

УДК 536.24

ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ ЗАДАЧА АККУМУЛИРОВАНИЯ ТЕПЛОВОЙ ЭНЕРГИИ, ОСНОВАННОГО НА ФАЗОВОМ ПЕРЕХОДЕ ЖИДКОСТЬ–ТВЕРДОЕ ТЕЛО

И.И. РОЖИН

Институт проблем нефти и газа СО РАН, Якутск

Рассмотрена осесимметричная задача аккумуляции тепловой энергии в материале, претерпевающем фазовый переход при взаимодействии его с теплоносителем, температура которого изменяется циклически. Численными методами исследована возможность выбора параметров части конструкции аккумулятора, где хранится материал. Некоторый оптимальный объем теплоаккумулирующего материала определяется из условия равенства количеств теплоты при зарядке–разрядке аккумулятора. Результаты вычислений для ламинарного и турбулентного режимов подачи теплоносителя показали, что при одной и той же поверхности теплообмена наиболее эффективным является турбулентный режим.

Тепловой аккумулятор (ТА) включается в состав энергетических систем при колебаниях мощности теплового источника или энергопотребления и служит целям стабилизации, повышения эффективности и экономии энергии таких систем. Наибольшие перспективы представляет аккумуляция теплоты, основанная на явлении фазовых переходов. Это направление связано с использованием в аккумуляторах материалов, претерпевающих фазовый переход при их взаимодействии с окружающей средой.

При переходе из жидкого состояния в газообразное аккумулируется наибольшее количество теплоты. Однако объемная теплоемкость газообразной фазы довольно низка, поэтому аккумуляция на основе теплоты фазового перехода жидкость–газ не нашло широкомасштабного применения. ТА с использованием теплоты фазового перехода жидкость–твердое тело может широко использоваться в различных объектах космической и наземной техники, таких как солнечные энергетические установки с машинным способом преобразования теплоты, системы обеспечения теплового режима аппаратов, системы утилизации сбросового тепла и т. д.

Эффективность аккумуляторов в значительной степени зависит от степени использования потенциала накопления и отдачи энергии за полный цикл работы соответствующего устройства. Это ставит перед исследователями задачу выбора оптимальных параметров конструкции ТА, куда входят объем, масса теплоаккумулирующего материала (ТАМ) и т. п. Комплекс возникающих при этом задач может быть решен только методами математического моделирования.

При расчете и оптимизации большинства систем аккумуляции тепловой энергии, работа которых основана на использовании скрытой теплоты фазового перехода ТАМ в процессе его плавления или затвердевания, возникает необходимость совместного учета процессов теплообмена в ТАМ и омывающем его теплоносителе.

Одним из способов отвода и подвода теплоты к аккумулятору является пропускание теплоносителя через канал, расположенный внутри ТА. Процесс конвективного теплообмена при течении теплоносителя в канале носит ярко выраженный нестационарный характер, определяемый непрерывным изменением граничных условий для теплоносителя как во времени, так и по длине канала.

Конструкция исследуемого теплового аккумулятора представляет полую цилиндрическую камеру (теплоизолированную с торцов и наружной поверхности), пространство между стенками которой заполняется ТАМ, а через проточную область (канал) прокачивается теплоноситель с циклично изменяющейся температурой. Режим работы теплоаккумулирующей системы периодически меняется, при этом один полный цикл работы включает в себя периоды плавления и затвердевания. Система будет оптимальной в энергетическом отношении в том случае, когда количество теплоты, накопленное теплоаккумулирующим материалом во время плавления, будет равно количеству теплоты, израсходованному при затвердевании.

При построении математической модели были приняты следующие допущения:

- теплофизические свойства ТАМ считаются кусочно-постоянными, а свойства теплоносителя — постоянными,
- фазовый переход происходит при постоянной температуре без изменения влажности и объема,
- течение теплоносителя гидродинамически стабилизировано, т. е. профиль скорости не изменяется по длине канала, при этом температура и скорость теплоносителя усредняются по сечению канала,
- кондуктивная составляющая переноса теплоты вдоль потока теплоносителя пренебрежимо мала по сравнению с конвективной,
- свободная конвекция в жидкой фазе ТАМ отсутствует,
- толщина и термическое сопротивление стенки камеры, где находится ТАМ, пренебрежимо малы.

