

## ТЕЧЕНИЕ И ТЕПЛООБМЕН В РЕЖИМЕ ТЕРМОГРАВИТАЦИОННОГО ПОРОЖДЕНИЯ

*A. F. Поляков*

*(Москва)*

Экспериментальные исследования [1—3] теплоотдачи при турбулентном исходящем течении жидкости в вертикальных обогреваемых трубах в условиях существенного влияния термогравитации показывают, что при постоянном значении числа Рейнольдса число Нуссельта монотонно растет с увеличением числа Грасгофа. Проведенный в работе [4] анализ для случая относительно слабого влияния термогравитации показал, что монотонное увеличение числа Нуссельта в этом случае связано с влиянием подъемных сил на турбулентный перенос в условиях неустойчивой стратификации плотности. Влияние термогравитации приводит к увеличению турбулентного переноса, к более заполненной форме профилей скорости и температуры, увеличению сопротивления трения и теплоотдачи. При этом характер течения при всех значениях числа Грасгофа определяется влиянием термогравитационных сил на турбулентный перенос. Влияние термогравитационных сил непосредственно на осредненное течение (т. е. учет подъемных сил в осредненном уравнении движения) существенно меньше их влияния на турбулентность при относительно малых значениях числа Грасгофа, а с его ростом это различие все более и более увеличивается.

Выражение работы [4] для коэффициента турбулентного переноса импульса  $\varepsilon$

$$(1) \quad \frac{\varepsilon}{v} = \left( \frac{\varepsilon}{v} \right)_T \left[ 1 + 41 \frac{Gr}{Re_*^4 Pr} \frac{dT^+/d\eta}{Pr_T (dU^+/d\eta)^2} \right]^{1/4}$$

использовалось для случая малости параметра, учитывающего подъемные силы, т. е. когда второй член в квадратных скобках существенно меньше единицы. Здесь  $v$  — кинематический коэффициент вязкости;  $(\varepsilon/v)_T$  — относительный коэффициент турбулентного переноса импульса при изотермическом течении;  $Gr = g\beta q_w d^4 / \lambda v^2$  — число Грасгофа;  $Re_* = v_* d / v = Re \sqrt{c_f / 2}$ ,  $Re = \bar{u}d / v$  — число Рейнольдса;  $\beta$  — коэффициент объемного расширения;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $q_w$  — плотность теплового потока на стенке;  $d$  — диаметр трубы (характерный размер);  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $v_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$  — динамическая скорость;  $\tau_w$  — касательное напряжение трения на стенке;  $\rho$  — плотность;  $c_f$  — коэффициент сопротивления трения;  $\bar{u}$  — средняя по поперечному сечению (характерная) скорость;  $Pr$  — число Прандтля;  $Pr_T$  — турбулентное число Прандтля;  $T^+ = (t_w - t) \rho c_p v_* / q_w$  — безразмерная температура;  $t$  — температура;  $t_w$  — температура стенки;  $c_p$  — теплоемкость при постоянном давлении;  $\eta = v_* y / v$  — безразмерное расстояние от стенки;  $y$  — расстояние от стенки по нормали;  $U^+ = u / v_*$  — безразмерная скорость;  $u$  — скорость, параллельная стенке в направлении оси  $x$ .

В уравнении (1) второй член в квадратных скобках характеризует вклад термогравитации в порождение турбулентности по сравнению с порождением за счет осредненного течения, в данной работе рассматривается случай, когда этот член существенно больше первого. Это соответствует такой физической ситуации, когда порождение турбулентности термогравитационными силами существенно больше порождения осредненным течением. Такой режим назовем «режимом термогравитационного порождения». При этом вынужденное осредненное течение осуществляется за счет внешнего источника циркуляции.

Для режима термогравитационного порождения уравнение (1) записывается в виде

$$(2) \quad \frac{\varepsilon}{v} = \frac{C}{Pr_T^{1/4}} \frac{Gr^{1/4}}{Re_* Pr^{1/4}} \frac{(dT^+/d\eta)^{1/4}}{(dU^+/d\eta)^{1/2}} \left( \frac{\varepsilon}{v} \right)_T,$$

где  $C$  — постоянная (в соответствии со значением численного коэффициента в выражении (1) постоянная  $C = 2,6$ , однако ее значение требует уточнения в результате сопоставления решения с опытными данными).

