F_1}^F \rho_1 u_1 dF = \rho_1 F_1 u_1 m, \quad m_2 = \int_{F_2}^F \rho_2 u_2 dF = \rho_2 F_2 u_2 m \right. \\ \left. m_3 = \int_{F_1}^F \rho_3 u_3 dF = \rho_3 F_1 u_3 m, \quad \rho_1 = \rho_1^\circ \alpha, \quad \rho_2 = \rho_2^\circ, \quad \rho_3 = \rho_3^\circ (1 - \alpha) \right) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $m_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) — поток  $j$ -й составляющей смеси через поперечное сечение канала;  $\rho_j$ ,  $\rho_j^\circ$ ,  $u_j^m$  — соответственно средняя, истинная плотности и средняя расходная скорость  $j$ -й составляющей смеси;  $\alpha$  — объемное содержание газа (пара) в ядре потока;  $F_1(z)$ ,  $F_2(z)$  — соответственно части площади поперечного сечения канала, занятые ядром потока и жидкой пленкой, причем  $F_1(z) + F_2(z) = F$ , где  $F$  — площадь поперечного сечения канала;  $J_{kj}$  ( $k, j = 1, 2, 3; k \neq j$ ) — интенсивности процессов массообмена между составляющими смеси, причем  $J_{kj} \geq 0$  равно количеству вещества  $k$ -й составляющей, перешедшей в  $j$ -ю за единицу времени с единицы длины канала. Здесь, следуя работе [1], массовые переходы между средами условно разбиты на две реакции (каждая из которых при кинетическом рассмотрении имеет прямую и обратную реакции). Необходимость разделения связана с тем, что массовые переходы  $k \rightarrow j$  и  $j \rightarrow k$  могут приводить к различным изменениям импульса и энергии отдельной составляющей смеси.

Складывая уравнения (1.1), получаем уравнение сохранения массы для всей системы

$$\sum_{j=1}^3 \frac{dm_j}{dz} = 0$$

Уравнение сохранения импульса в проекции на ось  $z$  для каждой среды в отдельности с учетом (1.1) будет

$$\begin{aligned} m_1 \frac{du_1^u}{dz} &= -\alpha F_1 \frac{dp}{dz} - \rho_3 F_1 f - f_{12} + J_{21}(u_{21} - u_1^u) + J_{12}(u_1^u - u_{12}) + \\ &\quad + J_{13}(u_1^u - u_{13}) + J_{31}(u_{31} - u_1^u) - \rho_1 F_1 g_1 \\ m_2 \frac{du_2^u}{dz} &= -F_2 \frac{dp}{dz} + f_{12} - f_w + J_{21}(u_2^u - u_{21}) + J_{12}(u_{12} - u_2^u) + \\ &\quad + J_{32}(u_{32} - u_2^u) + J_{23}(u_2^u - u_{23}) - \rho_2 F_2 g_2 \\ m_3 \frac{du_3^u}{dz} &= -(1 - \alpha) F_1 \frac{dp}{dz} + \rho_3 F_1 f + J_{13}(u_{13} - u_3^u) + J_{31}(u_3^u - u_{31}) + \\ &\quad + J_{23}(u_{23} - u_3^u) + J_{32}(u_3^u - u_{32}) - \rho_3 F_1 g_3 \\ \int_{F_1}^F \rho_1 u_1^u dF &= m_1 u_1^u, \quad \int_{F_2}^F \rho_2 u_2^u dF = m_2 u_2^u, \quad \int_{F_1}^F \rho_3 u_3^u dF = m_3 u_3^u \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь  $u_j^{(u)}$  ( $j = 1, 2, 3$ ) — средняя импульсная скорость  $j$ -й составляющей среды;  $f$  — сила взаимодействия между газом и каплями, отнесенная к единице массы капель, из-за несовпадения скоростей фаз в ядре потока (трение, эффект присоединенных масс, сила Магнуса и т. д.);  $f_{12}$  — сила трения на поверхности раздела жидккая пленка — газ; в силу малости расширения проходного сечения для ядра потока, так как предполагается, что происходит достаточно медленное утончение или утолщение пленки по длине канала, можно приравнять эту силу ее осевой составляющей;  $f_w$  — сила трения между жидкой пленкой и твердой стенкой канала. Слагаемые  $J_{kj} u_{kj}$  ( $k, j = 1, 2, 3; k \neq j$ ) представляют собой изменение импульса соот-

ветствующей составляющей смеси за счет массовых переходов из  $k$ -й составляющей в  $j$ -ю, причем  $u_{kj}$  — скорость  $k$ -й составляющей на границе раздела между  $k$ -й и  $j$ -й составляющими смеси. Последние слагаемые в правых частях уравнений (1.2) равны проекциям на ось  $z$  массовых сил.

Складывая соответствующие уравнения (1.2), получаем уравнение сохранения импульса в проекции на ось  $z$  для всей смеси

$$\frac{d}{dz} \sum_{j=1}^3 m_j u_j^u = - F \frac{dp}{dz} - f_w - \sum_{j=1}^3 \rho_j F_j g_j$$

Аналогично (1.2) можно получить уравнение сохранения энергии всей смеси

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left\{ \sum_{j=1}^3 m_j \left[ e_j + \frac{(u_j^e)^2}{2} \right] \right\} = & - \frac{d}{dz} [p (\alpha F_1 u_1^m + F_2 u_2^m + \\ & + (1 - \alpha) F_3 u_3^m)] - \sum_{j=1}^3 m_j g_j + q_w \\ \int_{F_j} e_j^\circ \rho_j u_j dF = m_j e_j, \quad & \int_{F_j} \rho_j u_j^3 dF = m_j (u^e)^2 \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь  $e_j$ ,  $e_j^\circ$ ,  $u_j^e$  — соответственно средняя, истинная внутренние энергии и средняя энергетическая скорость  $j$ -й составляющей смеси;  $q_w$  — внешний приток тепла за единицу времени на единице длины канала.