Уравнение нестационарного переноса теплоты за счет вынужденной конвекции теплоносителя в канале при принятых допущениях имеет вид

$$C_B \frac{\partial U_B}{\partial t} + C_B v \frac{\partial U_B}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_B r \frac{\partial U_B}{\partial r} \right), \quad 0 < r < R_1, \quad 0 < z < H, \quad t > 0, \quad (1)$$

где R_1, H — радиус и длина канала.

Интегрируя уравнение (1) по сечению канала с учетом условий симметрии

$$\partial U_B / \partial r = 0 \quad \text{при } r = 0 \quad (2)$$

и конвективного теплообмена между поверхностью ТАМ и теплоносителем

$$\lambda_B \partial U_B / \partial r = \alpha (U - U_B) \quad \text{при } r = R_1, \quad (3)$$

получим уравнение переноса теплоты в канале в виде:

$$C_B \pi R_1^2 \frac{\partial U_B}{\partial t} + C_B G \frac{\partial U_B}{\partial z} = 2\pi R_1 \alpha (U - U_B), \quad 0 < z < H, \quad t > 0. \quad (4)$$

Для ламинарного режима характерно параболическое распределение скоростей по сечению $v(r) = v_0 (1 - r^2/R_1^2)$, где v_0 — скорость на оси канала. Тогда

в выражении расхода теплоносителя $G = \pi R_1^2 v$ имеет место средняя скорость по сечению канала $v = v_0/2$, а для турбулентного режима допускается $v \approx v_0$.

Уравнение (4) дополняется следующими краевыми условиями:

$$U_B = U_0 \text{ при } t = 0, \quad (5)$$

$$U_B = U_a \sin(2\pi t/T) + U_f \text{ при } z = 0. \quad (6)$$

Учет неравномерности распределения скорости по сечению канала осуществляется путем использования полуэмпирических зависимостей коэффициентов конвективного теплообмена от чисел Рейнольдса $Re = 2G/\pi R_1 v_B$ и Прандтля $Pr = v_B C_B / \lambda_B$.

Среднее значение коэффициента конвективного теплообмена α , которое постоянно по длине канала, вычисляется по формуле

$$\alpha = Nu \lambda_B / 2R_1, \quad (7)$$

где среднее значение чисел Нуссельта [1, 2] для ламинарного режима

$$Nu = 1,4 (Re 2R_1 / H)^{0,4} Pr^{0,33}, \quad (8)$$

а для турбулентного режима

$$Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,43}. \quad (9)$$

Процесс распространения теплоты в ТАМ с учетом фазового перехода жидкость–твердое тело описывается дифференциальным уравнением теплопроводности:

$$\tilde{C}(U) \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda(U) \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda(U) \frac{\partial U}{\partial z} \right), \quad R_1 < r < R_2, \quad 0 < z < H, \quad t > 0. \quad (10)$$

Наиболее подходящим для численного решения прикладных задач Стефана, которые в основном бывают многомерными и характеризуются наличием нескольких немонокотонно движущихся фронтов фазового перехода, являются методы, основанные на подходе, изложенном в монографии [3]. Используя этот метод, авторы работы [4] разработали экономичную разностную схему сквозного счета со сглаживанием разрывных коэффициентов в уравнении теплопроводности по температуре в окрестности фазового перехода. Схемы со сглаживанием коэффициентов предложены также в работе [5] и характеризуются тем, что граница раздела фаз явно не выделяется, используются однородные разностные схемы. При этом теплота фазового перехода вводится с применением δ -функции Дирака как сосредоточенная теплоемкость в коэффициент теплоемкости.

