

УДК 533.6.011

## **Эксергетический метод оценки удельного импульса прямоточного воздушно-реактивного двигателя**

**А.Ф. Латыпов**

*Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: latypov@itam.nsc.ru

Разработан эксергетический метод расчета тягово-экономических характеристик прямоточного воздушно-реактивного двигателя с учетом реальных термодинамических свойств продуктов сгорания при использовании в качестве топлива водорода и углеводородного горючего для чисел Маха набегающего потока  $M = 4 \div 14$ . Показано, что оценки удельного импульса данного двигателя по представленной методике согласуются с расчетными оценками других авторов. Метод расчета предназначен для получения характеристик прямоточного воздушно-реактивного двигателя и проведения параметрического анализа на начальном этапе исследований, а также для использования при концептуальных разработках гиперзвуковых летательных аппаратов.

**Ключевые слова:** эксергия, прямоточный воздушно-реактивный двигатель, удельный импульс.

### **Введение**

При разработке концепций гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА) различного назначения необходим инструмент для быстрой оценки силы тяги и удельного импульса прямоточного воздушно-реактивного двигателя (ПВРД). Используемые методы требуют задания некоторого множества определяющих величин, зависящих от газодинамических и геометрических параметров и определяемых, как правило, экспериментально [1, 2]. Эти методы малоприменимы при функциональном моделировании, когда отсутствует конструктивная схема моделируемого объекта. Представляется, что эксергетический метод является наиболее подходящим инструментом, т. к. в его основе лежит оценка потерь работоспособности газа в элементах двигателя вследствие необратимости процессов независимо от их природы [3–5]. Эксергия потока газа в выходном сечении двигателя определяет максимальную скорость истечения во внешнюю среду. Приращение энтропии в каком-либо элементе двигателя может быть задано на основе максимально допустимого и эталонного значений. Максимальное значение вычисляется точно [6]. Если построить какой-либо базовый процесс, то на его основе можно вычислить эталонную оценку. Рабочее значение приращения энтропии в элементе задается как взвешенная сумма допустимой и эталонной оценок (эталонная оценка может отсутствовать). Их функциональные зависимости от входных и внешних условий дают основания для предположения о слабой зависимости весовых коэффициентов от режима работы двигателя. Эксергетический метод позволяет минимизировать количество определяющих параметров и строить иерархическую структуру математических моделей для вычисления их значений.

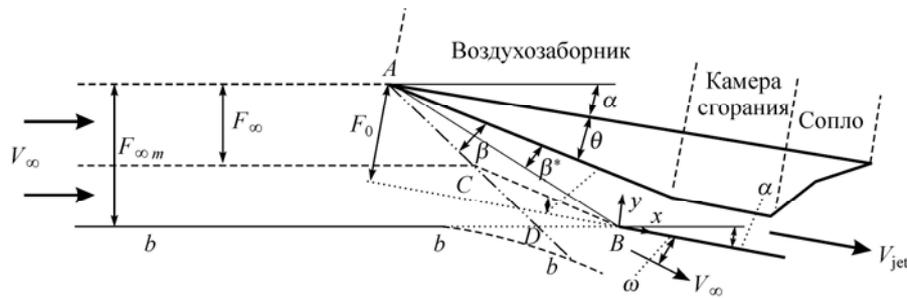


Рис. 1. Схема течения в окрестности модельной носовой части летательного аппарата на нерасчетных режимах.

ПВРД состоит из трех функциональных элементов: воздухозаборника, камеры сгорания, сопла (рис. 1). Получим последовательно соотношения для оценки их определяющих параметров.

### Воздухозаборник

Расход воздуха, поступающий в воздухозаборник, зависит от конструкции воздухозаборника, формы носовой части ГЛА, компоновки воздухозаборника с носовой частью, числа Маха полета и угла атаки, состояния пограничного слоя, управления пограничным слоем и других факторов. На этапе разработки концепции ГЛА конкретной компоновки еще нет. Поэтому необходима приближенная модель, схема, позволяющая получать оценки расходных характеристик для использования в концептуальных разработках.

На рис. 1 представлена схема течения в окрестности простейшей модельной носовой части летательного аппарата на нерасчетных режимах. Рассматривается воздухозаборник с одним клином сжатия.

Линия  $AB$  соответствует положению скачка уплотнения от носового клина при расчетном числе Маха набегающего потока  $M_\infty = M^*$  и нулевом угле атаки, угол скачка относительно клина равен  $\beta^*$ . Линия  $AD$  представляет положение скачка уплотнения на нерасчетном режиме, угол скачка равен  $\beta$ . Угол скачка  $\Sigma$  относительно вектора скорости набегающего потока определяется из уравнения косога скачка уплотнения

$$\operatorname{tg}(\Sigma - \theta_e) = \left( \frac{\gamma_\infty - 1}{\gamma_\infty + 1} + \frac{2}{\gamma_\infty + 1} \frac{1}{M_\infty^2 \sin^2 \Sigma} \right) \operatorname{tg} \Sigma, \quad (1)$$

где  $\Sigma = \beta + (\theta + \alpha)$ ,  $\theta_e = \theta + \alpha$  — эффективный угол клина. Решение определяется в диапазоне  $\Sigma \in [\Sigma_{\min}, \Sigma_{\max}]$ , задаваемом значениями  $\sin \Sigma_{\min} = \frac{1}{M_\infty}$ ,  $\sin \Sigma_{\max} = \sqrt{\frac{\gamma_\infty + 1}{2\gamma_\infty}}$ , затем  $\beta = \Sigma - \theta_e$ . При  $M_\infty = M^*$ ,  $\alpha = 0$  получаем  $\beta^*$ . Линия  $\{b-b-b\}$  обозначает внешнюю границу трубки тока, не втекающую в воздухозаборник. Коэффициент расхода

$$\chi = \frac{F_\infty}{F_{\infty m}} = \frac{|AC \cdot z|}{|AD \cdot z|} = \frac{|AC|}{|AD|}, \quad (2)$$

$z$  — поперечный размер воздухозаборника. При  $\beta \leq \beta^*$  коэффициент расхода  $\chi = 1$ . Для определения длин отрезков введем ортогональную систему координат  $\{x, y\}$  с началом в точке  $B$ . Координаты точки  $A$ :

$$y_A = \frac{F_0}{z}, \quad x_A = -\frac{y_A}{\operatorname{tg}(\theta + \beta^*)}. \quad (3)$$

Координаты точки  $D$  определяются из условия пересечения линий  $AD$  и  $BD$

$$y = y_A - (x - x_A) \operatorname{tg}(\theta + \beta) = x \operatorname{tg}(\alpha).$$