Для касательного напряжения трения и плотности теплового потока, используя (2), получим следующие выражения:

$$(3) \quad \frac{\tau}{\tau_w} = \left( 1 + \frac{\varepsilon}{v} \right) \frac{dU^+}{d\eta} = \left[ 1 + \frac{C}{Pr_T^{1/4}} \frac{Gr^{1/4}}{Re_* Pr^{1/4}} \frac{(dT^+/d\eta)^{1/4}}{(dU^+/d\eta)^{1/2}} \left( \frac{\varepsilon}{v} \right)_T \right] \frac{dU^+}{d\eta};$$

$$(4) \quad \frac{q}{q_w} = \left( \frac{1}{Pr} + \frac{1}{Pr_T} \frac{\varepsilon}{v} \right) \frac{dT^+}{d\eta} = \left[ \frac{1}{Pr} + \frac{C}{Pr_T^{5/4}} \frac{Gr^{1/4}}{Re_* Pr^{1/4}} \frac{(dT^+/d\eta)^{1/4}}{(dU^+/d\eta)^{1/2}} \left( \frac{\varepsilon}{v} \right)_T \right] \frac{dT^+}{d\eta}.$$

Рассмотрим двухслойную модель течения, полагая, что влияние молекулярной вязкости и молекулярной теплопроводности пренебрежимо мало при значениях  $\eta > \eta_1$ , а при  $\eta < \eta_1$  пренебрежимо мал турбулентный перенос импульса и тепла. Задача решается при следующих предположениях: 1) касательное напряжение трения и плотность теплового потока равны соответственно значениям на стенке, т. е.  $\tau/\tau_w = 1$  и  $q/q_w = 1$ ; 2) поскольку структура рассматриваемого пристенного течения обусловлена в основном тепловым воздействием на поток, вязкий подслой будем определять как слой жидкости, устойчивый к термогравитационным возмущениям; 3) толщина слоя молекулярной вязкости равна толщине слоя молекулярной теплопроводности; 4) коэффициент турбулентного переноса импульса  $(\varepsilon/v)_T$  при отсутствии влияния массовых сил описывается зависимостью  $(\varepsilon/v)_T = 0,4\eta$ .

Из уравнений (3), (4) для распределения скорости и температуры найдем при  $\eta \leq \eta_1$

$$(5) \quad U^+ = \eta;$$

$$(6) \quad T^+ = Pr\eta;$$

при  $\eta_1 \leq \eta \leq \eta_0$

$$(7) \quad U^+ = \eta_1 + \frac{C_1}{\gamma^{1/3}} \left( \frac{1}{\eta_1^{1/3}} - \frac{1}{\eta^{1/3}} \right);$$

$$(8) \quad T^+ = \eta_1 Pr + \frac{C_2}{\gamma^{1/3}} \left( \frac{1}{\eta_1^{1/3}} - \frac{1}{\eta^{1/3}} \right),$$

где  $C_1 = \frac{10}{C^{4/3}} Pr_T^{1/3}$ ;  $C_2 = \frac{10}{C^{4/3}} Pr_T^{4/3}$  — постоянные (при этом принимается постоянное значение  $Pr_T$  по сечению потока);

$$\gamma = \frac{Gr}{Pr Re_*^4} - \frac{Gr}{Pr Re_*^4} \left( \frac{2}{c_f} \right)^2 = E \left( \frac{2}{c_f} \right)^2; \quad \eta_0 = v_* a / 2v.$$

Постоянные интегрирования в выражениях (7), (8) определены из условия равенства значений скорости и температуры в точке  $\eta_1$ .

В большинстве работ, посвященных исследованиям в атмосфере в условиях сильной неустойчивой стратификации плотности, получены значения  $Pr_T = 0,77$  (см., например, [5]). В дальнейших выкладках будем использовать это значение  $Pr_T$ , а значение постоянной  $C$ , как отмечалось выше, примем равным 2,6, при этом значения постоянных  $C_1 = 2,8$  и  $C_2 = 2,2$ . Значение постоянной  $C_2$ , определенное по измеренным в работах [1, 6] профилям температуры, близко к указанному.

Кроме постоянных  $C_1$  и  $C_2$  (или  $C$  и  $\text{Pr}_r$ ), в зависимости (5)–(8) входит еще один неизвестный параметр  $\eta_1$ . В случае изотермического пристенного течения толщина вязкого слоя по двухслойной модели Прандтля  $\eta_1 = 11,6$ . Для режима термогравитационного порождения оценим величину  $\eta_1$  из соображений о конвективной устойчивости пристенного слоя.

