

ВЛИЯНИЕ ЛУЧИСТОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА НА МИНИМАЛЬНУЮ ЭНЕРГИЮ ИСКРОВОГО ЗАЖИГАНИЯ ГАЗОВЗВЕСЕЙ

А. Ю. Крайнов

Томский государственный университет, 634050 Томск

Математическая модель искрового зажигания газозвеси строится на основе двухтемпературной теплодиффузионной модели горения газозвесей, лучистый теплоперенос моделируется в диффузионном приближении. Путем численного решения задачи получены зависимости минимальной энергии зажигания от параметров, характеризующих дисперсную фазу; определена область параметров дисперсной фазы, где лучистый теплоперенос существенно влияет на минимальную энергию искрового зажигания. Полученная аналитическая формула для определения критической энергии искрового зажигания газозвеси, учитывающая лучистый теплоперенос в газозвеси, дает значения, отличающиеся от результатов численного решения не более чем на 30 % в широком диапазоне определяющих параметров задачи. Теоретически полученные значения минимальной энергии искрового зажигания газозвеси угольной пыли удовлетворительно согласуются с данными экспериментов.

В промышленности в химических технологиях часто встречаются газозвеси, состоящие из химически реагирующих с газом частиц [1], — в процессах сушки, получения порошковых материалов, при добыче полезных ископаемых, особенно при добыче угля шахтным методом. Проблемам пожаро- и взрывобезопасности этих производств уделяется большое внимание, так как взрывы пылей приводят к тяжким последствиям [2, 3]. Одним из источников воспламенения таких газозвесей являются искры. Обзор экспериментальных исследований искрового воспламенения газозвесей сделан в [1]. Теоретическое моделирование этого процесса проведено в работах [4–6] на основе теплодиффузионной двухтемпературной модели горения газозвесей.

Тепловое излучение может существенно влиять на режим распространения пламени по газозвеси. При некоторых значениях параметров, характеризующих дисперсную фазу, тепловое излучение увеличивает скорость пламени в десятки раз [7, 8]. Тепловое излучение от стенки играет существенную роль при зажигании полуограниченной газозвеси горячей стенкой [9], изменяет характер воспламенения слоя газозвеси, расширяя область параметров газозвеси, в которой происходит зажига-

ние [10]. Установлено, что излучение тепла частицами и лучистый теплоперенос в газозвеси при зажигании неоднородного облака частиц внешним источником увеличивают период индукции зажигания облака [11]. В работах [12, 13] проведено моделирование процесса зажигания газозвеси горячей стенкой и выхода горения на стационарный режим распространения (в зависимости от параметров газозвеси — высокоскоростной или низкоскоростной режим). Перенос тепла излучением при зажигании газозвеси искрой также может существенно влиять на величину минимальной (критической) энергии искры, необходимой для зажигания газозвеси. В связи с этим в данной работе исследуется влияние лучистого теплопереноса при зажигании газозвеси искрой.

Математическая модель искрового зажигания газозвеси строится на основе динамики многофазных сред [14] для газозвеси с гетерогенно реагирующими частицами с учетом двухтемпературности среды [5, 6, 9–11]. Перенос теплового излучения моделируется в диффузионном приближении [14, 15], правомерность применения которого к рассматриваемым газозвесям подробно изучена в [8].

Рассмотрим неподвижное облако частиц, взвешенных в газе. Частицы равномерно перемешаны в газе, имеют одинаковый размер и сферическую форму, способны гетерогенно реагировать с газом. Реакция предполагается эк-

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 98-01-03009).

зотермической, зависящей от температуры по закону Аррениуса. Окислитель в газе присутствует в избытке. Газ считается прозрачным, термическое расширение газа не учитывается. Частицы поглощают и излучают тепло по закону Стефана — Больцмана. Лучистый теплоперенос описывается в диффузионном приближении. Искра моделируется мгновенным нитевидным источником тепловыделения. Требуется найти критические значения энергии искры, разграничивающие режимы «зажигание — отсутствие зажигания» газозвеси, а также зависимость ее от определяющих параметров задачи.

При сделанных допущениях система уравнений, описывающая тепловые процессы в рассматриваемой газозвеси при искровом зажигании в случае цилиндрической симметрии, запишется в виде

$$c_g \rho_g \frac{\partial T_g}{\partial t} = \lambda_g \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial T_g}{\partial x} \right) + 4\pi r_p^2 \alpha N (T_p - T_g) - (c_p T_p - c_g T_g) N \rho_p 4\pi r_p^2 \frac{\partial r_p}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\frac{c_p \rho_p r_p}{3} \frac{\partial T_p}{\partial t} = \alpha (T_g - T_p) - \frac{1}{4} (4\sigma \varepsilon T_p^4 - U c) - Q \rho_p \frac{\partial r_p}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\rho_p \frac{\partial r_p}{\partial t} = -\rho_g a_0 \frac{\beta_m k_0 \exp(-E/RT_p)}{\beta_m + k_0 \exp(-E/RT_p)}, \quad (3)$$

$$\frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{3\pi N r_p^2} \frac{\partial U c}{\partial x} \right) = -\pi N r_p^2 (4\sigma \varepsilon T_p^4 - U c), \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_g + \frac{4}{3} \pi r_p^3 \rho_p N) = 0, \quad (5)$$

где t — время; x — координата; T — температура; ρ — плотность; c — теплоемкость; λ , d — коэффициенты теплопроводности и диффузии; $\alpha = \text{Nu} \lambda_g / r_p$, $\beta_m = \text{Nu}_d d / r_p$ — коэффициенты теплообмена и массообмена; Nu , Nu_d — тепловое и диффузионное числа Нуссельта; r_p — радиус частицы; N — числовая концентрация частиц; a_0 — концентрация окислителя в газе; U — объемная плотность излучения; ε — степень черноты; σ — постоянная Стефана — Больцмана; c — скорость света; Q — тепловой эффект химической реакции; k_0 — предэкспоненциальный множитель в законе Аррениуса;

E — энергия активации химической реакции; R — универсальная газовая постоянная; индексы: g — газовая фаза, p — частицы, 0 — начальные условия.