Далее будут использоваться обозначения  $\bar{x} = x/y_A$ ,  $\bar{y} = y/y_A$ . Получим

$$\bar{x}_D = \frac{\bar{x}_A \operatorname{tg}(\theta + \beta) + 1}{\operatorname{tg}(\theta + \beta) + \operatorname{tg}(\alpha)}, \quad \bar{y}_D = \bar{x}_D \operatorname{tg}(\alpha), \quad \bar{x}_A = -\frac{1}{\operatorname{tg}(\theta + \beta^*)}. \quad (4)$$

Координаты точки  $C$  определяются из условия пересечения линий  $AD$  и  $BC$

$$y = y_A - (x - x_A) \operatorname{tg}(\theta + \beta) = -x \operatorname{tg}(\theta).$$

Получим

$$\bar{x}_C = \frac{\bar{x}_A \operatorname{tg}(\theta + \beta) + 1}{\operatorname{tg}(\theta + \beta) - \operatorname{tg}(\theta)}, \quad \bar{y}_C = -\bar{x}_C \operatorname{tg}(\theta). \quad (5)$$

Используя выражения (4), (5), вычислим длины отрезков:

$$\begin{aligned} |\overline{AC}| &= \sqrt{(\bar{x}_C - \bar{x}_A)^2 + (\bar{y}_C - 1)^2}, \\ |\overline{AD}| &= \sqrt{(\bar{x}_D - \bar{x}_A)^2 + (\bar{y}_D - 1)^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Из соотношения (2) определяем  $\chi$ . Увеличение числа клиньев сжатия приводит к уменьшению расхода на нерасчетных режимах. Поэтому для последующего использования коэффициента расхода уменьшим полученное значение  $\chi$  (обозначим его  $\chi_0$ ) посредством соотношения

$$\chi = \chi_0 - \xi_\chi \chi_0 (1 - \chi_0), \quad (7)$$

где параметр  $\xi_\chi$  для выбранного типа воздухозаборника оценивается по расчетным или экспериментальным данным. Если такие данные отсутствуют, полагаем  $\xi_\chi = 0$ , далее вычисляем влияние его вариации на характеристики двигателя.

### Оценка сопротивления по жидкому контуру

Предполагаем, что поток воздуха, не попадающего в двигатель, отклоняется в окрестности обечайки воздухозаборника на угол  $\omega$ , при этом скорость его сохраняется. Расход этого потока  $m_{\text{liq}}$  и полный импульс  $I_{\text{liq}}$  соответственно равны

$$\begin{aligned} m_{\text{liq}} &= (1 - \chi) \rho_\infty V_\infty F_{\infty m}, \\ I_{\text{liq}} &= 2q_\infty F_{\infty m} (1 - \chi) \left( 1 + \frac{1}{\gamma_\infty M_\infty^2} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Тогда сила сопротивления по жидкому контуру будет равна изменению продольного полного импульса выделенного потока воздуха

$$X_{\text{liq}} = I_{\text{liq}} (1 - \cos(\omega + \alpha)). \quad (9)$$

Учитывая связь между характерными площадями сечений (см. рис. 1)

$$\frac{F_0}{\sin(\theta + \beta^*)} = \frac{F_{\infty m}}{\sin(\theta + \beta^* + \alpha)}, \quad (10)$$

получим коэффициент аэродинамического сопротивления жидкого контура

$$c_{x\text{liq}} = \frac{X_{\text{liq}}}{q_{\infty} F_0} = 4(1 - \chi) \left( 1 + \frac{1}{\gamma_{\infty} M_{\infty}^2} \right) \frac{\sin(\theta + \beta^* + \alpha)}{\sin(\theta + \beta^*)} \sin^2 \left( \frac{\omega + \alpha}{2} \right). \quad (11)$$

Значения углов для типичных конфигураций ГЛА составляют:  $\theta = 10 \div 14^\circ$ ,  $\omega = 18 \div 22^\circ$ .

### Оценка приращения энтропии в воздухозаборнике

Максимально допустимое приращение энтропии в воздухозаборнике  $\Delta \bar{S}_{1\text{max}}$  определяется выражением [6]

$$\exp(\Delta \bar{S}_{1\text{max}}) = \left[ \frac{2}{\gamma_{\infty} + 1} + \frac{M_{\infty}^2}{2n} \right]^n \frac{\bar{F}_1}{M_{\infty} \chi} \frac{\sin(\theta + \beta^*)}{\sin(\theta + \beta^* + \alpha)}, \quad (12)$$

$$\bar{F}_1 = \frac{F_1}{F_0}, \quad n = \frac{1}{2} \frac{\gamma_{\infty} + 1}{\gamma_{\infty} - 1}.$$

Для расчета задаются число Маха набегающего потока  $M_{\infty}$  и выходное сечение воздухозаборника  $\bar{F}_1$ , являющееся также входным сечением камеры сгорания. При задании  $\bar{F}_1$  необходимо соблюдать условие  $\bar{F}_1 > \bar{F}_{*\infty}$ , где  $\bar{F}_{*\infty}$  — относительное критическое сечение при изоэнтропическом течении. Минимальное приращение энтропии  $\Delta \bar{S}_{1\text{min}}$  положим равным приращению энтропии в головном скачке уплотнения. Для нескольких клиньев сжатия необходимо задавать суммарный угол отклонения потока и распределение углов клиньев, для оценки работы сил трения и тепловых потоков требуются распределения коэффициента трения и коэффициента теплопередачи по поверхности сжатия и величина поверхности. На этапе разработки концепции эти данные отсутствуют. Поэтому ограничимся приращением энтропии в головном скачке уплотнения. Это значение вычисляется по формулам для косоугольного скачка уплотнения

$$(M_c \sin \beta)^2 = \frac{1 + \frac{\gamma_{\infty} - 1}{2} (M_{\infty} \sin \Sigma)^2}{\gamma_{\infty} (M_{\infty} \sin \Sigma)^2 - \frac{\gamma_{\infty} - 1}{2}},$$

$$\frac{p_{0c}}{p_c} / \frac{p_{0\infty}}{p_{\infty}} = \left( \frac{1 + \frac{\gamma_{\infty} - 1}{2} M_c^2}{1 + \frac{\gamma_{\infty} - 1}{2} M_{\infty}^2} \right)^{\gamma_{\infty} / \gamma_{\infty} - 1}, \quad \frac{p_c}{p_{\infty}} = \frac{2\gamma_{\infty}}{\gamma_{\infty} + 1} (M_{\infty} \sin \Sigma)^2 - \frac{\gamma_{\infty} - 1}{\gamma_{\infty} + 1}, \quad (13)$$

$$\sigma = \frac{p_{0c}}{p_{0\infty}} = \left( \frac{p_{0c}}{p_c} / \frac{p_{0\infty}}{p_{\infty}} \right) \frac{p_c}{p_{\infty}}, \quad \Delta \bar{S}_{1\text{min}} = -\ln(\sigma).$$