В работе [7] найдено, что при турбулентном свободноконвективном течении вдоль вертикальной пластины число Грасгофа  $\text{Gr}_1^0 = \frac{g\beta(t_w - t_0)\delta_1^3}{\nu^2}$ , рассчитываемое по толщине вязкого подслоя  $\delta_1$ , не зависит от продольной координаты и разности температур между стенкой ( $t_w$ ) и окружающей средой ( $t_0$ ), но зависит от  $\text{Pr}$ . Для  $\text{Gr}_1^0$  получена зависимость

$$\text{Gr}_1^0 = 60/\sqrt{\text{Pr}}.$$

Таким образом, комбинацию  $\text{Gr}_1^0 \sqrt{\text{Pr}}$  можно интерпретировать как критический параметр, определяющий устойчивость вязкого подслоя в турбулентном свободноконвективном потоке.

Рассматривая вязкий подслой при сильной неустойчивой стратификации плотности как пристенный слой, устойчивый к термогравитационным возмущениям, условие его устойчивости в соответствии с полученными в работе [7] результатами представим в виде

$$(9) \quad \text{Gr}_1 \text{Pr}^n = \frac{g\beta q_w \delta_1^4}{\lambda \nu^2} \text{Pr}^n = B,$$

где  $B, n$  — постоянные.

Выразив  $\delta_1$  через безразмерную координату толщины вязкого подслоя  $\eta_1 = \frac{v_*}{\nu} \delta_1$ , из (9) получим

$$(10) \quad \eta_1 = \frac{B^{1/4}}{E^{1/4} \text{Pr}^{(1+n)/4}} \sqrt{\frac{c_f}{2}}.$$

Проинтегрировав выражения, описывающие  $U^+$ , по поперечному сечению трубы или взяв значение  $U^+$  вне пограничного слоя, найдем зависимости для коэффициента сопротивления трения  $c_f$ , определяющего сопротивление трения в двух этих случаях следующим образом:

$$\Delta P = \frac{4l}{d} \tau_w = \xi \frac{l}{d} \frac{\rho u^2}{2}, \quad \xi = 4c_f, \quad \tau_w = c_f \frac{\rho u_0^2}{2}.$$

Воспользовавшись выражениями (5), (7), (10), получим зависимости для коэффициента сопротивления трения для пограничного слоя

$$(11) \quad \frac{c_f}{2} = E^{1/4} [\sqrt{b} + C_1(b^{-1/6} - a_\delta^{-1})]^{-1},$$

где  $b = \sqrt{B/\text{Pr}^{1+n}}$ ;  $a_\delta = E^{1/12} \text{Re}_\delta^{1/3} = (\text{Gr}_\delta/\text{Pr})^{1/12}$ ;  $\text{Re}_\delta = \frac{u_0 \delta}{\nu}$ ;

$u_0$  — значение скорости вне пограничного слоя;  $\delta$  — толщина пограничного слоя;  $\text{Gr}_\delta = g\beta \delta^4 q_w / \lambda \nu^2$ ; для круглой трубы

$$(12) \quad \frac{\xi}{8} = E^{1/4} [(1 - Y_1)^2 (\sqrt{b} + C_1 b^{-1/6}) - \frac{2,3 C_1}{a} (1 - 1,7 Y_1^{2/3})]^{-1},$$

где

$$a = E^{1/12} \text{Re}^{1/3} = (\text{Gr}/\text{Pr})^{1/12}; \quad Y_1 = \eta_1/\eta_0 = 2\sqrt{b}/a^3.$$

Из найденных зависимостей для профилей температуры и скорости и коэффициента сопротивления трения определим теплоотдачу для течения в пограничном слое и в круглой трубе. Для пограничного слоя получено следующее выражение для числа Стантона:

$$St = q_w / \rho c_p u_0 (t_w - t_0) = E^{1/4} [\Pr \sqrt{b} + C_2 (b^{-1/6} - a_\delta^{-1})]^{-1}.$$

Выражение для  $St$  в круглой трубе громоздко, поэтому записывать его в общем виде не будем. При больших значениях  $a$  оно существенно упрощается

$$St = q_w / \rho c_p \bar{u} (t_w - t_b) = \frac{E^{1/4} (\sqrt{b} + C_1 b^{-1/6})}{\Pr b + C_1 C_2 b^{-1/3} + (C_1 + C_2 \Pr) b^{1/3}},$$

где  $St = Nu/\Pr$ ;  $\Pr = Re\Pr$ ;  $t_b$  -- средняя массовая температура жидкости в данном сечении.