Для данной задачи используются следующие аппроксимации разрывных коэффициентов:

$$\lambda(U) = \begin{cases} \lambda_s, & \text{при } U < U_f - \Delta_s, \\ \lambda_s - (\lambda_s - \lambda_l)(U - U_f + \Delta_s) / (\Delta_l + \Delta_s), & \text{при } U_f - \Delta_s \leq U < U_f + \Delta_l, \\ \lambda_l, & \text{при } U \geq U_f + \Delta_l, \end{cases} \quad (11)$$

$$\tilde{C}(U) = \begin{cases} C_s, & \text{при } U < U_f - \Delta_s, \\ C_f + (C_s - C_f) \left[\frac{(U - U_f)}{\Delta_s} \right]^2, & \text{при } U_f - \Delta_s \leq U < U_f, \\ C_f + (C_l - C_f) \left[\frac{(U - U_f)}{\Delta_l} \right]^2, & \text{при } U_f \leq U < U_f + \Delta_l, \\ C_l, & \text{при } U \geq U_f + \Delta_l, \end{cases} \quad (12)$$

где Δ_s, Δ_l — температурные полуинтервалы сглаживания δ -функции Дирака в твердой и жидкой фазах соответственно. Из равенства скрытой теплоты фазового перехода $W = l_f \rho w$ количеству теплоты, получаемому при аппроксимации объемной теплоемкости в интервале температур от $U_f - \Delta_s$ до $U_f + \Delta_l$, можно определить величину теплоемкости при температуре фазового перехода

$$C_f = (6 W + C_s (\Delta_s + 3\Delta_l) + C_l (\Delta_l + 3\Delta_s)) / 4(\Delta_s + \Delta_l).$$

Для уравнения (10) принимаются следующие краевые условия: начальное —

$$U = U_0, \text{ при } t = 0, \quad (13)$$

конвективного теплообмена теплоносителя с ТАМ —

$$\lambda(U) \partial U / \partial r = \alpha (U - U_b), \text{ при } r = R_1, \quad (14)$$

тепловой изоляции —

$$\partial U / \partial r = 0, \text{ при } r = R_2, \quad (15)$$

$$\partial U / \partial z = 0, \text{ при } z = 0, \quad z = H. \quad (16)$$

Для построения экономичной и консервативной разностной схемы применяются метод суммарной аппроксимации (расщепления) [6] и интегроинтерполяционный метод [7]. Динамика изменения температуры ТАМ и теплоносителя в канале определяется прогоночными алгоритмами с применением метода простой итерации.

Расчеты проводятся при следующих входных данных: $U_0 = -3, U_f = 3,64, U_a = 30, T = 31104000, l_f = 172100, \rho = 770, w = 1, \lambda_l = 0,146, \lambda_s = 0,185, C_l = 1686300, C_s = 1509200, v_b = 13,5 \cdot 10^{-6}, \lambda_b = 0,0244, C_b = 1310, H = 50, R_1 = 0,05, \Delta_l = \Delta_s = 0,1$. Здесь в качестве ТАМ выбран парафин, а в качестве теплоносителя — воздух.

Для выявления стабильности функционирования аккумулятора расчеты повторяются для нескольких рабочих циклов. Методом подбора свободного параметра (R_2) можно определить размер теплоаккумулирующей области, при котором ТАМ в половине периода колебания температуры теплоносителя полностью плавится или затвердевает. Так, для ламинарного режима при скорости теплоносителя на оси канала $v_0 = 0,5$ м/с получено, что этим условиям соответствует толщина ТАМ, равная $R_2 - R_1 = 0,115$ м, а для турбулентного режима при скорости $v_0 = 1,5$ м/с — толщина 0,308 м.

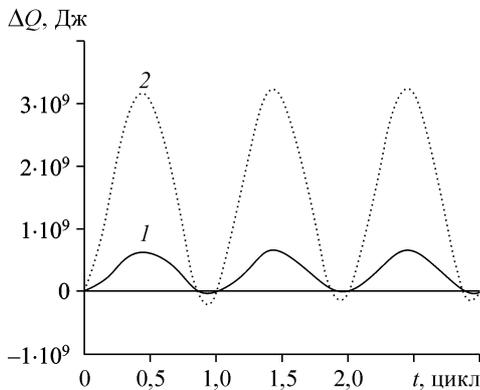
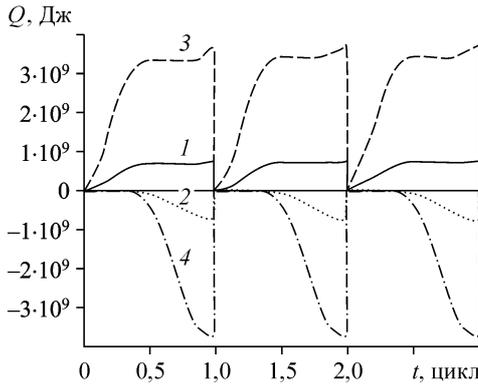
Рис. 1. Динамика изменения количества теплоты для зарядки Q_{ac} , разрядки Q_{ad} : ламинарный (1, 2), турбулентный (3, 4) режимы.