Запишем уравнения для внутренней энергии пленки и капель, при этом будем учитывать, что капли и жидкая пленка несжимаемые  $\rho_2^\circ = \rho_3^\circ = \text{const}$ , поэтому работа сил давления со стороны пара на деформацию капель и пленки равна нулю; можно пренебречь также поверхностной энергией жидкой пленки и капель.

Внутренняя энергия пленки и капель будет изменяться за счет притока тепла, процессов теплообмена, диссипации энергии из-за действия сил межфазового трения, кроме того, внутренняя энергия пленки изменяется за счет диссипации энергии из-за трения о стенку канала. Таким образом, уравнения для внутренней энергии пленки и капель имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d(m_2 e_2)}{dz} = & q_w - q_{21} + J_{12} e_{12} - J_{21} e_{21} + J_{32} e_{32} - J_{23} e_{23} + \\ & + f_{12} (u_{12} - u_2^u) + f_w u_2^u + p (J_{12} - J_{21}) \left( \frac{1}{\rho_1^\circ} - \frac{1}{\rho_2^\circ} \right) \\ \frac{d(m_3 e_3)}{dz} = & \rho_3 F_1 q_{13} + J_{13} e_{13} - J_{31} e_{31} + J_{23} e_{23} - J_{32} e_{32} + \\ & + \rho_3 F_1 f (u_{13} - u_3^u) + p (J_{13} - J_{31}) \left( \frac{1}{\rho_1^\circ} - \frac{1}{\rho_3^\circ} \right) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Здесь  $q_{21}$  — теплообмен между пленкой и газом за единицу времени на единице длины канала;  $q_{13}$  — теплообмен между газом и каплями, отнесенный к единице массы капель;  $J_{kje_{kj}}$  ( $k, j = 1, 2, 3; k \neq j$ ) — изменение внутренней энергии пленки или капель за счет массовых переходов из  $k$ -й составляющей смеси в  $j$ -ю;  $e_{kj}$  — внутренняя энергия вещества, претерпевающего переход из  $k$ -й составляющей в  $j$ -ю. Последние слагаемые в уравнениях (1.4) равны работе сил давления газа над конденсирующим и испаряющимся веществами.

Вместе с уравнениями состояния, допущениями относительно  $u_{kj}$ ,  $e_{kj}$ , связью между  $u_j^m$ ,  $u_j^u$ ,  $u_j^e$  и соотношениями для  $f_{12}$ ,  $f_w$ ,  $f$ ,  $J_{ki}$ ,  $q_{21}$ ,  $q_{13}$  система дифференциальных уравнений (1.1) — (1.4) образует замкнутую систему в области непрерывного течения.

**2. Связь параметров на границе раздела между составляющими смеси и осредненными характеристиками течения.** Для  $u_{31}, u_{13}, e_{12}, e_{13}, e_{21}, e_{31}$  естественными будут допущения, аналогичные принятым в [1]

$$u_{31} = u_{13} = u_3^u, \quad e_{12} = e_{13} = e_{2s}, \quad e_{21} = e_{31} = e_{1s}$$

Здесь индекс  $s$  внизу относится к состоянию насыщения. Относительно  $u_{12}, u_{21}, u_{23}, u_{32}, e_{23}, e_{32}$  предложим следующее:

$$u_{12} = u_{21}, \quad u_{23} = u_2', \quad u_{32} = u_3^u, \quad e_{32} = e_3$$

Чтобы получить связь между  $u_j^m, u_j^u, u_j^e, u_2'$  и  $u_2^m, e_{23}$  и  $e_2$ , необходимо задаться профилями скоростей и температур в пленке и в ядре потока.

В случае турбулентного течения в пленке [16] при числах Рейнольдса  $R_2 > 300 \div 400$  ( $R_2 = u_2^m \delta / v_2$ , где  $\delta$  — толщина жидкой пленки,  $v_2$  — коэффициент кинематической вязкости жидкости) и турбулентного течения в ядре потока можно принять, что профили скоростей подчиняются степенным законам

$$\frac{u_k - u_2'}{u_k^m - u_2'} = \left(1 - \frac{2r}{D - 2\delta}\right)^{n_k} \quad (k = 1, 3; \quad 0 \leq r \leq \frac{D - 2\delta}{2}),$$

$$u_2 = B \left(1 - \frac{2r}{D}\right)^{n_2} \quad \left(\frac{D - 2\delta}{2} \leq r \leq \frac{D}{2}\right) \quad (2.1)$$

где  $D$  — диаметр канала,  $B$  и  $u_k^m$  — некоторые константы, причем  $n_j = 1/9 \div 1/6$  ( $j = 1, 2, 3$ ).

Тогда соответственно с точностью до  $O(n_j^2)$  и  $O(n_2 \delta / D)$

$$u_j^m = u_j^u = u_j^e = u_j \quad (j = 1, 2, 3), \quad u_2' = (1 + n_2) u_2^m \quad (2.2)$$

При ламинарном течении пленки ( $R_2 < 300 \div 400$ )

$$u_2 = B (1 - 4r^2 / D^2)$$

В этом случае

$$u_2^u = 4/3 u_2^m, \quad u_2' = 2u_2^m, \quad u_2^e = u_2^m \sqrt{2} \quad (2.3)$$

Из (2.2) и (2.3) следует единая запись

$$u_2^u = a_1 u_2^m, \quad u_2' = a_2 u_2^m, \quad u_2^e = a_3 u_2^m$$

**3. Взаимодействие между составляющими смеси.** Для замыкания полученной системы дифференциальных уравнений необходимо получить соотношение для силового взаимодействия между составляющими смеси ( $f_{12}, f_v, f_w$ ), теплового взаимодействия ( $q_{21}, q_{13}, q_w$ ) и массообмена между средами  $J_{kj}$  ( $k, j = 1, 2, 3$   $k \neq j$ ). Все эти процессы сложны и требуют еще детального изучения. Для их определения необходимо знать режим течения и структуру пленки (структуре ее поверхности, связь ее волновых характеристик с толщиной  $\delta$  и скоростями фаз и т. д.), структуру капель (форму капель, их размеры и т. д.). Силу трения между газом и пленкой можно представить в виде

$$f_{12} = 1/2 C_{12} \pi (D - 2\delta) \rho_1 (u_1 - u_2')^2, \quad C_{12} = C_{12} (\delta / D, R_1, R_2),$$

$$R_1 = (u_1 - u_2') (D - 2\delta) / v_1 \quad (3.1)$$

где  $v_1$  — коэффициент кинематической вязкости пара.