В результате обобщения имеющихся опытных данных по местной теплоотдаче при течении сверху вниз в вертикальных обогреваемых трубах [1—3] и пограничном слое на обогреваемой вертикальной пластине [6] найдено, что при  $C_1 = 2,8$ ;  $C_2 = 2,2$  значения  $B = 120$ ,  $n = 0,8$ .

Расчетные и экспериментальные данные по теплоотдаче в режиме термогравитационного порождения аппроксимированы в интервале  $\Pr = 0,5—20$  следующими интерполяционными зависимостями:

$$(13) \quad St_g = 0,5 E^{1/4} [\Pr^{1/4} (1 + \sqrt{\Pr})]^{-1};$$

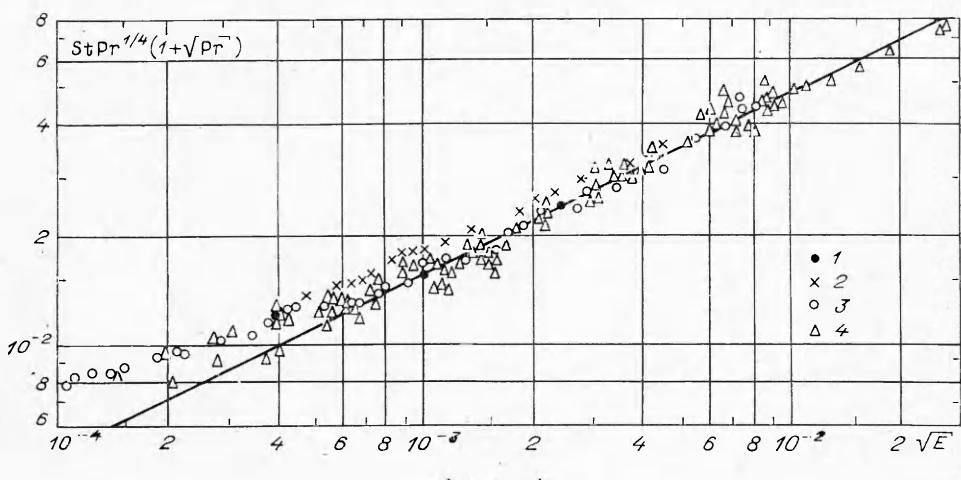
$$(14) \quad Nu_g = 0,5 \sqrt{\Pr} Gr^{1/4} [1 + \sqrt{\Pr}]^{-1}.$$

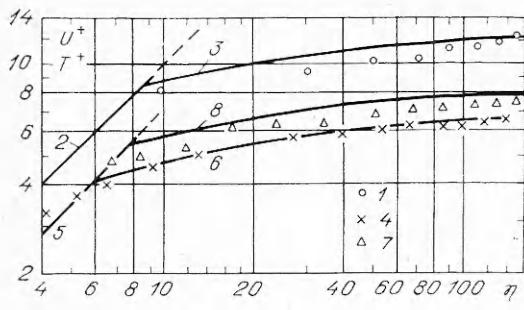
В режиме термогравитационного порождения безразмерная толщина вязкого подслоя  $\eta_1$  зависит от  $\Pr$  и параметра  $E$  и с учетом полученных данных описывается на основании (10) зависимостью

$$\eta_1 = [E^{1/8} (1 + 0,57 \Pr^{0,6})]^{-1}.$$

Полученные результаты показывают, что в рассматриваемом случае профили скорости и температуры, сопротивление трения, толщина области преобладающего влияния молекулярных вязкости и теплопроводности  $\eta_1$  (или  $\delta_1$ ),  $St$  зависят от  $E$  и  $\Pr$ , в то время как  $Nu$  зависит от  $Gr$  и  $\Pr$  и не зависит от  $Re$ .

На фиг. 1 дано сопоставление опытных данных (точки) по местной теплоотдаче при течении сверху вниз в вертикальных обогреваемых трубах





Фиг. 2

$Gr = 10^6 - 2 \cdot 10^{10}$ . При существенном влиянии термогравитации, соответствующем относительно большим значениям параметра  $E$ , зависимость (13) удовлетворительно описывает опытные данные. При уменьшении  $E$  влияние подъемных сил уменьшается, экспериментальные точки, отклоняясь от зависимости (13), приближаются к значениям, характерным для вынужденного течения без влияния массовых сил.

