

15. О. Л. Кедровский, И. Я. Иванов и др.— В сб.: Атомные взрывы в мирных целях. М.: Атомиздат, 1970.
 16. Р. Коул. Подводные взрывы. М.: ИЛ, 1950.
 17. Б. В. Замышляев, Ю. С. Яковлев. Динамические нагрузки при подводном взрыве. Л.: Судостроение, 1967.

УДК 533.601.1

ВОЗБУЖДЕНИЕ ГАЗОВОЙ ДЕТОНАЦИЕЙ УДАРНЫХ ВОЛН В ТРУБАХ

Т. П. Гавриленко, В. В. Григорьев, С. А. Ждан,
 Ю. А. Николаев, В. И. Феденок
 (Новосибирск)

Задача представляет интерес в связи с проблемами инициирования детонации ударной волной, передачи детонации через инертные пробки и техники безопасности. В работе проведены экспериментальные исследования, расчет на ЭВМ с учетом потерь и построена приближенная модель затухания амплитуды ударных волн.

Постановка эксперимента. Экспериментальная установка состояла из дюралюминиевой трубы диаметром 30 мм, разделенной мембранный на детонационную секцию, заполняемую взрывчатой смесью, и ударную, заполняемую воздухом. Инициирование проводилось у глухого торца детонационной секции электрическим разрядом (автомобильная система зажигания). Длина детонационной секции составляла 0,161, 0,292 и 1,33 м, шероховатость внутренней поверхности трубы в среднем — ~60 мкм. Мембра на представляла собой растянутую тонкую резину, самоубирающуюся при прокалывании иглой в зазор (0,3 мм) между детонационной и ударной секциями¹. Обе секции и стык между ними герметизировались. После вакуумирования обеих секций в них напускались соответствующие газы до давления 1 атм. Перепад давлений между секциями был не более 0,5 %. Детонация инициировалась через несколько секунд после прокалывания мембранны. Взрывчатая смесь готовилась предварительно, использовались газы из технических баллонов. Эксперименты проводились со смесями $C_2H_2 + aO_2 + bN_2$, где $a = 1,2; 2,5; b = 0; 0,9$.

Скорость волны в обеих секциях определялась хронометрированием (частотомер ЧЗ-34А) прихода волны к пьезоэлектрическим датчикам давления с размером чувствительного элемента 1 мм и расстоянием между ними 100—300 мм. Численное дифференцирование координаты по времени проводилось по двухточечной схеме (ширина штриховки на рис. 1 соответствует разбросу данных как в одном опыте, так и от опыта к опыту) и посредством параболического сглаживания по пяти точкам (метод наименьших квадратов). Сглаженные профили для различных опытов практически совпадают и лежат в серединах заштрихованных полос. Разброс данных вызван, по-видимому, большими возмущениями вблизи фронта, источником которых явилось неравномерное смешение газов вблизи мембранны.

Численное решение задачи. Течение газа за фронтом ударной волны с учетом трения и теплоотвода в стенки трубы описывалось системой уравнений в безразмерных переменных:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u})}{\partial \bar{x}} &= 0, \quad \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{u})}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial (\bar{p} + \bar{\rho} \bar{u}^2)}{\partial \bar{x}} = -\kappa \bar{\rho} \bar{u} |\bar{u}|/2, \\ \frac{\partial}{\partial \bar{t}} \left(\frac{\bar{p}}{\gamma - 1} + \bar{\rho} \bar{u}^2/2 \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left[\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \bar{p} + \bar{\rho} \bar{u}^2/2 \right) \bar{u} \right] &= \end{aligned} \quad (1)$$

¹ Данная конструкция мембранны предложена В. Ю. Ульянищиков.

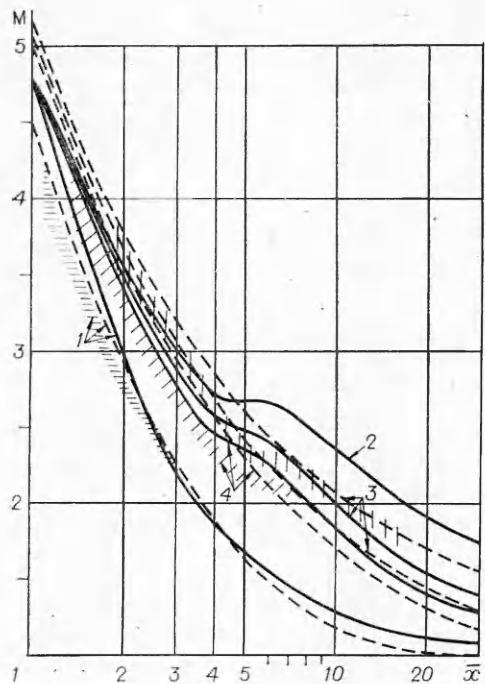


Рис. 1. Зависимость M от \bar{x}_Φ для смеси $C_2H_2+2.5O_2$ (заштрихованная область — экспериментальные данные).