Рабочее значение приращения энтропии определим как взвешенную сумму предельных оценок

$$\Delta \bar{S}_1 = (1 - \xi_1) \Delta \bar{S}_{1\min} + \xi_1 \Delta \bar{S}_{1\max}, \quad 0 \leq \xi_1 \leq 1. \quad (14)$$

Введем параметр относительных потерь эксергии в воздухозаборнике

$$\delta_1 = \frac{T_\infty \Delta S_1}{V_\infty^2 / 2} = \frac{2 \Delta \bar{S}_1}{\gamma_\infty M_\infty^2} = -\frac{2 \ln \nu_1}{\gamma_\infty M_\infty^2}. \quad (15)$$

По данным работы [7] и NASA получим, что  $\delta_1$  слабо зависит от числа Маха полета в диапазоне  $M_\infty = 2,5 \div 4,5$  и ее оценка лежит в пределах  $\delta_1 = 0,040 \div 0,055$  (табл. 1).

По значению  $\delta_1$  может быть получена оценка значения  $\xi_1$ . Следует отметить предельное соотношение  $\lim_{M_\infty \rightarrow \infty} \delta_{1\max} = 0$ ,  $\delta_{1\max} = \frac{2 \Delta \bar{S}_{1\max}}{\gamma_\infty M_\infty^2}$ . Из законов сохранения следуют уравнения

$$\frac{\varphi(M)}{\varphi(M_\infty)} \frac{\bar{F}}{\chi} \frac{\sin(\theta + \beta^*)}{\sin(\theta + \beta^* + \alpha)} = \exp(\Delta \bar{S}_1), \quad (16)$$

$$\varphi(M) = M \left( 1 + \frac{\gamma_\infty - 1}{2} M^2 \right)^{-n}, \quad n = \frac{1}{2} \frac{\gamma_\infty + 1}{\gamma_\infty - 1}.$$

По значению  $\Delta S_1$  из уравнения (16) вычисляем  $M_1$  ( $M_1 = M$ ). Для его итерационного решения необходимо задавать дозвуковой или сверхзвуковой диапазон поиска в зависимости от задаваемого режима течения в камере сгорания. Зная  $M_1$ , вычисляем температуру

$$\bar{T}_1 = \frac{1 + 0,5(\gamma_\infty - 1)M_\infty^2}{1 + 0,5(\gamma_\infty - 1)M_1^2}. \quad (17)$$

### Топливо

Используется углеводородное топливо  $C_m H_n$ . Здесь  $m, n$  — числа атомов. Теплотворная способность топлива  $Hu$  [кДж/кг] приближенно вычисляется по формуле Д.И. Менделеева

$$Hu = \left( 0,339g_C + 1,21g_{H_2} \right) 10^5, \quad g_C = \frac{12m}{12m + n}, \quad g_{H_2} = \frac{n}{12m + n}.$$

Таблица 1

Коэффициент восстановления полного давления в воздухозаборнике и соответствующие значения коэффициента потерь эксергии				
$M_\infty$	2,5	3,0	3,5	4,0
$\nu'$	0,83	0,73	0,625	0,54
$\nu''$	0,83	0,77	0,70	0,64
$\delta_1'$	0,043	0,050	0,055	0,055
$\delta_1''$	0,043	0,041	0,041	0,040

Примечания:  $\nu_1'$  — по данным работы [7],

$$\nu_1'' = (0,95 \div 0,98) \left[ 1 - (M_\infty - 1)^{1,35} \right] \text{ — по данным NASA.}$$

По реакции окисления топлива  $C_m H_n + (m + n/4) O_2 = m CO_2 + (n/2) H_2O$  вычисляются относительные массы веществ на 1 кг топлива

$$\bar{G}_{O_2} = \frac{8(4m+n)}{12m+n}, \quad \bar{G}_{CO_2} = \frac{44m}{12m+n}, \quad \bar{G}_{H_2O} = \frac{9n}{12m+n}.$$

По относительному составу воздуха  $g_{O_2}^\infty = 0,23145$ ,  $g_{N_2}^\infty = 0,75524$ ,  $g_{Ar}^\infty = 0,01331$  вычисляется стехиометрический коэффициент топлива  $L_0 = \bar{G}_{O_2} / g_{O_2}^\infty$ .

### Полнота сгорания топлива

Полнота сгорания топлива  $\psi$  существенно зависит от числа Маха полета и определяется многими факторами. Здесь используется термодинамическая оценка.

При начальных значениях температуры  $T_1$  и давления  $p_1$  рассчитываются равновесный состав  $Z_{jr}$  смеси топлива с воздухом, включающий компоненты ( $O_2$ ,  $H_2$ ,  $H_2O$ ,  $OH$ ,  $HO_2$ ,  $CO$ ,  $CO_2$ ,  $CH$ ,  $CH_2$ ,  $CN$ ,  $N_2$ ,  $NO$ ,  $NO_2$ ,  $N_2O$ ,  $NH$ ,  $NH_2$ ,  $NH_3$ ,  $HNO$ ,  $O$ ,  $H$ ,  $N$ ,  $Ar$ ), и равновесная температура  $T_r$ .

При нормальных условиях для состава  $Z_{jr}$  вычисляется тепловой эффект реакций  $Q(Z_{jr})$ . Полнота сгорания задается соотношением

$$\psi_T(M_\infty) = Q(Z_{jr}) / Hu. \quad (18)$$

Эта оценка верхняя, т. к. реальные процессы смешения, неравномерность параметров потока, неравновесность процессов уменьшают равновесное значение полноты сгорания. В табл. 2 приведены вычисленные по соотношению (18) значения полноты сгорания водорода  $\psi_T(M_\infty)$  при  $\alpha_1 = 1$  и параметрах потока на входе в камеру горения, соответствующих числам Маха полета  $M_\infty$  (табл. 3). Эти значения используются в последующих оценках характеристик ПВРД, в том числе, для углеводородного топлива.