Трение между газом (паром) и пленкой непосредственно связано с режимами течения поверхности жидкой пленки, определяемыми скоростями фаз и толщиной пленки. Условно эти режимы можно разбить на три типа: волновой с крупномасштабными волнами, волновой с рябью и режим гладкой пленки. Требуется еще тщательное экспериментальное исследование как режимов течения поверхности пленки, так и границ перехода между ними. Прямые измерения касательных напряжений на поверхности раздела газ — жидккая пленка при наличии процессов срыва влаги с этой поверхности и осаждения на нее в настоящее время не представляются возможными. Заметим, что измерение касательных напряжений на поверхности раздела жидккая пленка — твердая стенка канала возможно, например, электрохимическим методом [7,8].

Коэффициент трения главным образом зависит от характера торможения на волнах, так же как это имеет место в шероховатых трубах, ибо ядро потока как бы движется в канале с жидкими стенками<sup>1</sup>. Однако «шероховатость» их сильно изменяется в широких пределах в зависимости от режима течения пленки и ядра потока.

Коэффициент трения при течении однофазного потока жидкости в шероховатой трубе аппроксимируется [18]

$$C_1 = [2.28 - 4 \lg (\varepsilon / D - 5y^* / D)]^{-2}, \quad \varepsilon / y^* > 12$$

$$C_1 = 0.0008 + 0.0553 R_1^{-0.237}, \quad \varepsilon / y^* < 5 \quad (3.2)$$

При  $5 < \varepsilon / y^* < 12$  можно взять линейную зависимость между первой и второй формулами. Здесь  $\varepsilon$  — высота бугорка песочной шероховатости, а

$$y^* = \frac{D}{R_1} \sqrt{\frac{2}{C_1}}$$

В качестве первого приближения предположим, что для  $C_{12}$  справедливо (3.2), причем величина шероховатости является переменной, примем ее пропорциональной толщине пленки [5]

$$\varepsilon = \eta \delta, \quad \eta = \eta(\delta, R_2)$$

Для режима течения пленки с крупномасштабными волнами на основании анализа экспериментальных данных по гидравлическому сопротивлению при течении газо-жидкостных смесей в трубах [5] можно получить осредненное [значение  $\eta = 6$ . В режиме течения пленки с рябью  $\eta$  падает [5,6] до 0.6—1.0.

В случае больших чисел Рейнольдса пленки ( $R_2 > 10^3$ ), по-видимому, можно пренебречь влиянием  $R_2$  на  $\eta$  и зависимость от  $\delta$  представить в виде

$$\eta = N_1 - N_2 \exp[(N_3 - \delta) N_4] \quad (N_1 \approx 6, N_2 \approx 5.5)$$

где  $N_3, N_4$  — некоторые константы, уточняемые из сравнения с экспериментальными данными по гидравлическому сопротивлению.

Когда пленка жидкости становится очень тонкой, возможно ее разрушение [19]. На данном этапе, не вдаваясь в детали процесса разрушения, положим, что существует некоторая постоянная толщина пленки  $\delta^\circ$ , ниже которой пленка разрушается и образуются сухие пятна. По оценке [19]  $\delta^\circ = 20 \div 50 \text{ мк}$ . В этом случае пар (газ) движется частично по мокрой стенке, частично по сухой, поэтому здесь для силы трения условно берется

<sup>1</sup> Предположение, что процессы, происходящие при обтекании газовым потоком отдельных волн на поверхности пленки, аналогичны тем, которые происходят у бугорков шероховатой поверхности, исходит еще из [17].

некоторое соотношение, построенное из (3.1) и  $f_1 = C_1 \pi D \rho_1^\circ u_1^2 / 2$ , например, в виде

$$f_{12}' = f_{12} - (f_{12} - f_1) (\delta^\circ - \delta) / \delta^\circ$$

Силу трения между жидким пленкой и твердой стенкой канала представим в виде

$$f_w = C_w \pi D \rho_2^\circ u_2^m / 2, \quad C_w = C_w (R_2, \delta / D)$$

Коэффициент трения  $C_w$  зависит от режима течения жидким пленки. В случае развитого турбулентного режима течения жидким пленки  $R_2 > 1000$  [20], принимая  $n_2 = 1/7$ , из (2.1) для гладкой трубы можно получить

$$C_w = 0.0570 / R_2^{0.25} \quad (3.3)$$

При ламинарном течении жидким пленки ( $R_2 < 400$ )

$$C_w = 4 / R_2 \quad (3.4)$$

В переходном режиме  $400 < R_2 < 1000$  в качестве первого приближения можно взять линейную аппроксимацию между (3.3) и (3.4).

В рассматриваемых условиях из сил, действующих со стороны газа на капли, наибольшее значение имеет сила трения, которую можно представить в виде

$$f = \frac{3}{4} \frac{\rho_1^\circ}{\rho_2^\circ} \frac{C_{13}}{d} \frac{(u_1 - u_3)^3}{|u_1 - u_3|} \quad \left( C_{13} = C_{13} (R_{13}, \alpha), \quad R_{13} = \frac{|u_1 - u_3| d}{v_1} \right)$$

где  $d$  — диаметр капель.