При этом расход теплоносителя, число Рейнольдса и коэффициент теплоотдачи принимают значения: для ламинарного режима $G = 0,002$, $Re = 1851,9$, $\alpha = 0,519$, для турбулентного — $G = 0,012$, $Re = 11111,1$, $\alpha = 7,693$. Коэффициент теплоотдачи, увеличивающийся с ростом скорости теплоносителя и отражающий темп нагрева и охлаждения, оказывает большое влияние на размеры зон плавления и затвердевания ТАМ. В отличие от турбулентного для ламинарного режима характерно существенное запаздывание температурных волн по длине ТАМ, т. к. скорость теплоносителя меньше и теплообмен происходит интенсивнее у входного сечения канала.

Получено, что для обоих режимов выполняется равенство значений количества теплоты для зарядки ТА (Q_{ac}) и теплоты, подводимой через теплообменную поверхность канала (Q_{hs}), а теплота для разрядки ТА (Q_{ad}) равна или приблизительно равна количеству отводимой теплоты (Q_{he}). На рис. 1 видно, что значения этих величин для турбулентного режима значительно превышают те же значения, соответствующие ламинарному режиму. В первой половине периода плавления не изменяются теплота для разрядки (Q_{ad} , кривые 2, 4) и отвод теплоты через поверхность теплообмена, а в первой половине периода затвердевания — теплота для зарядки (Q_{ac} , кривые 1, 3) и подвод теплоты.

Рис. 2 показывает, что амплитуда колебаний разности значений количества теплоты для зарядки и разрядки теплового аккумулятора $Q_{ac} - |Q_{ad}|$ (соответственно подводимой и отводимой теплоты через поверхность теплообмена $Q_{hs} - |Q_{he}|$) при турбулентном режиме больше, чем при ламинарном. В конце каждого рабочего цикла ТА выполняются условия равенства количества теплоты: $Q_{ac} = |Q_{ad}|$, $Q_{hs} = |Q_{he}|$.

В зависимости от значений варьируемых параметров конструкции, таких как ν , G , R_1 и H , при постоянной амплитуде и периоде колебания температуры теплоносителя на входе можно достичь или не достичь состояния полного расплавления



или затвердевания теплоаккумулирующего материала за соответствующие половины периода цикла работы устройства. Поэтому при некоторых фиксированных значениях параметров толщина ТАМ подбирается так, чтобы достигалось вышеописанное состояние.

Рис. 2. Разность значений количества теплоты $\Delta Q = Q_{ac} - |Q_{ad}|$: ламинарный (1), турбулентный (2) режимы.

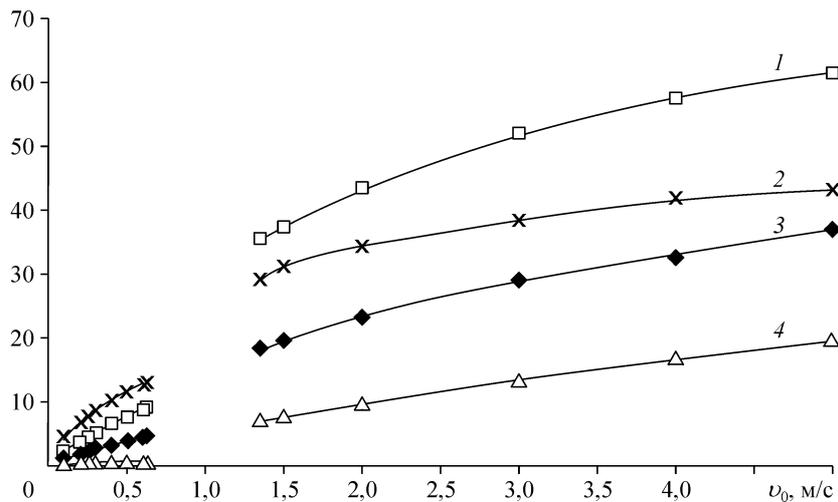


Рис. 3. Изменение параметров ТА в зависимости от скорости при ламинарном и турбулентном режимах течения: $Q \cdot 10^{-8}$, Дж (1); $(R_2 - R_1) \cdot 10^2$, м (2); V , м³ (3); α , Вт/(м²·°С (4)).