В данной системе уравнение (1) — это уравнение энергии газовой фазы, где в правых частях учтены кондуктивный теплообмен с частицами дисперсной фазы и приход энтальпии с газообразными продуктами гетерогенной реакции; (2) — уравнение теплового баланса частицы, где в правой части учтены кондуктивный теплообмен с газом, теплоприход от гетерогенной химической реакции и теплообмен излучением с другими частицами, моделируемый в диффузионном приближении (оно получено из уравнения сохранения энергии для дисперсной фазы [14] при сделанных допущениях путем деления на $4\pi r_p^2 N$); уравнение (3) описывает выгорание частиц в гетерогенной реакции [14, 16]; (4) — уравнение для плотности излучения, записанное для запыленных оптически толстых сред [14]; (5) — уравнение сохранения массы газозвеси.

Искра моделируется мгновенным источником тепловыделения в точке $x = 0$. После выделение энергии за время t_0 в газе формируется профиль температуры в виде функции Гаусса. Выберем в качестве t_0 время распространения тепловой волны на расстояние $N^{-1/3}$ (среднее расстояние между частицами), тогда $t_0 = c_g \rho_g / \lambda_g N^{2/3}$ и начальное распределение температуры газа запишется в виде

$$T_g(x, 0) = \frac{A}{4\pi \lambda_g t_0} \exp\left(-\frac{x^2 c_g \rho_g}{4\lambda_g t_0}\right) + T_0, \quad (6)$$

где A — линейная плотность энергии искры. Начальные условия:

$$T_p(x, 0) = T_0, \quad r_p(x, 0) = r_{p,0}, \quad \rho_g(x, 0) = \rho_{g,0}.$$

Граничные условия:

$$\frac{\partial T_g(0, t)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial U(0, t)}{\partial x} = 0, \quad (7)$$

$$T_g(\infty, t) = T_0, \quad U(\infty) = \frac{4\sigma \varepsilon T_0^4}{c}.$$

Правомерность задания начального распределения температуры газа в виде (6) обоснована в [17], где показано, что с уменьшением зоны энерговыделения от искры и времени ее действия минимальная энергия зажигания

асимптотически стремится к постоянной величине.

В задаче зажигания газозвеси искрой имеется несколько характерных пространственных масштабов: масштаб тепловыделения от искры (x_s), начальный размер частиц ($r_{p,0}$), толщина зоны химической реакции при распространении волны горения (размер зоны, в которой частицы сгорают полностью) (x_c), толщина зоны прогрева перед зоной химической реакции (x_m), оптическая толщина слоя газозвеси (x_l). Для задач искрового зажигания и горения газозвесей всегда $x_s \ll x_c$, $r_{p,0} \ll x_c$. При изучении влияния лучистого теплопереноса на критическую энергию искры важным является соотношение пространственных масштабов таких, как толщина зоны химической реакции при горении газозвеси, толщина зоны прогрева перед зоной реакции и оптическая толщина среды. Можно ожидать, что если $x_l < x_m$, то перенос излучения не будет влиять на критическую энергию A_* искры; если $x_l \gg x_m$, то влияние переноса излучения на величину A_* может оказаться существенным. Поскольку $x_l = 1/\pi r_{p,0}^2 N$, увеличение массовой концентрации частиц или уменьшение их размера при фиксированной массовой концентрации будет приводить к уменьшению влияния переноса излучения на величину A_* .

Запишем систему уравнений (1)–(7) в безразмерной форме, выбрав в качестве масштабов следующие величины: $r_* = (\lambda_g RT_*^2/E)/\rho_{g,0} a_0 Q k_0 \exp(-E/RT_*)$ — размер частицы, при котором химическое тепловыделение на поверхности частицы при температуре T_* равно кондуктивному теплоотводу в окружающую среду с температурой на $\Delta T = RT_*^2/E$ ниже T_* ; $t_* = (c_p \rho_p r_* RT_*^2/E)/3\rho_{g,0} a_0 Q k_0 \exp(-E/RT_*)$ — время сгорания частицы размером r_* при температуре T_* ; $x_* = \sqrt{\lambda_g t_*/c_g \rho_{g,0}}$; $\rho_* = \rho_{g,0}$ — начальная плотность газа; $W_* = 4\sigma \varepsilon T_*^4$ — плотности излучения; $T_* = T_0 + (Q/c_p)m_*/(m_* + 1)$, где T_* — адиабатическая температура сгорания газозвеси с массовой концентрацией m_* .