В качестве первого приближения можно считать, что объемная концентрация капель достаточно мала, чтобы пренебречь влиянием  $\alpha$  на  $C_{13}$ . Для  $C_{13}$  в широком диапазоне изменения числа Рейнольдса  $R_{13}$  рекомендуется [21] зависимость

$$C_{13} = 24 R_{13}^{-1} + 4 R_{13}^{-0.33}, \quad 700 \geq R_{13} \geq 0$$

Силой за счет эффекта присоединенных масс при  $d \geq 10^{-6} \text{ м}$  и  $\rho_3^\circ / \rho_1^\circ > 10$  [1] можно пренебречь, а проекция силы Жуковского на ось  $z$  равна нулю.

Появление капель в ядре потока связано со срывом жидкости с гребней крупномасштабных волн [14]. Поэтому характерной скоростью процесса срыва будет  $(u_1 - u_2')$ . Дробление капель обычно оценивается при помощи числа Вебера  $W_3$ , характеризующего отношение динамических эффектов к капиллярному давлению

$$W_3 = \frac{\rho_1^\circ (u_1 - u_2')^2 d}{\sigma_2}$$

Здесь  $\sigma_2$  — коэффициент поверхностного натяжения жидкости, из которой состоят капли. В [22], исходя из приближенной теории эллиптической деформации капли для мгновенного приложения внешних сил обтекания, дается характерное число  $W_3^* = 5.4$ , соответствующее распаду капли. Полагаем, что капли, для которых число Вебера превышает это характерное число, распадаются на капли меньшего диаметра с той же суммарной массой, но с диаметром, соответствующим этому характерному числу.

Для оценки интенсивности осаждения  $J_{32}$  можно использовать [10] эмпирическую формулу

$$J_{32} = 0.069 (D - 2\delta) \rho_1^\circ (u_3 - u_2') \left( \frac{\rho_3}{\rho_1} \right)^{0.74} R_{32}^{-0.25}, \quad R_{32} = \frac{(D - 2\delta) (u_3 - u_2')}{v_1} \quad (3.5)$$

Выражение (3.5) записано в принятых в данной работе переменных, причем в качестве характерной скорости взята  $u_3 - u_2'$ , а не  $u_1$ . (В [10] исследовалось выпадение капель на неподвижную стенку.) Следует отметить, что, принимая данное эмпирическое соотношение для интенсивности осаждения, в которое не входит диаметр капель, и имея в виду, что капли движутся в ядре потока со скоростями, близкими к скорости несущей среды, можно сделать вывод, что диаметр капель влияет несущественно на решение системы.

Процессы срыва капель с поверхности жидкой пленки изучались во многих работах, в частности [5, 11, 14]. В большинстве работ интенсивность срыва жидкости приравнивалась интенсивности осаждения, хотя это справедливо только в равновесном случае. Равновесный случай определим, как такое состояние системы, когда скорости составляющих смеси вдоль трубы не меняются (для случая течения смеси в необогреваемом канале). Показано [11], что для сравнительно толстых пленок величина скорости газа, при которой начинается срыв, зависит только от поверхностного напряжения жидкости  $\sigma_2$  и не зависит от ее вязкости. Поэтому в этом случае можно предположить, что переход от режима течения пленки без срыва капель к режиму со срывом будет определяться равенством динамического напора жидкости в некоторой точке гребня волны и капиллярного давления в этой же точке

$$h \rho_2^\circ (u_2')^2 / 2 = \sigma_2 / \delta$$

где  $h$  — некоторый постоянный множитель. Следовательно, условие начала срыва определяется с помощью числа Вебера  $W_2$

$$W_2 = \frac{\rho_2^\circ (u_2')^2 \delta}{\sigma_2}$$

И, очевидно, срыв капель будет происходить тем интенсивнее, чем больше отклонение  $W_2$  от некоторого критического числа  $W_2^*$ .

В первом приближении можно использовать линейное соотношение, связывающее интенсивность срыва с отклонением  $W_2$  от  $W_2^*$

$$\frac{J_{23}}{\pi (D - 2\delta) \rho_1^\circ (u_1 - u_2')} = A (W_2 - W_2^*) \quad (W_2 > W_2^*) \quad J_{23} = 0 \quad (W_2 \leq W_2^*)$$

Причем анализ явления срыва с привлечением теории размерностей позволяет предложить следующее выражение для коэффициента пропорциональности  $A$ :

$$A = \kappa (\rho_2^\circ / \rho_1^\circ) [(u_1 - u_2') / u_2']^m$$

где  $\kappa$ ,  $n$ ,  $m$  — некоторые постоянные. Эти константы вместе с  $W_2^*$  можно оценить, например, по опытным данным по кризису теплообмена второго рода в обогреваемой трубе, связанному с высыханием пристенной жидкой пленки. По этим данным [3] определяются значения массового расходного паросодержания  $x_{bn}^\circ$  (т. е. отношение массового расхода пара к общему массовому расходу смеси в канале), при котором происходит полное высыхание пленки жидкости, а также значения массового расходного паросодержания  $x_{\Delta p}$ , при котором происходит смена режимов течения пленки — с режима, когда имеет место срыв жидкости с ее поверхности, на режим, когда этот срыв прекращается. Зная приращение паросодержания за счет испарения жидкой пленки, можно оценить расход в пленке как на входе в обогреваемую часть экспериментального участка, так и в момент смены режимов. Экспериментально показано, что в случае относительно высоких тепловых потоков  $q_w$  не происходит осаждение капель на пленку из-за отдува их испаряющимся с пленки паром.