Диагностика потоков со сгоранием топлива чрезвычайно трудна вследствие неравномерности распределения параметров течений и неравновесности процессов. Распределения по длине канала статического давления и теплового потока, получаемые в эксперименте, недостаточны для идентификации течений. Одномерное описание позволяет получать лишь осредненные параметры течений [8]. Однако и в случае дополнительного измерения действующих сил затруднительно определять распределение по длине канала

Таблица 2

Термодинамическая оценка полноты сгорания водорода

$M_\infty$	3	4	5	6	8	10	12	14
$\psi_T$	0,94	0,92	0,90	0,89	0,85	0,79	0,72	0,64

Таблица 3

Оценочные значения параметров потока во входном сечении камеры сгорания в зависимости от числа Маха полета  $M_\infty$ 

$M_\infty$	$M_1$	$T_1$	$\gamma$
6	2,4	835	1,35
8	3,0	1050	1,33
10	3,6	1300	1,32
12	4,0	1610	1,30
16	4,5	2375	1,23

выделяемого тепла и разделить влияние на параметры течения подвода тепла и диссипации кинетической энергии. Это обуславливает значительный разброс экспериментальных оценок полноты сгорания [9–12]. В работе [9] приведена оценка  $\psi \approx 0,8$  при числе Маха на входе в камеру горения  $M_1 = 2,5$ . Расчетная оценка из работы [10] при  $M_1 = 2-3$ ,  $\alpha_1 = 1$  дает полноту сгорания  $\psi = 0,80 \pm 0,05$ . С увеличением температуры величина  $\psi$  уменьшается. При коэффициенте избытка воздуха  $\alpha_1 < 1$  величина  $\psi \approx \text{const}$  и равна значению при  $\alpha_1 = 1$ , а при  $\alpha_1 = 2$  она достигает предельного значения  $\psi = 1$ . Таково же качественное поведение величины  $\psi_T$ , вычисленной по формуле (18). В последующих оценках характеристик ПВРД используется величина

$$\psi = \xi_\psi \cdot \psi_T (1-x) + x, \quad x = \max\left(0, \frac{\alpha_1 - 1}{\alpha_{\max} - 1}\right), \quad x = \min(1, x), \quad (19)$$

где  $\xi_\psi = 0,95$  — поправочный коэффициент,  $\psi_T$  берется из табл. 2,  $\alpha_{\max}$  — коэффициент избытка воздуха, при котором реализуется полное сгорание топлива. Принято  $\alpha_{\max} = 2$ .

### Термодинамические свойства продуктов сгорания

Полнота сгорания задает не только количество выделяющегося тепла, но и позволяет определить модельный состав продуктов сгорания следующим образом. Считаем, что топливо в количестве, определяемым полнотой сгорания, сгорает с образованием углекислого газа и паров воды. Остаток топлива находится в газовой фазе. Дополнительно в продуктах сгорания присутствуют остатки компонентов воздуха. При этих допущениях вычислим массовые концентрации составляющих веществ.

Количество топлива на 1 кг воздуха, поступающего в камеру сгорания, равно  $g_T = 1/\alpha_1 L_0$ , соответственно, количество продуктов сгорания  $g_s = 1 + g_T$ . Количество сгоревшего топлива составляет  $g_{T\psi} = \psi/\alpha_2 L_0$ ,  $\alpha_2 = \max(1, \alpha_1)$ , остаток топлива  $\Delta g_T = g_T - g_{T\psi}$ . Количества образующихся веществ  $g_{\text{CO}_2} = g_{T\psi} \bar{G}_{\text{CO}_2}$ ,  $g_{\text{H}_2\text{O}} = g_{T\psi} \bar{G}_{\text{H}_2\text{O}}$ . Остаток кислорода составляет  $\Delta g_{\text{O}_2} = g_{\text{O}_2}^\infty - g_{T\psi} \bar{G}_{\text{O}_2}$ . Теперь можем вычислить массовые концентрации веществ в продуктах сгорания:

$$c_T = \frac{\Delta g_T}{g_s}, \quad c_{\text{O}_2} = \frac{\Delta g_{\text{O}_2}}{g_s}, \quad c_{\text{CO}_2} = \frac{g_{\text{CO}_2}}{g_s}, \quad c_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{g_{\text{H}_2\text{O}}}{g_s}, \quad c_{\text{N}_2} = \frac{g_{\text{N}_2}^\infty}{g_s}, \quad c_{\text{Ar}} = \frac{g_{\text{Ar}}^\infty}{g_s}.$$

По этому составу вычисляем молекулярный вес, теплоемкость и показатель адиабаты смеси, используя табличные данные по компонентам в зависимости от температуры:

$$\mu_s = \left( \sum \frac{c_i}{\mu_i} \right)^{-1}, \quad c_{ps}(T) = \sum c_{pi}(T) c_i, \quad R_s = \frac{R_0}{\mu_s}, \quad \gamma_s = \frac{c_{ps}}{c_{ps} - R_s}.$$

### Оценка приращения энтропии в камере сгорания

Количество подводимого тепла  $Q$  на 1 кг воздуха равно

$$Q = \xi_Q Q_m, \quad \xi_Q = \frac{\psi}{\alpha_2} + \frac{\xi_r}{\alpha_1}, \quad Q_m = \frac{Hu}{L_0}, \quad \bar{Q}_m = \frac{Q_m}{a_\infty^2},$$

где  $\xi_r$  — коэффициент регенерации тепла, определяемый степенью нагрева топлива при возможном охлаждении внешних поверхностей летательного аппарата. Нижнюю оценку

приращения энтропии определим как приращение энтропии при подводе тепла  $\Delta\bar{S}_{2\min} = \Delta\bar{S}_Q$ :

$$\Delta S_Q = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = c_{ps} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = c_{ps} \ln\left(1 + \frac{\Delta T}{T_1}\right) = c_{ps} \ln\left(1 + \frac{Q}{c_{ps}T_1}\right), \quad (20)$$

$$\Delta\bar{S}_Q = \frac{\gamma_s}{\gamma_s - 1} \ln\left(1 + \frac{(\gamma_s - 1)\xi_Q\bar{Q}_m}{\bar{c}_{ps}\bar{T}_1}\right), \quad \bar{c}_{ps} = \frac{c_{ps}}{c_{p\infty}},$$