В безразмерной форме система уравнений примет вид

$$\bar{\rho}_g \frac{\partial \theta_g}{\partial \tau} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial \theta_g}{\partial \xi} \right) + \frac{Cm}{l_0^3} (\theta_p - \theta_g) \bar{r}_p - \frac{3m}{l_0^3} \left(C\theta_p - \theta_g + (C-1) \frac{1}{\beta} \right) \frac{\partial \bar{r}_p}{\partial \tau} \bar{r}_p^2, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \theta_p}{\partial \tau} = -\frac{\theta_p - \theta_g}{\bar{r}_p^2} - \frac{P((\theta_p \beta + 1)^4 - W)}{\bar{r}_p} - \frac{3}{\gamma \bar{r}_p} \frac{\partial \bar{r}_p}{\partial \tau}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \bar{r}_p}{\partial \tau} = -\frac{\gamma}{3} \frac{\bar{\rho}_g \exp(\theta_p/(1 + \beta\theta_p))}{1 + \bar{r}_p \gamma / (\text{Le} C) \exp(\theta_p/(1 + \beta\theta_p))}, \quad (10)$$

$$\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial W}{\partial \xi} \right) = -\frac{9}{16} \frac{m^2 C}{D l_0^6} ((\theta_p \beta + 1)^4 - W) \bar{r}_p^2, \quad (11)$$

$$\bar{\rho}_g = 1 + \left(1 - \frac{\bar{r}_p^3}{l_0^3} \right) m. \quad (12)$$

Начальные условия:

$$\theta_g(\xi, 0) = \frac{G}{\tau_0} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\tau_0}\right) + \theta_0, \quad \tau_0 = \sqrt[3]{48\pi^2} \frac{l_0^2}{m^{2/3} C D^{1/3}}, \quad (13)$$

$$\theta_p(\xi, 0) = \theta_0, \quad \bar{r}_{p,0}(\xi, 0) = l_0, \quad \bar{\rho}_g(\xi, 0) = 1.$$

Граничные условия:

$$\frac{\partial \theta_g(0, \tau)}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial W(0, \tau)}{\partial \xi} = 0, \quad \theta_g(\infty, \tau) = \theta_0, \quad W(\infty) = W_0, \quad (14)$$

где $\tau = t/t_*$, $\xi = x/x_*$, $\theta = (E/RT_*^2)(T - T_*)$, $\bar{\rho} = \rho_g/\rho_{g,0}$, $\bar{r}_p = r_p/r_*$, $W = Uc/4\sigma \varepsilon T_*^4$ — переменные; параметры характеризуют: $m = (4/3)\pi r_{p,0}^3 \rho_p N/\rho_{g,0}$ — массовую концентрацию дисперсной фазы, $l_0 = r_{p,0}/r_*$ — размер частиц, $P = \sigma \varepsilon T_*^4/\rho_{g,0} a_0 Q k_0 \exp(-E/RT_*)$ — излучательную способность вещества частиц, $G = (AE/RT_*^2)/4\pi \lambda_g t_*$ — энергию искры, $\gamma = (c_p/Q)RT_*^2/E$ — теплоту сгорания вещества дисперсной фазы, $\beta = RT_*/E$ — энергию активации химической реакции; $C = c_p/c_g$; $D = \rho_p/\rho_{g,0}$; $\text{Le} = d/(\lambda_g/c_g \rho_{g,0})$ — число Льюиса.

Масштабы переменных задачи (1)–(7) выбраны исходя из удобства проведения расчетов и параметрического анализа. Зафиксировав температуру T_* (заданием некоторого значения m_*), которая входит во все определяющие параметры задачи, изменение какого-либо параметра можно трактовать как изменение одной соответствующей характеристики: $P \sim \varepsilon$ — степени черноты вещества частиц, $l_0 \sim r_{p,0}$ — размера частиц, $m \sim N$ — числовой концентрации частиц, $G \sim A$ — энергии искры.

Система уравнений (8)–(14) решалась численно по неявной разностной схеме методом прогонки. В области искрового тепловыделения шаг разностной сетки был взят равномерным; начиная с расстояния $\approx 5x_*$ от центра искры шаг сетки увеличивался в геометрической прогрессии с коэффициентом 1,03. Сходимость результатов (определения критической энергии искры G_*) проверялась в расчетах с уменьшающимся шагом по пространству и с уменьшающимся значением τ_0 . Параметры сетки выбраны из условия получения величины G_* с точностью не хуже 4 % по сравнению с ее значением, экстраполированным на нулевой шаг. Значение G_* находилось методом пристрелки с точностью не хуже 2 % из определения поведения газозвеси «зажглась — не зажглась». Критерием зажигания газозвеси являлся выход горения на фронтальный режим распространения с продвижением фронта на расстояние $(10 \div 15)x_*$ от источника воспламенения в область, где кривизна пространства для зоны горения становится несущественной; критерием потухания служило устойчивое монотонное падение температуры газозвеси в центре искровыделения в течение времени, при котором фронт горения прошел бы расстояние, большее $(10 \div 15)x_*$.

После проскока искры в газозвеси частицы, находящиеся вблизи центра, под действием теплового потока из высокотемпературной зоны быстро нагреваются и выгорают. Постепенно температура в центре понижается, и в зависимости от того, достаточный тепловой запас образовался в зоне проскока искры или нет, происходит зажигание газозвеси или остывание высокотемпературной зоны до начальной температуры газозвеси. На рис. 1, *a* показан процесс зажигания в случае, когда $G = 10 > G_*$ при $P = 0$ (без учета лучистого теплопереноса). Видно, что после периода разогрева частиц и их сгорания в центре (кривые 1, 2) наблюдается небольшая депрессия реакции (кривая 3), затем происходит выход на стационарный режим горения (кривые 4, 5). При учете лучистого теплопереноса энергии искры $G = 10$ оказалось недостаточно для зажигания газозвеси (см. рис. 1, *b, в*). После выгорания небольшой области газозвеси вблизи зоны проскока искры реакция затухает. Ее затухание обусловлено потерями тепла из зоны реакции за счет лучистого теплопереноса, так как глубина проникновения излучения при заданных значени-