По данным о расходе жидкости в пленке можно определить константы  $\kappa$ ,  $n$ ,  $m$ . Используя некоторые соображения [13] относительно скольжения  $u_1/u_2^m$ , оценивалось значение  $W_2^*$ , которое находилось в пределах  $20 \div 50$ . Результаты систематического исследования гидравлических сопротивлений при течении паро-водяной смеси в трубах с подводом и без подвода внешнего тепла в диапазоне давлений на входе  $p = 49 \div 196$  бар, удельных массовых расходов смеси  $w = 500 \div 2000$  кг/м<sup>2</sup>·сек имеются в [4]. В указанных режимах двухфазную смесь можно рассматривать в рамках трехскоростной, но уже однотемпературной модели, когда температура смеси в каждом сечении канала равна температуре насыщения  $T_s$  при давлении в данном сечении. Из (1.4), пренебрегая изменением внутренних энергий пленки и капель по длине канала (в силу малости отношения  $\Delta p/p$ , где  $\Delta p$  — потеря давления на некоторой характерной длине) и изменением внутренней энергии пленки за счет работы сил трения, получим

$$J_{21} = q_w / r, \quad J_{12} = J_{13} = J_{31} = 0$$

Примем наиболее простые уравнения состояния для составляющих смеси для пара (газа) — уравнение состояния совершенного газа, для жидкости — условия несжимаемости.

**4. Уравнения для решения задачи.** В силу сделанных выше упрощений получим систему из шести дифференциальных уравнений движения вместе с известным соотношением для  $T_s = f(p)$ . Будем решать задачу Коши для этой системы в случае восходящего дисперсионно-кольцевого двухфазного потока в вертикальном канале.

Перейдем к безразмерным переменным

$$\begin{aligned} M_j &= \frac{4m_j}{\rho_1^\circ u_{10} \pi D}, \quad U_j = \frac{u_j}{u_{10}} \quad (j = 1, 2, 3), \quad \delta^* = \frac{2\delta}{D}, \quad Z = \frac{2z}{\pi D}, \\ J_{21}^* &= \frac{2J_{21}}{\rho_1^\circ u_{10} D}, \quad J_{23}^* = \frac{2J_{23}}{\rho_1^\circ u_{10} D}, \quad J_{32}^* = \frac{2J_{32}}{\rho_1^\circ u_{10} D}, \quad f^* = \frac{f \pi D}{2u_{10}^2} \\ f_{12}^* &= \frac{2f_{12}}{\rho_1^\circ u_{10}^2 D}, \quad f_w^* = \frac{2f_w}{\rho_1^\circ u_{10}^2 D}, \quad P = \frac{P}{\rho_2^\circ u_{10}^2} \\ \left( \frac{4m_1}{\pi D^2} = \rho_1^\circ \alpha (1 - \delta^*)^2 u_1, \quad \frac{4m_2}{\pi D^2} = \rho_2^\circ (2\delta^* - \delta^{*2}) u_2, \quad \frac{4m_3}{\pi D^2} = \rho_2^\circ (1 - \alpha) (1 - \delta^*)^2 u_3 \right) \end{aligned}$$

Здесь величины, отмеченные индексом 0 внизу соответствуют начальным данным при  $Z = 0$ . Уравнение состояния для пара примет вид

$$\rho_1^\circ = \rho_{10}^\circ P T_0 / P_0 T$$

Выпишем систему уравнений движения в безразмерном виде

$$\begin{aligned} \alpha (1 - \delta^*)^2 \frac{dU_1}{dZ} - 2U_1 \alpha (1 - \delta^*) \frac{d\delta^*}{dZ} + U_1 (1 - \delta^*)^2 \frac{d\alpha}{dZ} &= J_{21}^* \\ (2\delta^* - \delta^{*2}) \frac{dU_2}{dZ} + 2U_2 (1 - \delta^*) \frac{d\delta^*}{dZ} &= \frac{J_{32}^* - J_{21}^* - J_{23}^*}{k} \\ (1 - \alpha) (1 - \delta^*)^2 \frac{dU_3}{dZ} - 2(1 - \alpha) (1 - \delta^*) U_3 \frac{d\delta^*}{dZ} - & \\ -(1 - \delta^*)^2 U_3 \frac{d\alpha}{dZ} &= \frac{J_{23}^* - J_{32}^*}{k} \\ \alpha (1 - \delta^*)^2 U_1 \frac{dU_1}{dZ} + k \alpha (1 - \delta^*)^2 \frac{dP}{dZ} &= b_1 \\ \alpha_1 (2\delta^* - \delta^{*2}) U_2 \frac{dU_2}{dZ} + (2\delta^* - \delta^{*2}) \frac{dP}{dZ} &= \frac{b_2}{k} \end{aligned}$$

$$(1 - \alpha)(1 - \delta^*)^2 U_3 \frac{dU_3}{dZ} + (1 - \alpha)(1 - \delta^*)^2 \frac{dP}{dZ} = \frac{b_3}{k} \quad (4.1)$$

Здесь

$$\begin{aligned} b_1 &= -k(1 - \alpha)(1 - \delta^*)^2 f^* - f_{12}^* + J_{21}^*(U_2' - U_1) - L\alpha(1 - \delta^*)^2 \\ b_2 &= f_{12}^* - f_w^* - J_{21}^*(U_2' - a_1 U_2) - J_{23}^*(U_2' - a_1 U_2) + \\ &\quad + J_{32}^*(U_3 - a_1 U_2) - kL(2\delta^* - \delta^{*2}) \\ b_3 &= k(1 - \alpha)(1 - \delta^*)^2 f^* + J_{23}(U_2' - U_3) - kL(1 - \alpha)(1 - \delta^*)^2 \\ k &= \rho_2^\circ / \rho_1^\circ, \quad L = \pi D g / 2 u_{10}^2, \quad g = 9.81 \text{м/сек}^2 \end{aligned}$$

Система (4.1) имеет один первый интеграл массы

$$M_1 + M_2 + M_3 = S = \text{const}$$

Отсюда получим

$$\alpha = \frac{S - k[U_2(2\delta^* - \delta^{*2}) + U_3(1 - \delta^*)^2]}{(U_1 - kU_3)(1 - \delta^*)^2}$$