где  $c_{ps}$ ,  $\gamma_s$  — теплоемкость при постоянном давлении и показатель адиабаты продуктов сгорания, определяемые итерационно при средней температуре  $T_s = T_1 + Q/2c_{ps}$ . Максимально допустимое приращение энтропии  $\Delta\bar{S}_{2\max}$  камеры сгорания определяется выражением [6]

$$\exp(\Delta\bar{S}_{2\max}) = \left[ (1 + g) \left( \frac{2}{\gamma_s + 1} + \frac{M_1^2}{2n_s} \right) \right]^{n_s} \frac{\tilde{F}_2}{M_1}, \quad (21)$$

$$g = \frac{(\gamma_\infty - 1)\xi_Q\bar{Q}_m}{\left(1 + \frac{\gamma_\infty - 1}{2}M_\infty^2\right)}, \quad \tilde{F}_2 = \frac{F_2}{F_1}, \quad n_s = \frac{1}{2} \frac{\gamma_s + 1}{\gamma_s - 1},$$

где  $g = Q/i_{0\infty}$  — относительное количество тепла, подведенное к потоку между сечениями  $F_1$  и  $F_2$ ,  $\tilde{F}_2 = F_2/F_1$  — степень расширения камеры сгорания. Рабочее значение приращения энтропии в камере сгорания определяется как взвешенная сумма минимальной и максимальной оценок

$$\Delta\bar{S}_2 = (1 - \xi_2)\Delta\bar{S}_Q + \xi_2\Delta\bar{S}_{2\max}. \quad (22)$$

Зависимость предельных оценок приращения энтропии от внешних параметров позволяет надеяться на то, что коэффициенты  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  будут слабо меняющимися величинами.

### Эксергетический баланс

По определению эксергии имеем

$$\frac{V_{\text{jet}}^2}{2} = \frac{V_{\text{jet max}}^2}{2} - T_\infty \Delta S_3, \quad (23)$$

$$(1 + g_T) \frac{V_{\text{jet max}}^2}{2} = \frac{V_\infty^2}{2} + Q - T_\infty [\Delta S_1 + (1 + g_T)\Delta S_2].$$

Вводя безразмерные величины

$$\delta_2 = \frac{2\Delta\bar{S}_2}{\gamma_\infty M_\infty^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{2\xi_Q\bar{Q}_m}{M_\infty^2} - \delta_1\right)}, \quad \bar{V} = \frac{V}{V_\infty}, \quad (24)$$

получим

$$(1 + g_T) \bar{V}_{\text{jet max}}^2 = \left[1 + \frac{2\xi_Q\bar{Q}_m}{M_\infty^2} - \delta_1\right] [1 - (1 + g_T)\delta_2]. \quad (25)$$

## Сопло

Изначально при разработках гиперзвуковых летательных аппаратов было установлено, что сопло должно быть несимметричным [13–17]. Это обуславливалось несколькими причинами: необходимостью компенсировать момент, создаваемый несимметричным воздухозаборником, уменьшением веса конструкции, уменьшением размеров охлаждаемых поверхностей, возможностью реализации равномерной скорости истечения газа на расчетном режиме посредством надлежащего выбора контура, возможностью эффективного управления тягой двигателя на режимах перерасширения истекающего газа. Была разработана технология построения оптимального несимметричного плоского сопла с учетом газодинамических и геометрических ограничений. Численно исследовались течения в соплах заданных конфигураций при вариациях параметров газа во входном сечении, а также с учетом воздействия внешнего потока на режимах перерасширения. Были предложены и исследованы различные законы регулирования. Изучалось влияние различных факторов на структуру течений и силовые характеристики сопла: реальных термодинамических свойств газа, неравномерности параметров потока во входном сечении сопла, пограничного слоя, неравновесных процессов диссоциации и рекомбинации. Существует ограниченное число работ по численному исследованию пространственных сопел и экспериментальному исследованию моделей плоских несимметричных сопел. Таким образом, даже из этого весьма краткого обзора можно заключить, что построение сопла гиперзвукового прямооточного воздушно-реактивного двигателя (ГПВРД), интегрированного с планером летательного аппарата, является сложной задачей. Все отмеченные условия работы сопла должны быть изучены в уже сформулированной концепции летательного аппарата. Поэтому в предварительных исследованиях целесообразно использовать эксергетический метод, минимально связанный с устройствами, реализующими моделируемые функциональные свойства двигателя.

Для получения тяги степень расширения сопла должна быть достаточно большой, по оценкам, данным в работе [18], отношение эффективного выходного сечения сопла  $F_{nozz}$  к площади входного сечения воздухозаборника  $F_0$  должно быть не менее 1,5. Определим вариацию полного импульса истекающего из сопла газа  $I_{nozz}$  при вариации площади сечения  $F_{nozz}$ . Уравнения для определения параметров газа (для упрощения записей индекс nozz опущен):

$$i + \frac{V^2}{2} = \text{const}, \quad \sqrt{\frac{\gamma}{R}} \frac{pMF}{\sqrt{T}} = \text{const}, \quad \frac{p}{p_\infty} = \left(\frac{T}{T_\infty}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \exp\left(-\frac{\Delta S}{R}\right), \quad I = pF(1 + \gamma M^2). \quad (26)$$

Используя уравнения (26), запишем уравнения для вариаций параметров, полагая, что при вариации площади энтропия не меняется:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) \frac{\delta T}{T} + (\gamma-1) M^2 \frac{\delta M}{M} &= 0, \\ \frac{\delta p}{p} - \frac{1}{2} \frac{\delta T}{T} + \frac{\delta M}{M} + \frac{\delta F}{F} &= 0, \\ \frac{\delta p}{p} - \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\delta T}{T} &= 0, \\ \frac{\delta I}{I} = \frac{\delta p}{p} + \frac{\delta F}{F} + \frac{2\gamma M^2}{1 + \gamma M^2} \frac{\delta M}{M}. \end{aligned} \quad (27)$$

Из уравнений (27) получим

$$\begin{aligned} \frac{\delta M}{M} &= \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{M^2 - 1} \frac{\delta F}{F}, \quad \frac{\delta T}{T} = -\frac{(\gamma-1) M^2}{M^2 - 1} \frac{\delta F}{F}, \\ \frac{\delta p}{p} &= -\frac{\gamma M^2}{M^2 - 1} \frac{\delta F}{F}, \quad \frac{\delta I}{I} = \frac{1}{1 + \gamma M^2} \frac{\delta F}{F}. \end{aligned} \quad (28)$$

Из последнего уравнения следует, что при достаточно больших числах Маха истечения, таких, что  $\varepsilon = M^{-2} \ll 1$ , относительное изменение полного импульса в зависимости от относительного изменения площади выходного сечения будет малым:

$$\frac{\delta I}{I} \approx \frac{\varepsilon}{\gamma} \frac{\delta F}{F}, \quad \frac{\delta I}{I} \approx \frac{2\varepsilon}{\gamma(\gamma-1)} \frac{\delta M}{M}. \quad (29)$$

Это означает, что начиная с некоторого значения площади выходного сечения дальнейшее ее увеличение не приведет к существенному увеличению полного импульса. При этом его значение близко к максимальному, т. к. значение  $\delta I/I$  мало в широком диапазоне вариации числа Маха, максимум которого конечен и определяется при изэнтропическом расширении газа до давления окружающей среды. Поэтому в оценочных расчетах можно не задавать конкретное значение относительной площади выходного сечения, а задавать относительные потери эксергии.