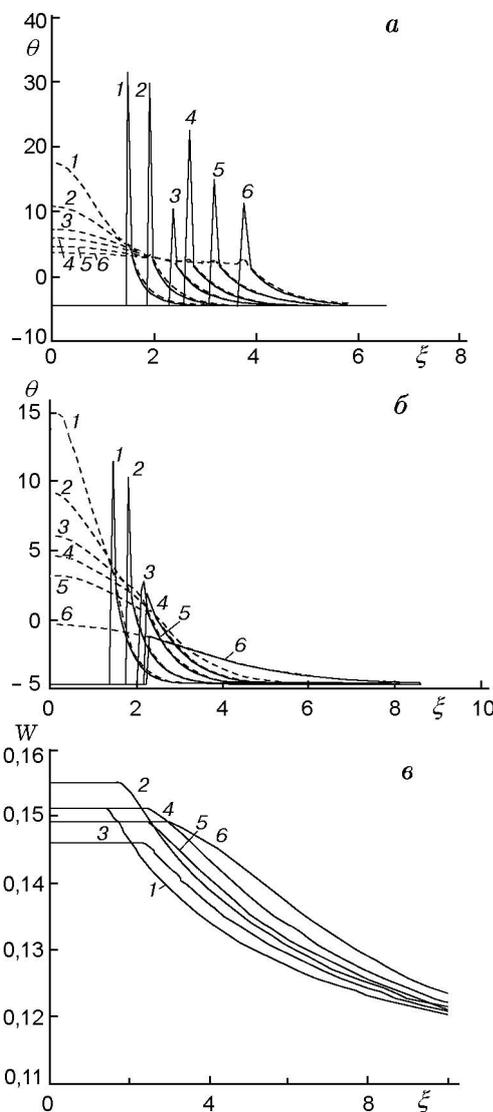


Рис. 1. Зависимость температуры частиц (сплошные линии), газа (штриховые линии) (*a, б*) и плотности излучения (*в*) от координаты в различные моменты времени:

$m = 0,7, l_0 = 0,2, G = 10,0, C = 1, D = 500, Le = 1, \gamma = 0,05, \beta = 0,09; a: P = 0, \tau = 0,60 (1), 1,02 (2), 1,57 (3), 2,07 (4), 2,80 (5), 3,65 (6); б, в: P = 0,2, \tau = 0,60 (1), 1,02 (2), 1,57 (3), 2,07 (4), 2,80 (5), 7,02 (6)$

ях массовой концентрации частиц и их размера значительно превышает толщину зоны прогрева перед фронтом горения (см. рис. 1). Для зажигания такой газозвеси требуется энергия искры больше 14,5. На рис. 2 представлено развитие процесса зажигания газозвеси с учетом лучистого теплопереноса при энергии искры больше критической. Из сравнения температур газа, частиц и плотности излучения видно, что падение плотности излучения происходит в пределах прогретой зоны волны горения.

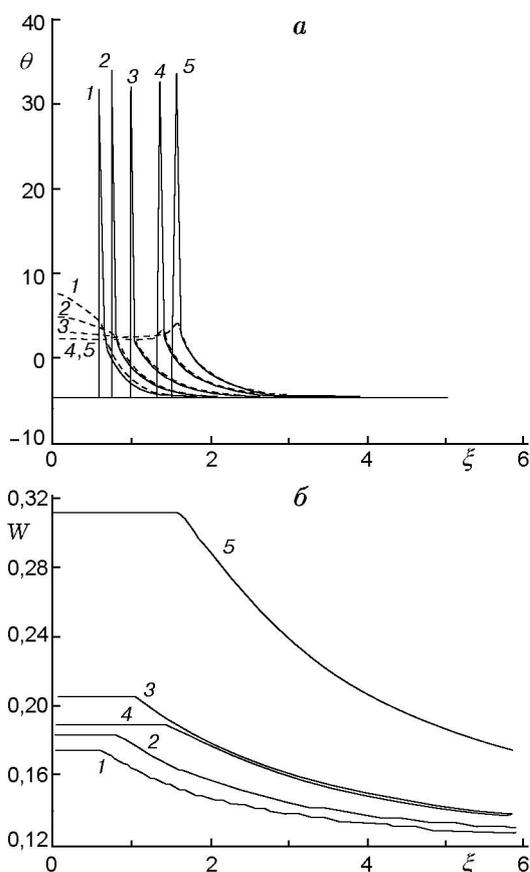


Рис. 2. Зависимость температуры частиц (сплошные линии), газа (штриховые линии) (а) и плотности излучения (б) от координаты в различные моменты времени:

$m = 1,3, l_0 = 0,1, G = 1,9, C = 1, D = 500, Le = 1, \gamma = 0,05, \beta = 0,09; P = 0,1, \tau = 0,28$ (1), 0,48 (2), 0,88 (3), 1,52 (4), 1,77 (5)

Было исследовано также влияние параметров, характеризующих дисперсную фазу, на критическую энергию искры. Исследование проводилось при $Le = 1, C = 1, D = 500, \gamma = 0,05, \beta = 0,09, m_* = 0,3$; другие параметры варьировались в пределах: $0,1 \leq l_0 \leq 0,5, 0,7 \leq m \leq 1,3, 0 \leq P \leq 0,2$. Результаты представлены на рис. 3–5. С увеличением l_0 критическая энергия G_* увеличивается линейно; при увеличении P увеличивается тангенс угла наклона зависимостей $G_*(l_0)$ (см. рис. 3). С ростом массовой концентрации дисперсной фазы критическая энергия уменьшается примерно пропорционально $1/m$ (см. рис. 4). Зависимость $G_*(P)$ имеет возрастающий характер. При больших значениях m возрастание незначительное (рис. 5, кривые 3, 4), с уменьшени-