Разрешая (4.1) относительно производных, получим

$$\begin{aligned} \frac{dU_1}{dZ} &= \frac{G_1}{G_4 \alpha (1 - \delta^*)^2}, \quad \frac{dU_2}{dZ} = \frac{G_2}{G_4 k (2\delta^* - \delta^{*2})}, \quad \frac{dU_3}{dZ} = \frac{G_3}{G_4 k (1 - \alpha)(1 - \delta^*)^2} \\ \frac{d\delta^*}{dZ} &= \frac{1}{2U_2(1 - \delta^*)k} \left[ J_{32}^* - J_{21}^* - J_{23}^* - \frac{G_2}{G_4} \right] \\ \frac{dP}{dZ} &= \frac{1}{G_1} [a_1 k b_1 U_2^2 U_3^2 + b_2 U_1^2 U_3^2 + a_1 b_3 U_1^2 U_2^2 - a_1 U_1 U_2 U_3 b_4] \quad (4.2) \\ G_1 &= U_1 \{b_1 [(2\delta^* - \delta^{*2}) U_3^2 + (1 - \alpha)(1 - \delta^*)^2 a_1 U_2^2] - \\ &\quad - \alpha(1 - \delta^*)^2 [b_2 U_3^2 + a_1 b_3 U_2^2]\} + a_1 \alpha(1 - \delta^*)^2 U_2 U_3 b_4 \\ G_2 &= U_2 \{b_2 [k \alpha(1 - \delta^*)^2 U_3^2 + (1 - \alpha)(1 - \delta^*)^2 U_1^2] - \\ &\quad - (2\delta^* - \delta^{*2}) [b_3 U_1^2 + k b_1 U_3^2] + (2\delta^* - \delta^{*2}) U_1 U_3 b_4\} \\ G_3 &= U_3 \{b_3 [(2\delta^* - \delta^{*2}) U_1^2 + a_1 k \alpha(1 - \delta^*)^2 U_2^2] - (1 - \alpha)(1 - \delta^*)^2 [k a_1 b_1 U_2^2 + \\ &\quad + b_2 U_1^2] + a_1(1 - \alpha)(1 - \delta^*)^2 U_1 U_2 b_4\} \\ G_4 &= (2\delta^* - \delta^{*2}) U_1^2 U_3^2 + a_1(1 - \delta^*)^2 [k \alpha U_3^2 + (1 - \alpha) U_1^2] \\ b_4 &= k J_{21}^* U_2 U_3 + (J_{32}^* - J_{21}^* - J_{23}^*) U_1 U_3 + (J_{23}^* - J_{32}^*) U_1 U_2 \end{aligned}$$

Система (4.2) численно интегрировалась для фиксированных  $P_0$ ,  $w$ ,  $x$  на входе в канал при различных начальных условиях с тем, чтобы исследовать их влияние на равновесную длину, т. е. длину, на которой устанавливается такое состояние системы, когда скорости составляющих смеси вдоль канала не меняются. Расчеты проводились для случая течения смеси в необогреваемом канале. Данные по термодинамическим свойствам воды и водяного пара брались из [23]. Счет задачи продолжался до того сечения канала, в котором устанавливалось равновесное состояние системы. Градиент давления в этом сечении, без учета действия массовых сил, сравнивался с потерей давления на единицу длины канала, полученной в [4]. Из условия совпадения с экспериментальными данными при  $p = 49$  бар,  $w = 2000$  кг/м<sup>2</sup>.сек,  $p = 98$  бар,  $w = 2000$  кг/м<sup>2</sup>.сек,  $D = 8$  мм проводилось уточнение  $N_3$ ,  $N_4$  ( $N_3 = 60$  мк,  $N_4 = 4 \cdot 10^{-3}$  мк<sup>-1</sup>).

Из сравнения с экспериментальными данными по кризису теплообмена при тех же режимах определялись

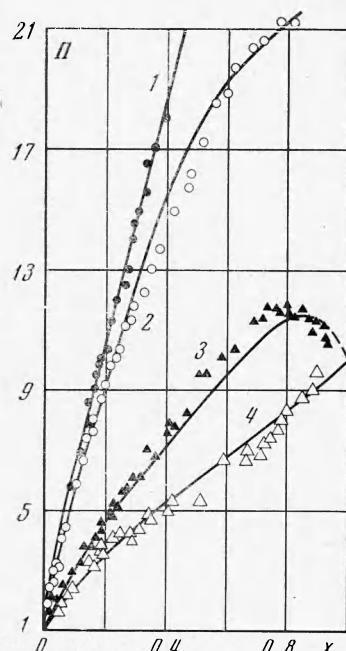
$$\kappa = 0.1 \cdot 10^{-3}, n = -1.0, m = -0.25$$

Толщина пленки, при которой начиналось ее разрушение, бралась равной  $\delta^* = 50 \text{ мк}$ . Полученные здесь константы нельзя считать окончательными. Требуется их дальнейшее уточнение путем сравнения численных результатов с экспериментальными по различным характеристикам дисперсно-кольцевого двухфазного потока, в частности с прямыми измерениями расходов жидкости в пленке в широком диапазоне изменения режимных параметров. К сожалению, к настоящему времени данных по расходам жидкости в пленке очень мало.

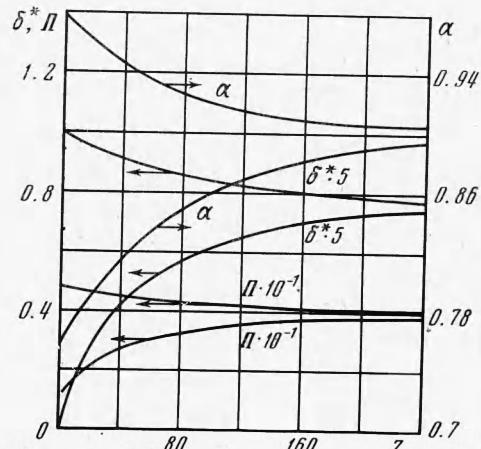
5. Некоторые результаты. На фиг. 1—5 приведены некоторые результаты численного интегрирования, иллюстрирующие влияние  $p$ ,  $w$ ,  $x$  на различные характеристики течения дисперсно-кольцевого двухфазного потока в необогреваемом канале<sup>1</sup>.