1 — $L_0=1,33$ м; 2 — без потерь; 3 — $L_0=0,161$ м;
4 — $L_0=0,292$ м; — численное решение; —— расчет по приближенной модели.

трения; t — время; $\gamma_e = c_{\text{Ч.Ж.}}^2 / p_{\text{Ч.Ж.}} \rho_{\text{Ч.Ж.}} / p_0$; $\bar{u} = u / \sqrt{p_0 / \rho_0}$; $D = D / \sqrt{p_0 / \rho_0}$; $\bar{c} = c / \sqrt{p_0 / \rho_0}$; $T = T / T_0$; $\bar{\mu} = \mu / \mu_0$; $\bar{t} = t L_0 / \sqrt{p_0 / \rho_0}$; $\kappa = \lambda L_0 / d$; $\text{Pr} = 4\gamma / (9\gamma - 5)$; индекс 0 соответствует параметрам воздуха в исходном состоянии, Ч.—Ж.— на фронте детонационной волны, f — на фронте ударной волны, * — распада разрыва. τ и q определялись по формулам [1, 2]

$$\tau = \frac{\lambda}{8} \rho u^2, \quad q = \frac{\lambda}{8} \rho u \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{R(T - T_0)}{\mu \text{Pr}},$$

$$\lambda = \max \left[\left(1,74 - 2 \lg \frac{2\epsilon}{d} \right)^{-2}, \quad 0,314 \text{Re}^{-0,25} \right],$$

где Re — число Рейнольдса. В продуктах детонации ($0 \leq \bar{x} \leq \bar{x}_{\text{пп}}$) принималось $\gamma = \gamma_1$, в воздухе ($\bar{x} > \bar{x}_{\text{пп}}$) — $\gamma = \gamma_0$.

Границные условия: у закрытого торца трубы ($\bar{x} = 0$) массовая скорость равна нулю, слева и справа от контактной поверхности — равенство давлений и скоростей. На фронте ударной волны ($\bar{x} = \bar{x}_\Phi$) использовались соотношения $D^2 = (\gamma_0 + 1)\bar{p} + \gamma_0 - 1)/2$, $\bar{u} = (\bar{p} - 1)/D$, $\bar{\rho} = (\gamma_0 + 1)\bar{p} + \gamma_0 - 1/(\gamma_0 + 1 + (\gamma_0 - 1)\bar{p})$. Для определения параметров на контактной поверхности решалась задача о распаде произвольного разрыва. Начало отсчета времени — момент прихода детонационной волны на контактную поверхность ($\bar{x}_\Phi = 1$). Влияние потерь на параметры детонации (до момента $\bar{t} = 0$) не учитывалось. В качестве начального распределения параметров при $\bar{x} < 1$ принималось автомодельное решение [3]. Для его существования необходимо выполнение условия автомодельности для $D = \text{const}$

$$\bar{x} = \bar{x}_\Phi: \quad (\bar{D} - \bar{u})^2 = \left(\frac{\bar{p}}{\bar{\rho}^2} - \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{p}} \right) \frac{\partial \bar{U}}{\partial \bar{p}},$$

$$= -\frac{\kappa}{2} \bar{u} \left[\bar{\rho} \bar{u} |\bar{u}| + \frac{\gamma \bar{p}}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}^2} \right) \right] / \text{Pr}.$$

Здесь и в дальнейшем используются следующие обозначения: x — координата, отсчитываемая от торца детонационной секции; $x_{\text{пп}}$, x_Φ — координаты контактной поверхности и фронта волны соответственно; p — давление; ρ — плотность, u , D , c — массовая скорость, скорость волны и скорость звука соответственно; T — температура, U — удельная внутренняя энергия; E — полная энергия газа ($0 \leq x \leq x_\Phi$); V — объем газа за ударной волной; μ — молекулярная масса; R — газовая постоянная; L_0 — длина детонационной секции; d — диаметр трубы; ϵ — средняя шероховатость поверхности; τ — касательное напряжение на стенке; q — плотность теплового потока в стенку; γ — показатель адиабаты; γ_0 — показатель адиабаты воздуха при высоких температурах; λ — коэффициент

где \bar{U} в случае мгновенной реакции (равновесное течение) есть однозначная функция \bar{p} и $\bar{\rho}$.