В работе [1] измерены профили скорости и температуры при течении воздуха сверху вниз в вертикальной обогреваемой круглой трубе, а в работе [6] профили температуры при вынужденном обтекании воздухом сверху вниз вертикальной обогреваемой пластины. На фиг. 2 в универсальных координатах показано сравнение экспериментальных данных по распределению скорости и температуры со значениями, рассчитанными по зависимостям (5)–(8), (10)–(12). Опытные значения скорости (точки 1), полученные в работе [1] при значениях  $E = 10^{-6}$  и  $Re = 2050$ , удовлетворительно описываются кривыми 2, 3, рассчитанными по зависимостям (5), (7), (12). Опытные значения температуры (точки 4, 7), полученные в работе [6] при значениях  $E = 5,4 \cdot 10^{-6}$  и  $7,4 \cdot 10^{-7}$ , соответственно удовлетворительно описываются кривыми 5–6 и 5–8, рассчитанными по зависимостям (6), (8), (11).

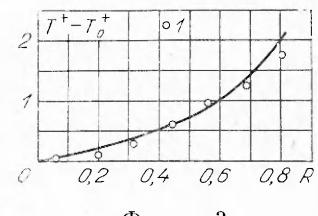
В работе [1] измерения распределений скорости и температуры проведены в выходном сечении трубы. За счет торцевых утечек тепла температура стенки в выходном сечении была существенно занижена. В связи с этим измеренные профили температуры не могут быть представлены в координатах  $T^+ - \eta$ .

На фиг. 3 экспериментальные значения [1] температуры стенки (точки 1) сопоставлены в координатах, отсчитываемых от оси трубы, с рассчитанными значениями (линия) по зависимостям (8), (11) для соответствующих опытным данным значений  $E = 10^{-6}$  и  $Re = 2050$ .

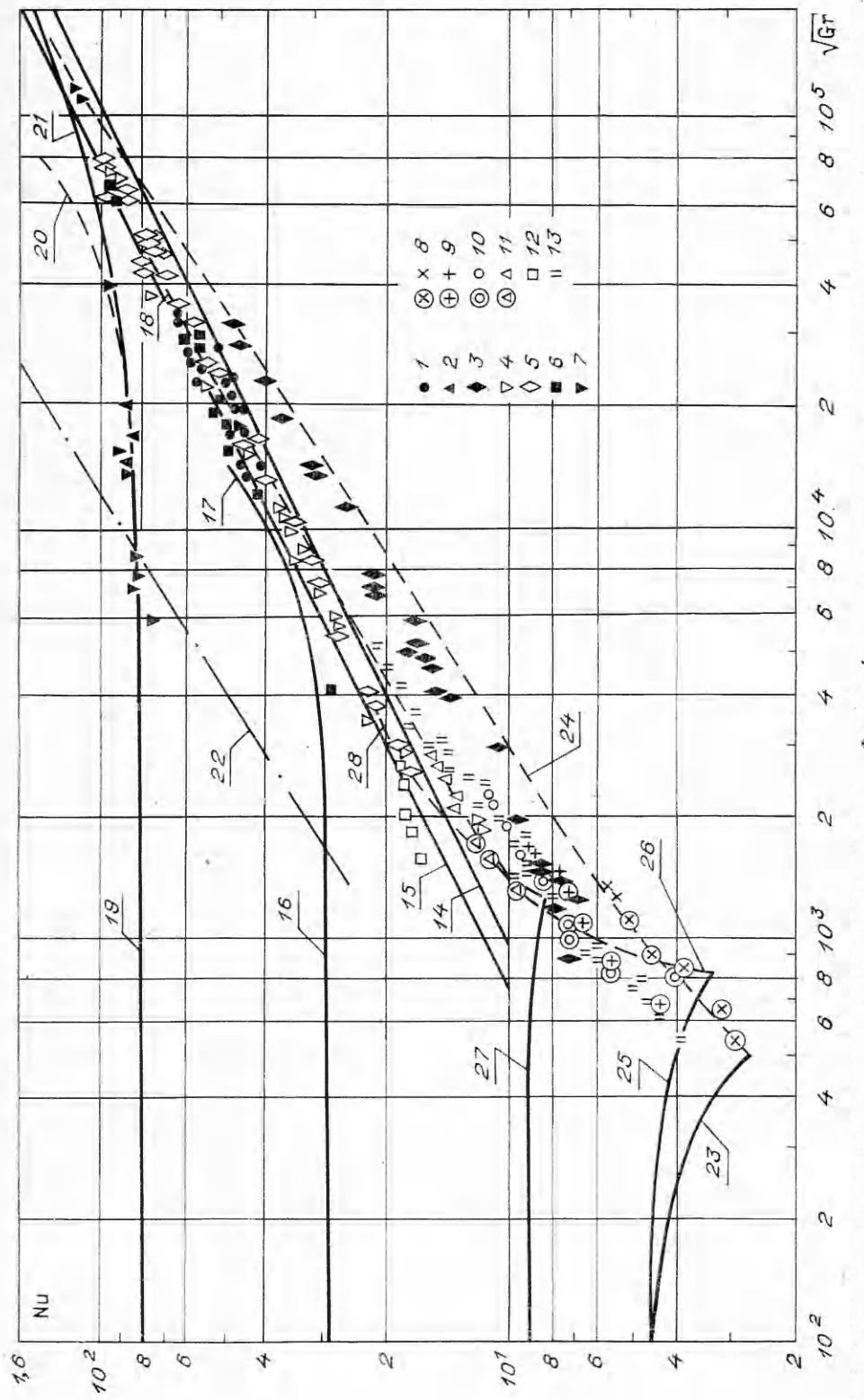
На фиг. 4 приведены опытные данные по местной теплоотдаче, полученные различными авторами при исследовании течения воды сверху вниз ( $Pr = 3 - 7$ ) в вертикальных обогреваемых трубах в условиях, когда уже произошло нарушение устойчивости ламинарного течения. Все опытные и расчетные данные, приведенные на фиг. 4, относятся к расстояниям от начала обогрева трубы, большим 30 калибров.