На фиг. 1 приведены результаты расчетов и экспериментов [4] по гидравлическому сопротивлению при течении пароводяных потоков в гладкой вертикальной трубе  $D = 8 \text{ мм}$ .

По горизонтальной оси отложено массовое расходное паросодержание  $x$ , по вертикальной оси — относительная потеря давления  $\Pi$ , равная отношению потери давления при течении двухфазного потока из-за трения и массообмена между фазами при отбрасывании изменения дав-



Фиг. 1



Фиг. 2

ления за счет действия массовых сил, к потере давления на трение при течении воды при температуре насыщения

$$\Pi = \left[ \frac{dp}{dz} \right]_f / \left[ \frac{dp}{dz} \right]_0$$

Кривые 1, 2, 3, 4 соответствуют давлениям 49, 49, 98, 98 бар, причем кривые 1, 2 рассчитывались для  $w = 1000 \text{ кг}/\text{м}^2 \cdot \text{сек}$ , а остальные — для  $w = 2000 \text{ кг}/\text{м}^2 \cdot \text{сек}$ . Таким образом, видно, что в рамках данной модели удалось учесть влияние  $w$  на  $\Pi$ .

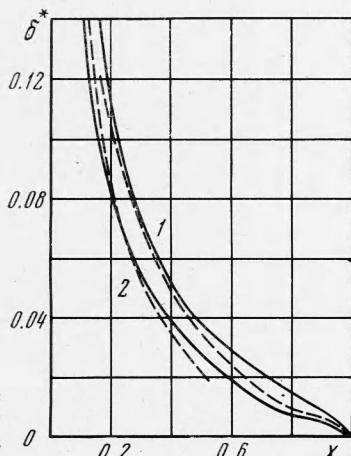
На фиг. 2 для  $p = 98 \text{ бар}$ ,  $w = 1000 \text{ кг}/\text{м}^2 \cdot \text{сек}$ ,  $x = 0.2$  и  $D = 8 \text{ мм}$  показан пример изменения характеристик дисперсно-кольцевого потока в зависимости от расстояния от входа в канал и различных начальных условий.

<sup>1</sup> Исследованию характеристик течения дисперсно-кольцевого потока в обогреваемом канале будет посвящена отдельная работа автора.

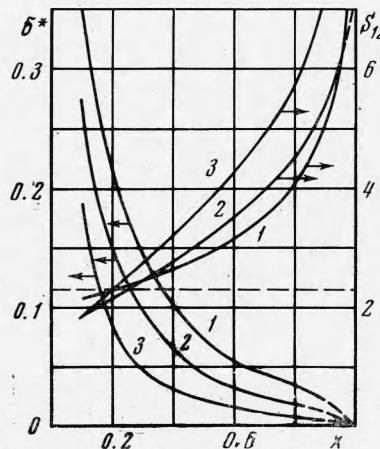
Отметим, что длина, на которой устанавливается равновесное состояние (причем в сечении, где имеет место равновесие,  $J_{32} \approx J_{23}$ ), сильно зависит от скоростей составляющих смеси. При относительно низких  $w$  и  $x$  эта длина больше, чем для больших  $w$  и  $x$ . Это вполне согласуется с данными [11]. С ростом же давления равновесная длина падает.

На фиг. 3 сравниваются значения относительного расхода жидкости в пленке  $v = m_1 / (m_1 + m_2 + m_3)$ , полученные численно, с экспериментальными данными [12], где измерялись расходы жидкости в пленке в зависимости от  $w$  и  $x$  при  $p = 69$  бар,  $D = 12.5$  мм, на расстоянии  $200 D$  от входа в трубу (точки 1 соответствуют  $w = 544$  кг·м<sup>-2</sup>·сек<sup>-1</sup>, точки 2 —  $w = 950$  кг·м<sup>-2</sup>·сек<sup>-1</sup>). В этих опытах условия на входе были такими, что большая часть жидкости в начальном сечении находилась в ядре потока. Сплошная кривая относится к равновесному сечению, а пунктириная кривая — к тому сечению канала, где проводились измерения, т. е. на расстоянии  $200 D$  от входа. Расчеты проводились для случая, когда в начальном сечении вся жидкость находилась в ядре потока. Из фиг. 3 видно, что результаты расчета достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными.

На фиг. 4 дается зависимость  $\delta^*$  от  $x$ . Пунктирные кривые 1 и 2 обобщают экспериментальные данные [11] при течении аргоно-водяного двухфазного потока в вертикальной трубе  $D = 25$  мм,  $p = -21.4$  бар, комнатной температуре соответственно при  $w = 1000$  и  $2000$  кг·м<sup>-2</sup>·сек. Сплошные кривые — это зависимости, полученные численно при тех же условиях на расстоянии 5 м от входа. В работе [11] опыты ставились так, что трудно было оценить входные условия. Расчеты же проводились для случая, когда в начальном сечении вся жидкость находилась в ядре потока. Но тем не менее можно видеть, что результаты расчетов и экспериментов качественно хорошо согласуются между собой.



Фиг. 4



Фиг. 5

На фиг. 5 показано влияние  $w$  и  $x$  на  $\delta^*$  и скольжение  $S_{12} = u_1/u_2 m$  при  $p = 98$  бар,  $D = 8$  мм. Здесь кривые 1, 2, 3 для  $\delta^*$  и  $S_{12}$  относятся соответственно к  $w = 500$ ,  $1000$  и  $2000$  кг·м<sup>-2</sup>·сек. Пунктириная горизонтальная прямая соответствует значению  $S_{12} = (\rho_2^{\circ}/\rho_1^{\circ})^{1/3}$ , предложенному в [13] для кольцевых двухфазных потоков. Видно, что такой простой зависимостью нельзя аппроксимировать данные по скольжению, которое кроме давления зависит от  $x$  и  $w$ .