Коэффициент эксергетических потерь может быть оценен по экспериментальным значениям коэффициента скорости ракетных сопел, т. к. им присущи все отмеченные особенности работы сопел ГПВРД. Коэффициент потери эксергии в сопле задается выражением

$$\delta_3 = \frac{2T_\infty \Delta S_3}{V_{\text{jet max}}^2}. \quad (30)$$

Используя определение коэффициента скорости  $\varphi_{\text{jet}} = V_{\text{jet}} / V_{\text{jet max}}$ , получим

$$\delta_3 = 1 - \varphi_{\text{jet}}^2. \quad (31)$$

Коэффициент скорости сопла жидкостного реактивного двигателя  $\varphi_{\text{jet}} = 0,945 \div 0,975$  [19].

Тогда для значения эффективной скорости истечения  $\bar{V}_{\text{jete}} = (1 + g_T) \bar{V}_{\text{jet}}$  получим соотношение

$$\bar{V}_{\text{jete}}^2 = (1 + g_T) \left[ 1 + \frac{2\xi_Q \bar{Q}_m}{M_\infty^2} - \delta_1 \right] \left[ 1 - (1 + g_T) \delta_2 \right] (1 - \delta_3). \quad (32)$$

### Коэффициент тяги и удельный импульс двигателя

По определению эксергии статические температура и давление истекающих из сопла продуктов сгорания равны значениям соответствующих параметров внешней среды. С учетом этого выражение для тяги двигателя имеет вид

$$D = \rho_\infty V_\infty F_\infty (V_{\text{jete}} - V_\infty) + p_\infty (F_{\text{jet}} - F_\infty) - X_{\text{liq}}. \quad (33)$$

Площадь выходного сечения сопла  $F_{\text{jet}}$  определяется из уравнения неразрывности (здесь следует отметить, что к реальности это значение не имеет отношения)

$$(1 + g_T) \rho_\infty V_\infty F_\infty = \rho_s V_{\text{jet}} F_{\text{jet}}. \quad (34)$$

Из уравнения состояния имеем  $\rho_s / \rho_\infty = \mu_s / \mu_\infty = \bar{\mu}_s$ . Подставляя в уравнение (34), вычислим

$$\bar{F}_{\text{jet}} = \frac{F_{\text{jet}}}{F_\infty} = \frac{(1 + g_T)^2}{\bar{V}_{\text{jet}} \bar{\mu}_s}. \quad (35)$$

Используя выражения (2), (10), (33), (35) и определение коэффициента тяги, получаем

$$\begin{aligned} D &= c_D^* q_\infty F_0 - X_{\text{liq}}, \\ c_D^* &= 2 \frac{F_\infty}{F_0} \left\{ \left( \bar{V}_{\text{jet}} - 1 \right) - \frac{1}{\gamma_\infty M_\infty^2} \left[ 1 - \frac{(1 + g_T)^2}{\bar{V}_{\text{jet}} \bar{\mu}_s} \right] \right\}, \\ \frac{F_\infty}{F_0} &= \frac{F_\infty}{F_{\infty m}} \frac{F_{\infty m}}{F_0} = \chi \frac{\sin(\theta + \beta^* + \alpha)}{\sin(\theta + \beta^*)}, \\ c_D &= c_D^* - c_{x \text{liq}}. \end{aligned} \quad (36)$$

Внутренняя удельная тяга и соответствующий удельный импульс будут иметь вид

$$D_{\text{spim}}^* = \frac{c_D^* q_\infty F_0}{\rho_\infty V_\infty F_\infty} = c_D^* \frac{F_0}{F_\infty} \frac{V_\infty}{2}, \quad I_{\text{spim}}^* = D_{\text{spim}}^* \alpha_1 L_0. \quad (37)$$

### Некоторые результаты расчетов

Для расчета варианта ПВРД необходимо задать следующие параметры (даны значения базового варианта, в скобках указаны диапазоны возможных значений):

$$\begin{aligned} M_\infty &= 6(4 \div 14), \quad T_\infty = 216^\circ \text{K}, \quad \alpha = 0(0 \div 3^\circ), \quad \omega = 20^\circ(18 \div 22^\circ), \\ \theta &= 12^\circ(10 \div 14^\circ), \quad M^* = 6(6 \div 7), \quad \bar{F}_1 = 0,12(0,10 \div 0,25), \\ \xi_1 &= 0,4(0,2 \div 0,8), \quad \xi_2 = 0,8(0,5 \div 1), \quad \tilde{F}_2 = 2(2 \div 3); \\ \text{Indkg} &= 1(0 \text{ или } 1), \quad \alpha_1 = 1(0,2 \div 3), \quad \alpha_{1 \text{max}} = 2(2 \div 3), \\ \xi_r &= 0(0 \div 0,05), \quad \varphi_{\text{jet}} = 0,96(0,945 \div 0,975), \quad m = 0(\geq 0), \quad n = 2(\geq 2). \end{aligned}$$

Время работы программы порядка одной секунды. Ниже приведены результаты расчетов ряда вариантов.

Относительная площадь выходного сечения воздухозаборника  $\bar{F}_1$  должна регулироваться в зависимости от числа Маха полета  $M_\infty$ . При малых значениях  $M_\infty$  значение  $\bar{F}_1$  должно быть максимальным, т. к. при малом значении  $\bar{F}_1$  значительно сужается диапазон допустимых значений приращения энтропии в процессе сжатия. Для значения параметра  $\bar{F}_1$  допустимы вариации в широких пределах, т. к. коэффициент чувствительности достаточно мал  $\frac{\bar{F}_1}{I_{\text{spim}}} \frac{\partial I_{\text{spim}}}{\partial \bar{F}_1} \approx -2 \cdot 10^{-2}$ .

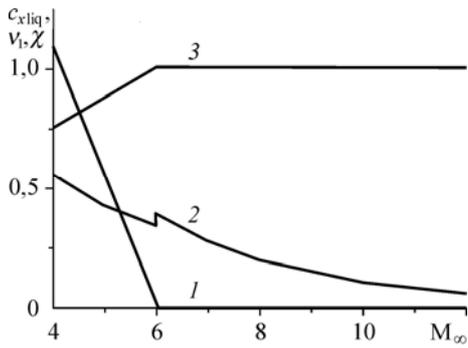


Рис. 2. Зависимости от числа Маха  $M_\infty$  параметров воздухозаборника.