При противоположном направлении действия вынужденной и свободной конвекции у стенки влияние подъемных сил приводит к нарушению устойчивости ламинарного течения даже при малых значениях  $R$  и относительно небольших значениях  $Gr$ . В результате обобщения имею-

бах [1–3] и в пограничном слое на вертикальной обогреваемой пластине [6] с расчетом (линия) по зависимости (13). Экспериментальные данные [1, 6], показанные точками 1, 2, получены при течении воздуха, а данные [2, 3], показанные точками 3, 4, получены при течении воды. Диапазон параметров, охваченный приведенными данными, составляет  $Pr = 0,7 - 8$ ,  $Re = (1,2 - 20) \cdot 10^3$ ,



Фиг. 3



Фиг. 4

Номер столбца на фиг. 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Источник	[2]	[2]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[9]
Pr	5,3—6,8	5,5	2—6	2—6	2—6	2—6	2—6	≈5	4—7	4—7	4—7	4—7	2,8—5,8
Re·10 <sup>-3</sup>	4,4—3,0	≈10	0,3—0,75	0,8—1,5	1,6—2,5	2,6—4,1	10	0,3—0,4	0,6—0,7	0,9—1	1,4—1,7	2,6	<0,9

шихся экспериментальных и расчетных данных (в частности, результатов работ [8—11]) и предположения о том, что характер изменения критического значения  $Gr_*$  в начальном участке аналогичен характеру изменения теплоотдачи, получена зависимость

(15)

$$\frac{Gr_*}{Re} = \frac{65 \sqrt[4]{2400 - Re}}{[1 - \exp(-40X)][4,36 + 1,31X^{-1/3} \exp(-13\sqrt{X})]},$$

описывающая границу нарушения устойчивости в диапазоне  $Re = 10^2 - 2,3 \cdot 10^3$  при любом значении приведенной длины  $X = x/d$  Re.

Теплоотдача при вязкостно-гравитационном течении до границы нарушения устойчивости (15) описывается полученной в работе [11] зависимостью

(16)

$$\frac{Nu}{Nu_l} = 1 - 1,3 \cdot 10^{-4} \frac{Gr}{Re} Nu_l [1 - \exp(-40X)],$$

где  $Nu_l = 4,36 + 1,31X^{-1/3} \exp(-13\sqrt{X})$  — значение числа Нуссельта, соответствующее при любом  $X$  с точностью  $\pm 3\%$  точным решениям для случая теплообмена при ламинарном течении с постоянными физическими свойствами и постоянной плотностью теплового потока на стенке.

Нанесенные на фиг. 4 линии 23, 25, 27 построены по зависимости (16) для значения  $Re = 350$ ,  $X > 0,07$ ;  $Re = 1550$ ,  $X > 0,07$ ;  $Re = 2300$ ,  $X = 2,6 \cdot 10^{-3}$  ( $x/d = 30$ ,  $Pr = 5$ ).