Таким образом, несмотря на приближенность некоторых оценок, получено достаточно удовлетворительное согласие с экспериментальными данными разных авторов по многим характеристикам дисперсно-кольцевого потока. Конечно, это согласие, до некоторой степени, может быть резуль-

татом взаимного влияния принятых допущений. Но в то же время именно разрабатываемый подход и позволяет оценить влияние различных процессов и взаимодействий на общую картину течения дисперсно-кольцевых потоков. Так, например, в результате проведенного численного интегрирования системы (4.2) можно отметить, что константы, входящие в соотношение для силы трения  $f_{12}$  и интенсивность срыва с поверхности пленки  $J_{23}$ , влияют достаточно независимо одно от другого на характеристики течения. Первые сильно влияют на градиент давления, вторые — на расход и толщину жидкой пленки. Проводилось исследование влияния значения критического числа  $W_2^*$ , характеризующего начало уноса влаги с поверхности пленки. Оказалось, что уменьшение  $W_2^*$  с 40 до 15 влияет незначительно на характеристики дисперсно-кольцевого потока. Отметим также, что данный конструктивный подход позволяет на основании легко измеряемых в опыте величин ( $w$ ,  $\Pi$ ,  $J_{32}$ ,  $x$ ) получить параметры и закономерности различных процессов в двухфазных дисперсно-кольцевых потоках, которые трудно определить экспериментально, особенно при высоких давлениях и температурах ( $u_j$ ,  $m_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ),  $\delta$ ,  $a$ ,  $J_{23}$ , равновесную длину и т. д.).

В заключение автор благодарит В. Е. Дорошку и С. С. Кутателадзе за полезное обсуждение и ценные замечания.

Поступила I VI 1971

#### ЛИТЕРАТУРА

- Нигматулин Р. И. Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной сплошной среде при наличии фазовых превращений. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 5.
- Кутателадзе С. С., Стырикович М. А. Гидравлика газо-жидкостных систем. Л., Госэнергоиздат, 1958.
- Дорошук В. Е. О кризисе теплообмена в испарительной трубе. Теплофизика высоких температур, 1966, т. 4, № 4.
- Тарасова Н. В., Леонтьев А. И. Гидравлическое сопротивление при течении пароводяной смеси в обогреваемой вертикальной трубе. Теплофизика высоких температур, 1965, т. 3, № 1.
- Gill L. E., Hewitt G. F., Lacey P. M. C. Sampling probe studies of gas core in annular two-phase flow. Chem. Engng Sci., 1964, vol. 19, No. 9.
- Shearleg C. J., Neddeman R. M. Pressure gradient and liquid film thickness in co-current upwards flow of gas-liquid mixtures. Chem. Engng Sci., 1965, vol. 20, No. 7.
- Кутателадзе С. С., Бурдуков А. П., Накоряков В. Е., Кузьмин В. А. Применение электрохимического метода измерения трения в гидродинамике двухфазных сред. Тепло- и массоперенос, т. 2. Минск, «Наука и техника», 1968, стр. 367.
- Кузьмин В. А., Покусаев Б. Г. Измерение трения в двухфазных потоках электрохимическим методом. ПМТФ, 1969, № 5.
- Тонг Л. Теплоотдача при кипении и двухфазное течение. М., «Мир», 1969.
- Paleev I. I., Filippovich B. S. Phenomenon of liquid transfer in two-phase dispersed annular flow. Internat. J. Heat Mass Trans., 1966, vol. 9, No. 10.
- Сильвестри М. Гидродинамика и теплообмен в дисперсно-кольцевом режиме двухфазного потока. Сб. «Проблемы теплообмена», М., Атомиздат, 1967.
- Kildur Singh, St. Piege C. C., Crago W. A., Moesk E. O. Liquid film flow-rates in two-phase flow of steam and water at 1000 Lb/Sq. In. Abs. A.I.Ch.E. Journal, 1969, vol. 15, No. 1.
- Зиви С. Расчет паровой полости в стационарном двухфазном течении с помощью принципа минимума прироста энтропии. Теплопередача, 1964, т. 86, № 2.
- Палеев И. И., Агафонова Ф. А., Лаврентьев М. Е., Малюс-Маликий К. П. Пристенный слой жидкости при дисперсно-кольцевом течении. Энергомашиностроение, 1968, № 6.
- Муди Ф. Модель критического режима течения двухфазной смеси и скорости звука, основанная на механизме распространения импульса давления. Теплопередача, 1969, т. 91, № 3.
- Дейч М. Е., Филиппов Г. А. Газодинамика двухфазных сред. М., «Энергия» 1968.

- 
17. К а п и ц а П. Л. Волновое течение тонких слоев вязкой жидкости. ЖЭТФ, 1948, т. 18, вып. 1.
  18. N e d d e r m a n R. M., S h e a r e g C. J. Correlations for the friction factor and velocity profile in the transition region for flow in sand — roughened pipes. Chem. Engng Sci., 1964, vol. 19, No. 6.
  19. H a r t l e y D. E., M u r g a t r o y d W. Criteria for the break-up of thin liquid layers flowing isothermally over solid surfaces. Internat. J. Heat and Mass Trans., 1964, vol. 7, No. 9.
  20. М а к с ф е р с о н Г. Д., М е р г е т р о й д У. Разрушение и высыхание пленки жидкости при колышевом режиме двухфазного течения. В сб. «Достижения в области теплообмена», М., «Мир», 1970.
  21. Б а б у х а Г. Л., Р а б и н о в и ч М. И. Механика и теплообмен потоков полидисперсной газовзвеси. Киев, «Наукова думка», 1969.
  22. В о лы н с к и й М. С., Л и п а т о в А. С. Деформация и дробление капель в потоке газа. И н ж . - ф и з . ж . , 1970, т. 18, № 5.
  23. В у к а л о в и ч М. П., Р и в к и н С. Л., А л е к с а н д р о в А. А. Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара. М., Изд-во стандартов, 1969.