Для определения решения необходимо кроме функции $\bar{U}(\bar{p}, \bar{\rho})$ задать граничные условия, в частности величины \bar{D} , $\bar{u}(\bar{x}_\Phi)$, $\bar{p}(\bar{x}_\Phi)$, $\bar{\rho}(\bar{x}_\Phi)$. В принципе три из них могут быть произвольными (четвертая находится из условия автомодельности), но по смыслу задачи они должны определяться из законов сохранения массы, импульса

$$\bar{D}\bar{\rho}_{01} = [\bar{D} - \bar{u}(\bar{x}_\Phi)]\bar{\rho}(\bar{x}_\Phi); \quad \bar{p}(\bar{x}_\Phi) + \bar{\rho}(\bar{x}_\Phi)[\bar{D} - \bar{u}(\bar{x}_\Phi)]^2 = 1 + \bar{\rho}_{01}\bar{D}^2$$

и энергии на фронте детонационной волны.

При точном задании функции $\bar{U}(\bar{p}, \bar{\rho})$ (неявным образом путем решения уравнений равновесия) граничные условия будут соответствовать параметрам детонации Чепмена — Жуге с условием равенства скорости газа относительно фронта «равновесной» скорости звука [4]. При приближенном задании функции \bar{U} в виде $\bar{p}/\bar{\rho}(\gamma_1 - 1) + \text{const}$ для согласования граничных условий с точными значениями необходимо положить $\gamma_1 = \gamma_c \approx 1,15$, но при этом равновесная теплопроводность газа c_v будет в несколько раз занижена [5]. Поскольку энергетические соображения при возбуждении ударных волн являются решающими, то было принято $\gamma_1 = 1,028$, соответствующее точному значению c_v в точке Чепмена — Жуге. Выбор константы не влияет на вид дифференциальных уравнений, но ее подбором можно варьировать граничные условия. Выберем ее такой, чтобы давление на фронте соответствовало точному значению: $\bar{p}(\bar{x}_\Phi) = \bar{p}_{\text{ч.ж.}}$ [4], тогда из законов сохранения массы и импульса и условия автомодельности найдем D , $\bar{u}(\bar{x}_\Phi)$, $\bar{\rho}(\bar{x}_\Phi)$, которые будут несколько отличаться от точных (3% по D).

Пространственное распределение параметров при $\bar{t} = 0$ в этом случае будет определяться формулами [3]

$$\bar{p} = \bar{p}_{\text{ч.ж.}} (\bar{\rho}/\bar{\rho}_{\text{ч.ж.}})^{\gamma_1}$$

$$\text{при } 0 \leq \bar{x} \leq 1 - (\gamma_1 + 1)\bar{u}_{\text{ч.ж.}}/2D_{\text{ч.ж.}} = \bar{x}_1: \bar{u} = 0, \quad \bar{\rho} = \bar{\rho}_{\text{ч.ж.}} \left[1 - \frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1 + 1} \times \right. \\ \left. \times \frac{\bar{\rho}_{\text{ч.ж.}} \cdot (1 - \bar{x}_1)}{\bar{\rho}_{01}} \right]^{\frac{2}{\gamma_1 - 1}}; \text{ при } \bar{x}_1 < \bar{x} \leq 1: \bar{u} = (\bar{x} - \bar{x}_1)u_{\text{ч.ж.}}/(1 - \bar{x}_1), \quad \bar{\rho} = \\ = \bar{\rho}_{\text{ч.ж.}} \left[1 - \frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1 + 1} \cdot \frac{\bar{\rho}_{\text{ч.ж.}} \cdot (1 - \bar{x})}{\bar{\rho}_{01}} \right]^{\frac{2}{\gamma_1 - 1}}.$$