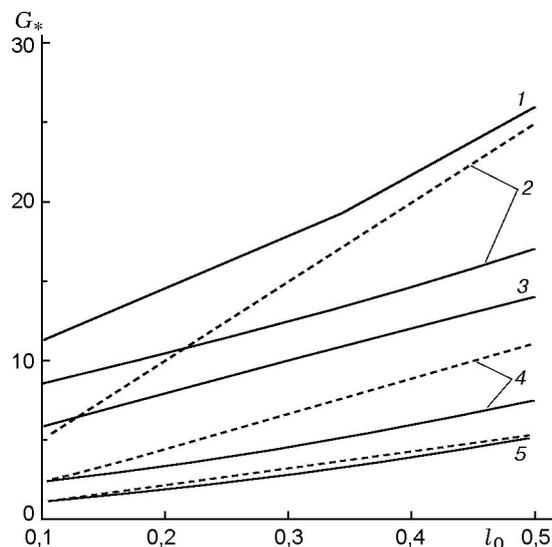


Рис. 3. Зависимость критической энергии искры от размера частиц l_0 :

сплошные линии — численный счет, штриховые — расчет по формуле (26); $\gamma = 0,05, \beta = 0,09, C = 1, D = 500, Le = 1; 1 — P = 0,2, m = 0,7; 3 — P = 0, m = 0,7; 2, 4, 5 — P = 0,1, m = 0,7, 1,0, 1,3$ соответственно

ем m влияние P на критическую энергию искры увеличивается и при $m = 0,7$ становится существенным (при $P = 0 \div 0,2$ критическая энергия G_* изменяется в два раза (рис. 5, кривая 1)).

Приведем результаты теоретического анализа задачи определения критической энергии искрового зажигания газозвеси. Как было выявлено из численных расчетов, температуры частиц и газа при зажигании искрой до выхода на режим горения отличаются незначительно. Поэтому для приближенного теоретического анализа примем $\theta_p = \theta_g = \theta$. Пренебрегая диффузионным торможением реакции, принимая $C = 1$ и $\bar{\rho}_g = 1$, запишем уравнение энергии газозвеси в однотемпературном приближении:

$$(1+m) \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\xi \left(1 + \frac{64 l_0^3 P D \beta}{9 m} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{(\theta \beta + 1)^3}{\bar{r}_p^2} \right) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right] + \frac{m}{l_0^3} \bar{r}_p^2 \exp \left(\frac{\theta}{1 + \beta \theta} \right). \quad (15)$$

Уравнение (15) получено путем домножения (9) на $m \bar{r}_p^3 / l_0^3$ и сложения с (8).

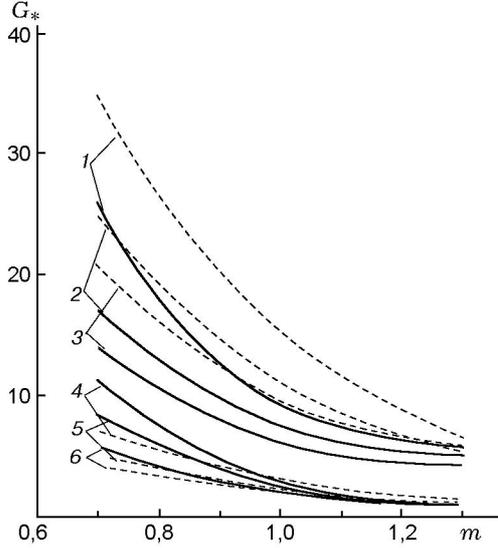


Рис. 4. Зависимость критической энергии искры от массовой концентрации дисперсной фазы:

сплошные линии — численный счет, штриховые — расчет по формуле (26); $\gamma = 0,05$, $\beta = 0,09$, $C = 1$, $D = 500$, $Le = 1$; $l_0 = 0,5$: $P = 0,2$ (1), $0,1$ (2), 0 (3); $l_0 = 0,1$: $P = 0,2$ (4), $0,1$ (5), 0 (6)

Воспользовавшись первым интегралом системы уравнений (8)–(12)

$$\theta(\bar{r}_p) = \theta_0 + \frac{1}{\gamma} \frac{m}{1+m} \left(1 - \frac{\bar{r}_p^3}{l_0^3}\right), \quad \theta_0 = -\frac{1}{\gamma} \frac{m_*}{1+m_*},$$

получим связь \bar{r}_p и θ в виде

$$\bar{r}_p = l_0 \left(\frac{\theta_a - \theta}{\theta_a - \theta_0}\right)^{1/3}, \quad (16)$$

$$\theta_a = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{m}{1+m} - \frac{m_*}{1+m_*}\right),$$

где θ_a — адиабатическая температура сгорания газозвеси. Перепишем уравнение (15) с учетом (16):

$$(1+m) \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\xi \left(1 + F(\theta\beta + 1)^3 \left(\frac{\theta_a - \theta}{\theta_a - \theta_0}\right)^{2/3}\right) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right] + B \left(\frac{\theta_a - \theta}{\theta_a - \theta_0}\right)^{2/3} \exp\left(\frac{\theta}{1 + \beta\theta}\right). \quad (17)$$

Здесь $F = 64l_0PD\beta/9m$, $B = m/l_0$.