При фиксированных значениях параметров ТА (радиус и длина канала) оптимальная толщина ТАМ зависит от скорости и режима течения теплоносителя. Изменение скорости течения приводит к изменению толщины этого материала вследствие изменения коэффициента теплоотдачи, т. к. для ламинарного режима $\alpha \sim v^{0,4}$, а для турбулентного — $\alpha \sim v^{0,8}$ (см. уравнения (8) и (9)). Следовательно, для обоих режимов течения с увеличением значения v_0 монотонно возрастают величины Re , G , α , $R_2 - R_1$, объем V (или масса) ТАМ (рис. 3). При этом растет амплитуда колебаний температуры теплоносителя по времени во всех сечениях, кроме входного. Но для турбулентного режима энергия, затрачиваемая на перекачку теплоносителя, и тепловая энергия, уносимая через канал, получаются больше, чем при ламинарном.

Увеличение скорости v_0 приводит к росту значений количеств теплоты Q_{ac} и Q_{ad} (рис. 4). Для данной поверхности теплообмена при значениях скорости v_0 от 0,621 до 1,35 м/с режим течения теплоносителя является переходным (см. рис. 3), который в рамках настоящей работы не рассматривается.

Роль геометрических параметров (радиуса и длины), определяющих площадь поверхности канала, через которую подводится и отводится теплота, неоднозначна. Из формул (8) и (9) следуют зависимости коэффициента теплоотдачи от размеров канала: для обоих режимов $\alpha \sim R_1^{-0,2}$, и только для ламинарного режима $\alpha \sim H^{-0,4}$.

Если при фиксированных начальных значениях скорости v_0 и длины канала H увеличить его радиус R_1 , то будут возрастать значения Re , G , $R_2 - R_1$, V , кроме α . При увеличении объема (массы) ТАМ и поверхности теплообмена S можно аккумулировать большую теплоту (см. рис. 4). Поскольку переходный режим течения не рассматривается, то при заданных скоростях v_0 для ламинарного режима значение R_1 можно увеличить до 0,062 м, а для турбулентного режима — уменьшить до 0,045 м.

При фиксированных значениях скорости и радиуса канала увеличение его длины H приводит к уменьшению толщины $R_2 - R_1$ и увеличению S и V . При этом для ламинарного режима значение α монотонно падает, а для турбулентного —