Коэффициенты сопротивления жидкого контура (1), восстановления давления в воздухозаборнике (2), расхода (3).

На рис. 2 приведены параметры воздухозаборника, как функции от числа Маха  $M_\infty$ : коэффициент сопротивления жидкого контура, коэффициент восстановления полного давления и коэффициент расхода. Эти характеристики существенно зависят от типа воздухозаборника. Полученные значения укладываются в диапазоны возможных значений [20]. На рис. 3, 4 показаны зависимости  $\delta_1, \delta_2, \psi, \theta_Q$  от числа Маха. На рис. 5 представлены значения коэффициента тяги и удельного импульса при использовании в качестве топлива водорода и керосина. Результаты согласуются с данными, приведенными в работах [21, 22]. Предельное число Маха  $M_\infty$ , при котором возможен полет с использованием ГПВРД, ограничивается, по-видимому, числом  $M_\infty = 12$ . В подтверждение приведем оценки. Из баланса сил  $c_y q_\infty S = mg$ , где  $c_y$  — коэффициент аэродинамической подъемной силы,  $S$  — площадь в плане летательного аппарата,  $m$  — его масса, при типичных значениях  $q_\infty = 0,5 \cdot 10^5 \text{ [н/м}^2\text{]}$ ,  $mg/S = 0,5 \cdot 10^4 \text{ [н/м}^2\text{]}$  получаем оценку  $c_y = 0,1$ . Уравнение горизонтального полета  $m\dot{V} = D - X$ , где  $X$  — сила аэродинамического сопротивления, запишем в виде  $\dot{V}/g = \frac{q_\infty}{mg/S} (c_D \bar{F}_0 - c_y/K)$ , где  $\bar{F}_0 = F_0/S, K$  — аэродинамическое качество. Используя типичные значения для гиперзвуковых летательных аппаратов  $\bar{F}_0 = 0,1, K = 5$  и значение  $c_D$  из графика на рис. 5, получим  $(c_D \bar{F}_0 - c_y/K) \cong 0,2 \cdot 0,1 - 0,1/5 = 0$ , т. е. при  $M_\infty = 12$  полет с ускорением невозможен. Достижение этой скорости с использованием только ГПВРД также затруднено.

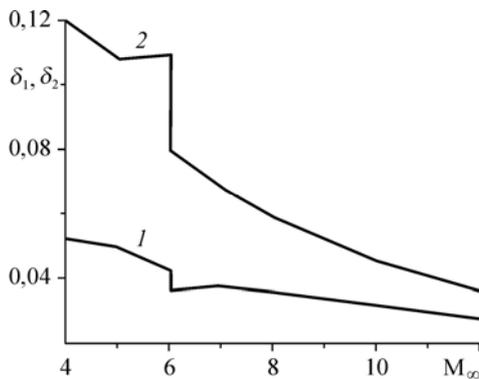


Рис. 3. Зависимость от числа Маха  $M_\infty$  коэффициента потери эксергии в воздухозаборнике (1) и в камере сгорания (2).

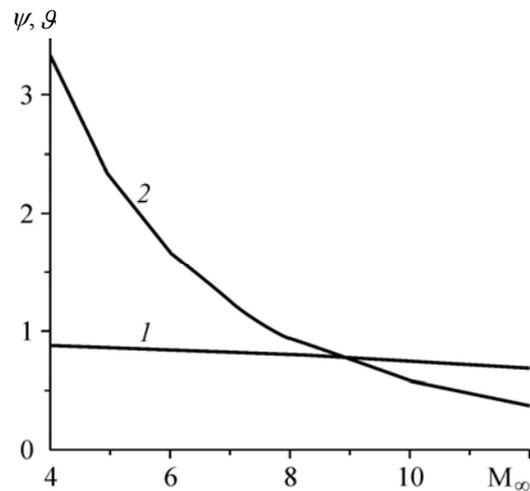
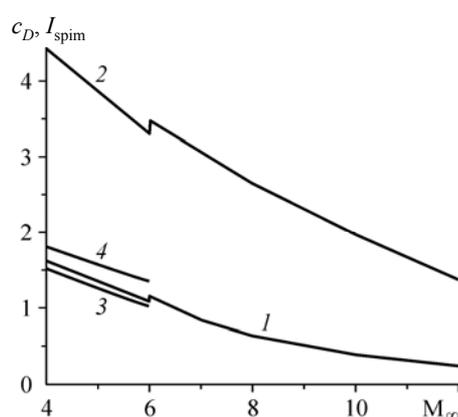


Рис. 4. Зависимость от числа Маха  $M_\infty$  полноты сгорания топлива (1) и относительного подвода тепла (2).

Рис. 5. Зависимость характеристик ПВРД от числа Маха  $M_\infty$ .

Внутр. коэффициент тяги  $c_D$ : 1 — водород, 3 — керосин; внутр. удельный импульс  $I_{spim}$ : 2 — водород, 4 — керосин.



### Заключение

Разработан эксергетический метод и создана программа расчета характеристик ПВРД (ГПВРД) при использовании в качестве топлива водорода и углеводородного горючего. Показано, что оценки удельного импульса ПВРД по представленной модели согласуются с расчетными оценками других авторов. Метод расчета предназначен для получения характеристик ПВРД и проведения параметрического анализа на начальном этапе исследований.