Следуя [18], проинтегрируем уравнение (17) по ξ :

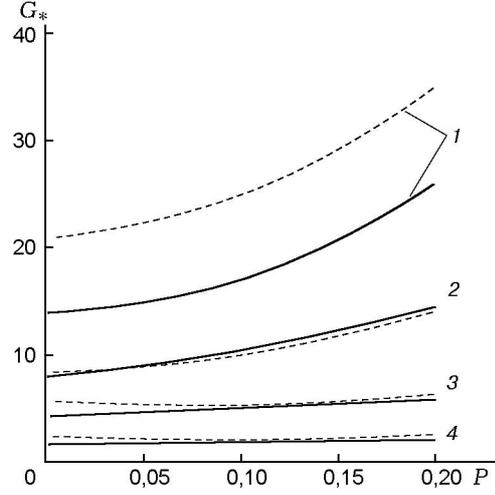


Рис. 5. Зависимость критической энергии искры от параметра, характеризующего степень черноты дисперсной фазы:

сплошные линии — численный счет, штриховые — расчет по формуле (26); $\gamma = 0,05$, $\beta = 0,09$, $C = 1$, $D = 500$, $Le = 1$; 1, 2 — $m = 0,7$, $l_0 = 0,5$ и $0,2$ соответственно; 3, 4 — $m = 1,3$, $l_0 = 0,5$ и $0,2$ соответственно

$$\int_0^{\xi_0} \xi(1+m) \frac{\partial \theta}{\partial \tau} d\xi = \xi \left(1 + F(\theta\beta + 1)^3 \left(\frac{\theta_a - \theta}{\theta_a - \theta_0}\right)^{2/3}\right) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_0 + B \int_0^{\xi_0} \left(\frac{\theta_a - \theta}{\theta_a - \theta_0}\right)^{2/3} \exp\left(\frac{\theta}{1 + \beta\theta}\right) d\xi. \quad (18)$$

Здесь ξ_0 — координата, где химическая реакция становится несущественной. Тепловой поток определим из решения линейной задачи теплопроводности. В цилиндрических координатах от мгновенного источника с энергосвободением G поле температуры через время $\bar{\tau}$ определяется в виде функции Гаусса:

$$\theta(\xi_0) = \theta_0 + \frac{G}{\bar{\tau}} \exp\left(-\frac{\xi_0^2}{4\bar{\tau}}\right),$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi_0} = -\frac{\xi_0}{2G} (\theta - \theta_0)^2 \exp\left(\frac{\xi_0^2}{4\bar{\tau}}\right).$$

Полагая ξ_0 малым, имеем

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi_0} = -\frac{\xi_0}{2G} (\theta - \theta_0)^2. \quad (19)$$

Проводя осреднение температуры по координате, с учетом (19) получим

$$(1+m)\frac{\partial\langle\theta\rangle}{\partial\tau} = -\left[1+H(\langle\theta\rangle\beta+1)^3\left(\frac{\theta_a-\theta_0}{\theta_a-\langle\theta\rangle}\right)^{2/3}\right]\frac{(\langle\theta\rangle-\theta_0)^2}{G} + B\left(\frac{\theta_a-\langle\theta\rangle}{\theta_a-\theta_0}\right)^{2/3}\exp\left(\frac{\langle\theta\rangle}{1+\beta\langle\theta\rangle}\right), \quad (20)$$

$$H = F\psi.$$

В константу H введен поправочный коэффициент ψ , учитывающий ошибки осреднения. Полученное уравнение является аналогом уравнения о тепловом взрыве реакционноспособного слоя. Найдем критическое значение параметра G при $\beta \ll 1$, $|\theta_0| \gg 1$ по методу Семенова [19]. При больших значениях параметра P можно пренебречь единицей по сравнению со вторым слагаемым в квадратных скобках (20). Введем замену переменных $u = v/v_0$, $v = \theta_a - \langle\theta\rangle$, $v_0 = \theta_a - \theta_0$, тогда уравнение (20) в стационарном случае примет вид

$$\frac{1}{G}\frac{H}{B}\beta^3v_0^5\left(\frac{\beta\theta_a+1}{\beta v_0}-u\right)^3(1-u)^2 = u^{4/3}\exp\left(\frac{-v_0u+\theta_a}{-\beta v_0u+1+\beta\theta_a}\right). \quad (21)$$

Поскольку $(\beta\theta_a+1)/\beta v_0 = T_a/(T_a-T_0) \approx 1$ в силу $T_a \gg T_0$, уравнение (21) перепишем в виде

$$\frac{1}{G}\frac{H}{B}\beta^3v_0^5(1-u)^5 = u^{4/3}\exp(-v_0u+\theta_a). \quad (22)$$

В левой части уравнения (22) записан теплоотвод из зоны реакции, в правой части — теплоприход от химических реакций. Определяя критические значения параметра G по методу [19], получим два критических значения температуры, соответствующих предельным высокотемпературному и низкотемпературному режимам реагирования. Нас интересует предельный высокотемпературный режим реагирования, так как при зажигании искрой осуществляется высокотемпературный режим, при котором температура воспламенения близка к адиабатической температуре сгорания газовзвеси. Значение этой температуры приближенно определяется выражением

$$u'_* = \frac{4}{3v_0-11}. \quad (23)$$

Тогда критическое значение параметра G находится по формуле

$$G'_* = \frac{H}{B}\beta^3v_0^5\frac{(1-u'_*)^5}{(u'_*)^{4/3}}\exp(v_0u'_*-\theta_a), \quad (24)$$

$$\frac{H}{B} = \frac{64l_0^2PD\beta}{9m^2}\psi.$$

При малом значении параметра P пренебрегаем вторым слагаемым в квадратных скобках уравнения (20) и критическое значение параметра G определяем из уравнения

$$\frac{1}{GB}(\langle\theta\rangle-\theta_0)^2 = \left(\frac{\theta_a-\langle\theta\rangle}{\theta_a-\theta_0}\right)^{2/3}\exp\left(\frac{\langle\theta\rangle}{1+\beta\langle\theta\rangle}\right),$$