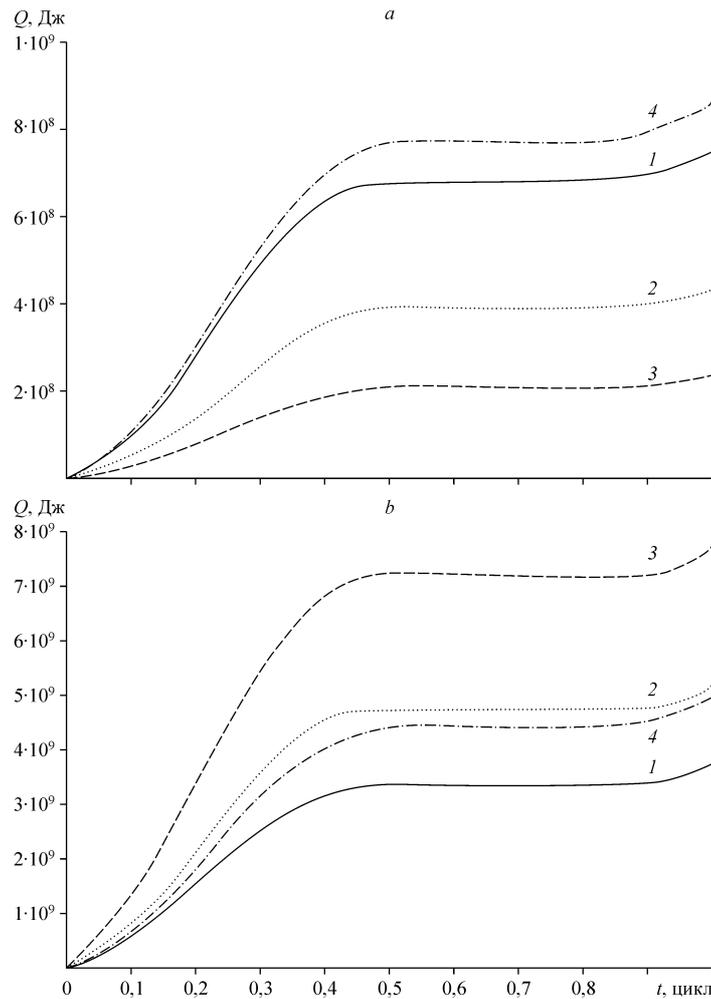


Рис. 4. Аккумулируемая теплота для ламинарного режима течения (а): $v_0 = 0,5$ (1, 3, 4), 0,25 (2), $R_1 = 0,05$ (1, 2, 4), 0,025 (3), $H = 50$ (1, 2, 3), 100 (4); для турбулентного (б): $v_0 = 1,5$ (1, 3, 4), 3 (2), $R_1 = 0,05$ (1, 2, 4), 0,10 (3), $H = 50$ (1, 2, 3), $H = 50$ (1, 2, 3), 100 (4).

остается неизменным, но аккумулируемая энергия для обоих режимов возрастает (см. рис. 4). Выявлено, что при одинаковых поверхностях теплообмена увеличение радиуса целесообразнее, чем увеличение длины канала, т. к. аккумулирующая способность ТАМ будет больше.

В результате сравнения режимов движения теплоносителя было установлено, что при одной и той же поверхности теплообмена наиболее эффективным является турбулентный из-за того, что размер (или масса) ТАМ в этом случае больше, чем при ламинарном режиме. Для полного сравнения необходим технико-экономический анализ, поскольку повышение энергетической эффективности при турбулентном режиме достигается за счет увеличения габаритов, следовательно, и стоимости теплового аккумулятора.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ И СОКРАЩЕНИЙ

C — объемная теплоемкость, Дж/(м ³ ·°С),	v — скорость течения теплоносителя, м/с,
G — объемный расход теплоносителя, м ³ /с,	w — весовая влажность, в долях
Q — количество теплоты, Дж,	

T — период колебаний, с,	единицы,
U — температура, °С,	α — коэффициент конвективного теплообмена, Вт/(м ² ·°С),
W — скрытая теплота фазового перехода, Дж/м ³ ,	λ — коэффициент теплопроводности, Вт/(м·°С),
l — удельная теплота фазового перехода, Дж/кг,	ν — кинематическая вязкость, м ² /с,
r, z — радиальная и осевая координаты, м,	ρ — плотность, кг/м ³ .
t — время, с,	

НИЖНИЕ ИНДЕКСЫ

a — амплитуда,	he — отвод теплоты,
ac — зарядка,	hs — подвод теплоты,
ad — разрядка,	l — жидкая фаза,
v — теплоноситель,	s — твердая фаза,
f — фазовый переход,	0 — начальное значение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. — М.: Энергоиздат, 1981. — 416 с.
2. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. — М.: Энергия, 1973. — 320 с.
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. Изд. 5-е. — М.: Наука, 1977. — 736 с.
4. Самарский А.А., Моисеенко Б.Д. Экономичная схема сквозного счета для многомерных задач Стефана // Журн. вычисл. математики и матем. физики. — 1965. — Т. 5, № 5. — С. 816–827.
5. Будаков Б.М., Соловьева Е.Н., Успенский А.Б. Разностный метод со сглаживанием коэффициентов для решения задачи Стефана // Журн. вычисл. математики и матем. физики. — 1965. — Т. 5, № 5. — С. 828–840.
6. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. — Новосибирск: Наука, 1967. — 196 с.
7. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. — М.: Наука, 1971. — 550 с.

Статья поступила в редакцию 30 июня 2006 г.