В работе [8] получены данные (точки 8—12) при переходе от вязкостно-гравитационного к турбулентному течению. Первая группа точек 8—11 (очерчены кружками) относится к режимам с перемежающимся течением; вторая группа точек 8—12 (без кружков) относится к режимам с развитым пульсирующим течением.

Данные [8] получены в длинной трубе (около 620 калибров) и соответствуют случаю стабилизированного течения и теплообмена. Однако в этих опытах значения Gr недостаточны для развития режима термогравитационного порождения, зависимость Nu от Gr для которого показана на фиг. 4 линиями 14, 15, построенными по зависимости (14) для значений Pr, равных 3 и 7 соответственно.

Параметры, при которых получены представленные на фиг. 4 опытные данные, приведены в таблице (в работе [9] значение Nu посчитано по разности температуры стенки и температуры в центре потока).

При числах  $Re > 3 \cdot 10^3$  в условиях возмущенного на входе в трубу потока изотермическое течение является турбулентным. При обогреве трубы и течении сверху вниз (или снизу вверх при охлаждении) влияние подъемных сил приводит к интенсификации турбулентного переноса и росту числа  $Nu$  с ростом числа  $Gr$ . Теплоотдача при малой степени влияния термогравитации описана в работе [4]. На фиг. 4 линии 17, 20 рассчитаны по полученным в работе [4] зависимостям для значений  $Pr = 5$  и  $Re = 3 \cdot 10^3; 10^4$  соответственно. Линии 16, 19 рассчитаны по полученной в работе [12] зависимости для значений  $Pr = 5$  и  $Re = 3 \cdot 10^3; 10^4$  соответственно. Линия 22 описывает границу 1% изменения числа  $Nu$  при  $Pr = 5$  в результате влияния подъемных сил по сравнению с числом  $Nu_t$  при турбулентном течении с постоянными физическими свойствами.

В результате обобщения экспериментальных и расчетных данных по теплоотдаче при воздействии термогравитации на вынужденное течение сверху вниз в вертикальных обогреваемых трубах (снизу вверх в охлаждаемых) получены следующие интерполяционные зависимости: при  $Re < 2,3 \cdot 10^3$

$$(17) \quad Nu = (1 - 8,5 \cdot 10^{-3} \sqrt{2400 - Re}) [4,36 + 1,31X^{-1/3} \exp(-13\sqrt{X}) \times \exp \beta + Nu_g [1 - 0,65(Gr_*/Gr)^2] (1 - \exp \beta)],$$

где  $\beta = -6,4 \cdot 10^{-4} Re (Gr/Gr_*)^{1/4}$ ;  $Gr_*$  рассчитывается по зависимости (15);  $Nu_g$  — по зависимости (14); при  $Re > 3 \cdot 10^3$

$$(18) \quad Nu = Nu_t \exp(-0,02Gr/Gr_b) + Nu_g [1 - \exp(-0,04Gr/Gr_b)],$$

где

$$Gr_b = 1,3 \cdot 10^{-4} Pr Re^{2,75} \frac{Re^{1/8} + 2,4(Pr^{2/3}-1)}{\lg Re + 1,15 \lg(5Pr+1) + 0,5Pr - 1,8};$$

$$Nu_t = \frac{Pe \xi/8}{1,07 + 12,7 \sqrt{\frac{\xi}{8}} (Pr^{2/3}-1)}; \quad \xi = 0,316/Re^{1/4},$$

$Nu_g$  рассчитывается по зависимости (14).

На фиг. 4 показаны рассчитанные по зависимости (18) для значений  $Pr = 5$  и  $Re = 3 \cdot 10^3; 10^4$  линии 16, 18 и 19, 21 соответственно, а также рассчитанные по зависимости (17) для значений  $X > 0,07$  и  $Re = 350; 1550$ ;  $X = 2,6 \cdot 10^{-3}$  и  $Re = 2,3 \cdot 10^3$  линии 24, 26, 28 соответственно.