которое с помощью аналогичной (21) замены преобразуется к виду

$$\frac{v_0^2}{GB}(1-u)^2 = u^{2/3}\exp\left(\frac{-v_0u+\theta_a}{-\beta v_0u+1+\beta\theta_a}\right).$$

Исследуя критические условия, получим

$$u_{*,0} = \frac{2}{3v_0+4\beta v_0-4}, \quad (25)$$

$$G_{*,0} = \frac{l_0}{m}v_0^2(1-u_{*,0})^2\exp\left(\frac{v_0u_{*,0}-\theta_a}{1+\beta\theta_a-\beta v_0u_{*,0}}\right).$$

Из (25) видно, что критическая энергия искры (при $P = 0$) пропорциональна размеру частиц и обратно пропорциональна массовой концентрации дисперсной фазы. Аналогичные результаты получены из численного решения задачи (см. рис. 3, кривая 3; рис. 4, кривые 3, 6). Отклонение расчетов по формуле (25) от численных результатов в исследованном диапазоне параметров не превышает 30 %. Из формулы (24) видно, что величина G'_* линейно зависит от степени черноты материала частиц (P) и обратно пропорциональна квадрату массовой концентрации дисперсной фазы, что качественно согласуется с численными результатами при больших значениях P (см. штриховые линии на рис. 3–5). Квадратичная зависимость G'_* в (24) от размера частиц не согласуется с результатами численного счета, что обусловлено тем, что в используемой при

Значения минимальной энергии искрового зажигания газозвеси угольной пыли при ее различных массовых концентрациях с учетом и без учета лучистого теплопереноса

m	P	G_*	A_* , Дж/м	E , мДж
0,125	0,176	14,0 (8,42)	6,60	26,4; 39,6
0,125	0	4,0 (4,58)	1,89	7,56; 11,34
0,2	0,176	2,95 (0,48)	1,39	5,56; 8,34
0,2	0	1,75 (0,48)	0,83	3,30; 4,96
0,31	0,176	1,70 (0,12)	0,80	3,21; 4,81
0,31	0	1,45 (0,12)	0,68	2,74; 4,10

Примечания. G_* — критическая энергия, полученная из численного решения (в скобках приведены значения, рассчитанные по аналитической формуле (26)); A_* — критическая энергия на единицу длины разрядного промежутка, полученная из численного решения; E — критическая энергия при длине разрядного промежутка 4 и 6 мм, полученная из численного решения.

выводе формулы (24) зависимости (16) не учитывается остывание высокотемпературной зоны газозвеси за счет теплоотвода и излучения в непрогретые слои газозвеси на периферии зоны, где выделилось тепло от искры. Поэтому поправочный коэффициент ψ в (20) искали в виде обратно пропорциональной зависимости от l_0 . Путем согласования расчетов по формуле (24) с результатами численного счета был подобран поправочный коэффициент $\psi = 0,07/l_0$. В интервале $0 \leq P \leq 0,2$ эффекты кондуктивного и лучистого теплопереноса сравнимы, и для «склейки» решений (24) и (25) можно использовать формулу

$$G_* = G_{*,0} \exp(-(P/P_{\max})^2) + G_*', \quad (26)$$

где P_{\max} — значение параметра P при $\varepsilon = 1$. Формула (26) дает совпадение значений критической энергии искры со значениями, полученными численно, с точностью не хуже 30 %, что достаточно для инженерных оценочных расчетов (см. штриховые линии на рис. 3–5).

Для сравнения результатов расчетов с экспериментальными данными был проведен расчет критической энергии искры, воспламеняющей газозвесь, состоящую из частиц угольной пыли, взвешенных в воздухе. Теплофизические и химико-кинетические величины для угля были взяты из [20]: $c_g = 960$ Дж/(кг·К), $c_p = 1005$ Дж/(кг·К), $\rho_{g,0} = 1,29$ кг/м³,

$\rho_p = 1400$ кг/м³, $\lambda_g = 0,1$ Вт/(м·К), $\varepsilon = 0,7$, $k_0 = 0,2 \cdot 10^4$ м/с, $E = 125$ кДж/моль, $Q = 10,7$ МДж/кг. Расчеты проводились для частиц радиусом $r_{p,0} = 10$ мкм при $a_0 = 0,2$. Значение m_* было выбрано равным 0,05, соответствующие масштабы имели значения: $T_* = 831,5$ К, $t_* = 8,172 \cdot 10^{-3}$ с. По этим данным были рассчитаны безразмерные параметры: $\gamma = 0,00412$, $\beta = 0,05528$, $P = 0,176$, $l_0 = 0,234$, $C = 0,955$, $D = 1085$, $Le = 1$. Расчеты критической энергии искры, необходимой для зажигания такой газозвеси при ее различных массовых концентрациях, проведены численно по модели (8)–(12) и по формуле (26) и приведены в таблице. Для сравнения в таблице даны значения G_* , рассчитанные без учета лучистого теплопереноса. Видно, что при массовой концентрации угольной пыли $m \leq 0,2$ влияние лучистого теплопереноса еще существенно, а при $m > 0,2$ оно практически не проявляется. Расчет по формуле (26) удовлетворительно согласуется с численным счетом. Значения минимальной линейной плотности энергии зажигания A_* также представлены в таблице. С учетом длины разрядного промежутка $4 \div 6$ мм, обычно используемого при экспериментальном исследовании искрового зажигания газозвесей [1], получаем значения, приведенные в последнем столбце таблицы.