### Список обозначений

- $\alpha_1$  — коэффициент избытка воздуха в камере сгорания,  $\Delta S_k$ ,  $\delta k$ ,  $k = 1, 2, 3$  — приращения энтропии в воздухозаборнике, камере горения, сопле и соответствующие коэффициенты потерь эксергий газа,  $L_0$  — стехиометрический коэффициент,  $\xi_1, \xi_2$  — коэффициенты смешения для определения энтропии в воздухозаборнике, камере горения,  $H_u$  — калорийность топлива,  $\omega$  — угол отклонения потока в окрестности обечайки,  $g_T = 1/(\alpha_1 L_0)$  — удельный расход топлива,  $\alpha$  — угол атаки,  $\psi$  — полнота сгорания,  $\theta$  — угол носового клина летательного аппарата,  $\xi_r$  — коэффициент регенерации тепла,  $\beta$  — угол скачка уплотнения относительно клина,  $a$  — скорость звука,  $\beta^*$  — угол скачка уплотнения при расчетном числе Маха,  $\rho$  — плотность,  $Q$  — мощность подводимого тепла,  $T$  — температура,  $\alpha_{1max}$  — коэффициент избытка воздуха, соответствующий полному сгоранию топлива,  $p$  — давление,  $\mathcal{G} = Q/i_{0\infty}$  — относительный подвод тепла,  $V$  — скорость,  $\tilde{F}_2 = F_2/F_1$  — степень расширения камеры сгорания,  $M$  — число Маха,  $Indkg$  — индикатор до- (= 0) или сверхзвукового потока (= 1) в камере сгорания,  $i$  — энтальпия,  $V_{jet}$  — скорость истечения газа из сопла,  $q_\infty$  — скоростной напор,  $V_{jet max}$  — скорость истечения газа из идеального сопла,  $\gamma$  — показатель адиабаты,  $\varphi_{jet}$  — коэффициент скорости сопла,  $R_0$  — универсальная газовая постоянная,  $c_D$  — коэффициент тяги двигателя,  $c_{x liq}$  — коэффициент аэродинамического сопротивления жидкого контура,  $M^*$  — расчетное число Маха воздухозаборника,  $v_1$  — коэффициент восстановления полного давления в воздухозаборнике,  $D$  — тяга двигателя,  $D_{spim}$  — удельная тяга двигателя,  $\sigma$  — коэффициент восстановления полного давления в скачке уплотнения,  $F_0$  — площадь входного сечения двигателя,  $I_{spim}$  — удельный импульс,  $F_\infty$  — площадь струи набегающего потока, поступающего в двигатель,  $t, n$  — число молекул углерода и водорода в формуле топлива,  $F_{\infty m}$  — максимальная площадь струи набегающего потока,  $\chi = F_\infty/F_{\infty m}$  — коэффициент расхода,  $\bar{F}_1$  — относительная площадь выходного сечения воздухозаборника,

### Индексы

- $\infty$  — невозмущенного потока,  $c$  — за головным косым скачком уплотнения,  $0$  — торможения,  $s$  — смеси,  $1$  — в выходном сечении воздухозаборника,

## Относительные величины

$$\bar{p} = p/p_\infty, \quad \bar{\rho} = \rho/\rho_\infty, \quad \bar{T} = T/T_\infty, \quad \bar{F} = F/F_0, \quad \Delta\bar{S} = \Delta S/R_\infty, \quad \bar{Q} = Q/a_\infty^2, \quad V_{-jet} = V_{jet}/V_\infty.$$

## Список литературы

1. Клячкин А.Л. Теория воздушно-реактивных двигателей. М.: Машиностроение, 1969. 511 с.
2. Зуев В.С., Макарон В.С. Теория прямоточных и ракетно-прямоточных двигателей. М.: Машиностроение, 1971. 368 с.
3. Вукалович М.П., Новиков И.И. Техническая термодинамика. Л.; М.: Госэнергоиздат, 1955. 336 с.
4. Кирилин В.А., Сычев В.В., Шейдлин А.Е. Техническая термодинамика. М.: Наука, 1979. 572 с.
5. Хейвуд Р. Термодинамика равновесных процессов: руководство для инженеров и научн. работников. М.: Мир, 1983. 492 с.
6. Латыпов А.Ф. Эксергетический анализ прямоточного воздушно-реактивного двигателя // Теплофизика и аэромеханика. 2009. Т. 16, № 2. С. 319–330.
7. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / Под ред. Г.С. Бюшгенса. М.: Наука. Физматлит, 1998.
8. Крокко Л. Одномерное рассмотрение газовой динамики установившихся течений // Основы газовой динамики / Под. ред. С. Эммонса. М.: Изд-во ИЛ, 1963. С. 64–324.
9. Rodriguez C.G., White J.A., Riggins D.W. Three-dimensional effects in models of dual-mode scramjets // AIAA Paper. 2000. No. 2000–3704. P. 1–15.
10. Rogers R.C., Capriotti D.P., Guy R.W. Experimental supersonic combustion research at NASA Langley // AIAA Paper. 1998. No. 98–2506. P. 1–23.
11. Баев В.К., Шумский В.В., Ярославцев М.И. Некоторые методические аспекты исследования газодинамических моделей с тепломассоподводом в импульсной аэродинамической трубе // Физика горения и взрыва. 1987. № 5. С. 45–54.
12. Баев В.К., Шумский В.В. Влияние газодинамики двухрежимной камеры сгорания на силовые характеристики модели с горением // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 6. С. 49–63.
13. Проекты экспериментальных гиперзвуковых самолетов, изучаемые в США // NASA SP 292. 1971. P. 157–177.
14. Проблемы создания гиперзвукового самолета // ОНТИ ЦАГИ. Техн. информация. 1971. № 19.
15. Johnston P.J., Cabbage J.M., Weidner J.P. Studies of engine airframe integration on hypersonic aircraft // Aircraft. 1971. Vol. 8, No. 7. P. 495–501.
16. Дулов В.Г., Латыпов А.Ф., Пупышев С.Б., Щепановский В.А. Выбор и исследование аэродинамических характеристик модельного объекта для изучения гиперзвуковых нестационарных режимов полета // Аэрофизические исследования. Новосибирск, ИТПМ СО АН СССР, 1973.
17. Перспективы создания самолетов с гиперзвуковой крейсерской скоростью полета // ОНТИ ЦАГИ, Техн. информация, 1977. № 14.
18. Сарен Ю.А., Шумский В.В. Характеристики ГПВРД с двухрежимной камерой сгорания // Газодинамика течений в соплах и диффузорах. Новосибирск, ИТПМ СО АН СССР, 1982.
19. Васильев А.П., Кудрявцев В.М., Кузнецов В.А., Куропатенков В.Д., Обельницкий А.М., Поляев В.М., Полуян Б.Я. Основы теории и расчета жидкостных ракетных двигателей. М.: Высшая школа, 1967. 675 с.
20. Гунько Ю.П., Мажуль И.И. Газодинамическое построение плоского сверхзвукового воздухозаборника с повышенным коэффициентом расхода // Теплофизика и аэромеханика. 2012. Т. 19, № 4. С. 431–448.
21. Hearth D.P., Preyss A.E. Hypersonic technology — approach to an expanded program // Astronautics and Aeronautics. 1976. Vol. 14, No. 12. P. 20–37.
22. Jones R.A., Huber P.W. Toward scramjet aircraft // Astronautics and Aeronautics. 1978. Vol. 16, No. 2. P. 38–48.

Статья поступила в редакцию 20 декабря 2012 г.