Поступила 19 VIII 1976

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Mreiden A. Etude de la structure de l'écoulement et du transfert de chaleur en convection mixte dans un tube de section circulaire. Thèse de docteur-ingénieur. Faculté des sciences de Paris, 1968.
2. Sarabi A. R. Laminarisation sous l'influence de la convection naturelle dans un écoulement ascendant. Thèse de docteur-ingénieur. Faculté des sciences de Paris, 1971.
3. Петухов Б. С., Стригин Б. К. Экспериментальное исследование теплообмена при вязкостно-инерционно-гравитационном течении жидкости в вертикальных трубах. — ТВТ, 1968, т. 6, № 5.
4. Поляков А. Ф. Границы и характер начала влияния термогравитационных сил на турбулентное течение и теплообмен в вертикальных трубах. — ТВТ, 1973, т. 11, № 1.
5. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М., «Наука», 1965.
6. Hall B. W., Price P. H. Interaction between a turbulent free convection layer and a downward forced flow. — In: Heat and Mass transfer by combined forced and natural convection. London, 1971.

7. Кирдяшкин А. Г. Структура тепловых гравитационных течений вблизи поверхности теплообмена. Автореф. на соиск. учен. степени д-ра техн. наук. Новосибирск, 1975 (Институт теплофизики СО АН СССР).
8. Scheele G. F., Hanratty T. J. Effect of natural convection instabilities on rates of heat transfer at low Reynolds numbers.—«AIChE J.», 1963, vol. 9, N 2.
9. Brown W. G. Die Überlagerung von erzwungener und natürlicher Konvektion bei niedrigen Durchsätzen in einem lotrachten Rohr.—«V. D. I. Forschungsheft», 1960, N 480.
10. Scheele G. F., Rosen E. M., Hanratty T. J. Effect of natural convection on transition to turbulence in vertical pipes.—«Can. J. Chem. Eng.», 1960, vol. 38, p. 67.
11. Поляков А. Ф. Вязкостно-гравитационное течение в трубах при малом влиянии термогравитации.— ПМТФ, 1977, № 1, с. 122—130.
12. Петухов Б. С., Кирилов В. В. К вопросу о теплообмене при турбулентном течении жидкости в трубах.—«Теплоэнергетика», 1958, № 4.

УДК 536.24

**ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ О ПЕРЕНОСЕ ТЕПЛА ИЛИ МАССЫ  
К ЦИЛИНДРУ И СФЕРЕ, ПОГРУЖЕННЫМ  
В ИНФИЛЬТРУЕМЫЙ ЗЕРНИСТЫЙ СЛОЙ**

Ю. А. Буевич, Д. А. Казенин

(Москва)

Исследуемые ниже задачи возникают при решении проблемы охлаждения контактных реакторов химических производств, отвода и последующей утилизации тепла от печей с зернистыми слоями путем помещения внутрь аппаратов различных охлаждающих тел и вставок, при тепловой и диффузионной обработке деталей в неподвижном или слабо оживленном зернистом слое, в проблеме коррозионной стойкости погруженных вставок и т. п. В большинстве практически важных ситуаций линейный масштаб тела  $L$  намного больше характерного структурного масштаба слоя  $l$ , и в этом случае естественно использовать континуальное описание процессов тепло- или массообмена в дисперсной смеси, окружающей тело, рассматривая ее как некую, гомогенную сплошную среду (или как систему из нескольких существующих взаимодействующих сред) со своими эффективными теплофизическими и диффузионными характеристиками.

Макроскопические уравнения переноса в таких средах выводятся либо феноменологическим путем, либо же на основе усреднения локальных уравнений переноса, справедливых в отдельных фазах смеси, по представительному малому физическому объему или промежутку времени [1—3] или же по ансамблю конфигураций системы частиц дисперсной фазы [4]. Ниже используются уравнения из [4], верные в случае, когда непосредственный перенос тепла или массы примеси по контактам соприкасающихся частиц несуществен. Указанное предположение всегда справедливо для массопереноса (в том числе и в капиллярно-пористых средах) и близко к истине для теплопереноса в инфильтруемых зернистых слоях. Предполагается, что возможные источники тепла или массы в среде отсутствуют; это допущение весьма грубо лишь в случае, когда имеет место каталитическая реакция с большим тепловым эффектом, протекающая во внешней диффузионной или переходной области [5], и существен саморазогрев или самоохлаждение частиц катализатора ввиду недостаточной интенсивности межфазового теплообмена. Сделанные предположения позволяют описывать стационарный процесс переноса в рамках однофазной дисперсионной модели. Отметим, что в ряде ситуаций такая модель может быть формально использована и в случаях, когда в строгом смысле необходима двухфазная модель [6].

Допущение о незначительном влиянии контактной проводимости и неравенство  $L \gg l$  дают возможность пренебречь в первом приближении существованием у поверхности погруженного тела тонкого слоя, средние свойства которого отличаются от свойств дисперсной среды вдали от тела.