В обзоре [1] приведены экспериментальные данные о минимальной энергии искрового зажигания газозвесей пыли из угля Саарского бассейна и Польского месторождения. Данные взяты из экспериментов с газозвесями с концентрацией угольной пыли 400 г/м³ при использовании разрядных промежутков $4 \div 6$ мм. Минимальная энергия зажигания такой газозвеси из пыли угля Саарского бассейна составила 11 мДж, из пыли угля Польского месторождения — 4 мДж. Расчет по модели (1)–(7) для такой же массовой концентрации угольной пыли ($m = 0,31$) с вышеприведенными значениями теплофизических и химико-кинетических величин дает минимальную энергию зажигания 4,8 мДж при разрядном промежутке 6 мм (см. пятую строку таблицы). Видно, что вычисленное значение минимальной энергии искрового зажигания газозвеси угольной пыли находится в пределах экспериментально измеренных значений.

Таким образом, на основе математической модели искрового зажигания газозвеси частиц, гетерогенно реагирующих с газом, учи-

тывающей двухтемпературности среды и лучистый теплоперенос, численно и аналитически исследовано влияние лучистого теплопереноса на минимальную энергию искрового зажигания. Определена область параметров дисперсной фазы, где лучистый теплоперенос существенно влияет на минимальную энергию искрового зажигания. В предположении однотемпературности среды при зажигании газозвеси искрой с минимальной энергией получена аналитическая формула для определения критической энергии искрового зажигания газозвеси, учитывающая лучистый теплоперенос в газозвеси. Полученная аналитическая формула дает значения минимальной энергии искрового зажигания газозвеси, отличающиеся от результатов численного решения задачи (1)–(7) не более чем на 30 % в широком диапазоне определяющих параметров задачи. Проведенное сравнение результатов численного и аналитического решений задачи с экспериментальными данными показало удовлетворительное согласие теоретически полученных значений минимальной энергии искрового зажигания газозвеси угольной пыли с известными данными экспериментов.

Автор благодарит доктора И. Г. Дика, сотрудника Friedrich-Alexander-Universitat Erlangen-Nurnberg, за постановку задачи и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Корольченко А. Я.** Пожаровзрывоопасность промышленной пыли. М.: Химия, 1986.
2. **Kauffman C. W., Mestrich K. R., Regan R. P., Seymour T. H.** Dust explosions in the US grain industry — the effect of research, regulations and education // Preprints of the Seventh Intern. Colloquium on Dust Explosions. 1996. P. 1.1–1.14.
3. **Умнов А. Е., Голик А. С., Палеев Д. Ю., Шевцов Н. Р.** Предупреждение и локализация взрывов в подземных условиях. М.: Недра, 1990.
4. **Губин Е. И., Дик И. Г.** Критические условия воспламенения искрой пылегазовой взвеси // Вопросы прикладной аэрогидромеханики и теплообмена. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1983. С. 63–68.
5. **Губин Е. И., Дик И. Г.** К теории возбуждения экзотермической реакции искровым разрядом в дисперсной среде // Изв. вузов. Сер. Физика. 1984. № 4. С. 128–133.
6. **Губин Е. И., Дик И. Г.** О зажигании пылевого облака искрой // Физика горения и взрыва. 1986. Т. 22, № 2. С. 10–17.
7. **Озеров Е. С.** Основы теории горения газодисперсных сред: Учеб. пособие. Л.: ЛПИ, 1980.
8. **Озерова Г. Е., Степанов А. М.** К расчету распространения радиационного пламени // Физика горения и взрыва. 1979. Т. 7, № 2. С. 66–73.
9. **Лисицын В. И., Пироженко А. А., Вилюнов В. Н.** О периоде индукции при зажигании дисперсной системы // Горение и взрыв: Материалы Третьего всесоюз. симпоз. по горению и взрыву. М.: Наука, 1972. С. 186–190.
10. **Дик И. Г., Крайнов А. Ю., Макаров А. И.** О воспламенении газозвеси в сосуде с нагретыми излучающими стенками // Физика горения и взрыва. 1990. Т. 26, № 5. С. 20–24.
11. **Крайнов А. Ю.** Воспламенение неоднородного облака частиц лучистым потоком // Физика горения и взрыва. 1996. Т. 32, № 4. С. 19–24.
12. **Krishenik P. M., Rumanov E. N., Shkadinskii K. G.** Modeling of combustion wave propagation in a carbon dust/gas mixture // Combust. Flame. 1994. N 99. P. 713–722.
13. **Krishenik P. M., Shkadinskii K. G.** The effect of gravity on the combustion of dust/air mixtures // Preprints of the Seventh Intern. Colloquium on Dust Explosions. 1996. P. 5.23–5.34.
14. **Нигматулин Р. И.** Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987.
15. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
16. **Франк-Каменецкий Д. А.** Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987.
17. **Дик И. Г., Замятина И. П., Прокофьев В. Г.** Воспламенение газовых смесей нестехиометрического состава искровым разрядом с пространственно-временным энерговыделением // Физика горения и взрыва. 1992. Т. 28, № 2. С. 3–8.
18. **Вилюнов В. Н.** К теории искрового воспламенения // Докл. АН СССР. 1973. Т. 208, № 1. С. 66–69.
19. **Семенов Н. Н.** Цепные реакции. М.: Наука, 1986.
20. **Основы практической теории горения:** Учеб. пособие для вузов / Под ред. В. В. Померанцева. Л.: Энергоатомиздат, 1986.

*Поступила в редакцию 17/II 2000 г.,
в окончательном варианте — 29/IX 2000 г.*