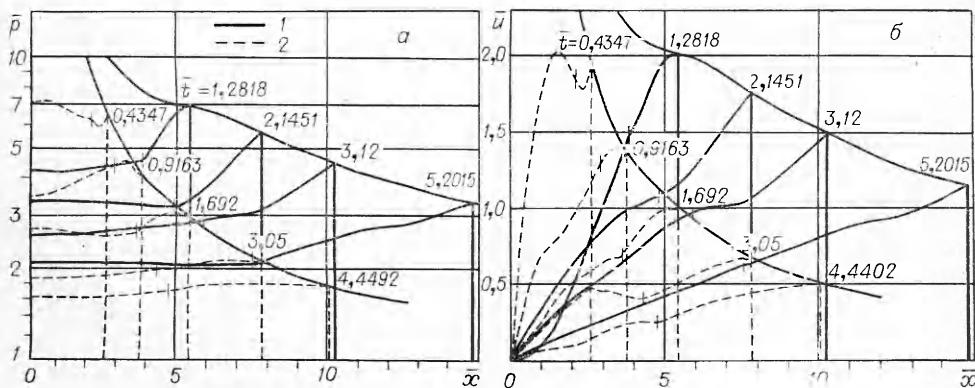


Рис. 2. Пространственное распределение давлений (а) и массовых скоростей (б) для различных моментов времени.

1 — $L_0 = 0,161$ м; 2 — $L_0 = 1,33$ м. Вертикальные штрихи соответствуют положению контактной поверхности.

Задача решалась численно конечно-разностным методом подвижных сеток [6]. На рис. 1 и 2 представлены результаты расчетов для смеси $C_2H_2 + 2,5O_2$ при $\rho_0 = 1,014 \cdot 10^3$ кг/м³, $T_0 = 298,15 K$, $\rho_0 = 1,184$ кг/м³, $\mu_0 = 28,9$ кг/кмоль, $\rho_{01} = 1,238$ кг/м³, $\mu_1 = 23,31$ кг/кмоль, $\bar{\rho}_{\text{ч.-ж.}} = 33,84$, $\gamma_0 = 1,4$. Можно видеть, что с увеличением отношения длины секции инициирования к диаметру трубы меняется не только закон спада скорости ударной волны, но и происходит значительная перестройка профилей давления и массовой скорости в области решения. Отметим, что исходные геометрические величины входят в задачу через λ в виде ε/d и L_0/d (область течения, в которой λ зависит от Re , пренебрежимо мала). Интенсивность ударной волны и профили параметров при этом зависят от координаты, измеряемой в длинах детонационной секции.

Приближенная модель. Оценим потери полной энергии газа за фронтом ударной волны при $T \gg T_0$ и $\gamma = \text{const}$

$$\frac{dE}{dt} = -\pi d \int_0^{x_\Phi} q dx = -\frac{\pi d \lambda L_0 \gamma p_f u_f}{8 \Pr(\gamma - 1)} \cdot \int_0^1 \frac{p}{p_f} \cdot \frac{u}{u_f} d\xi,$$

где $\xi = x/x_\Phi$. Учитывая, что $(\gamma - 1) \rho_f u_f^2 / 2p_f = 1$, получим

$$E = \frac{\pi d^2}{4} \int_0^{x_\Phi} \left(\frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho u^2}{2} \right) dx = \frac{\pi d^2 L_0 p_f}{4(\gamma - 1)} \cdot \int_0^1 \frac{p}{p_f} \left(1 + \frac{\rho p_f u^2}{\rho_f p u_f^2} \right) d\xi.$$

Величину dt можно выразить через перемещение фронта ударной волны: $dt = (1 - 1/\bar{\rho}_f) L_0 / u_f \cdot d\bar{x}_\Phi$. Тогда получим

$$\frac{1}{E} \cdot \frac{dE}{d\bar{x}_\Phi} = -\kappa \frac{\bar{r}}{2\Pr} (1 - 1/\bar{\rho}_f) K, \quad (2)$$

где $K = \int_0^1 \frac{p u}{p_f u_f} d\xi \int_0^1 \frac{p}{p_f} \left(1 + \frac{\rho p_f u^2}{\rho_f p u_f^2} \right) d\xi$. При $2 < M < 5$ величина $(1 - 1/\bar{\rho}_f)$

изменяется в пределах $0,75 \pm 0,1$, поэтому будем считать ее константой, равной 0,75. Принимая $\gamma = 1,2$ (среднее между γ_0 и γ_1), получим $\gamma/2 \Pr \approx 0,72$. Так как $u/u_f \leq 1$ (см. рис. 2, б), то $K < 1$. Из условия сохранения массы

$$\int_0^1 \rho d\xi = [\rho_{01} + \rho_0 (\bar{x}_\Phi - 1)] / \bar{x}_\Phi \approx \rho_0.$$

При существенных потерях вскоре после распада разрыва $p/p_f \approx 1$, $u/u_f \geq \xi$ (см. рис. 2, а, б). Тогда

$$K \approx \frac{\int_0^1 \frac{u}{u_f} d\xi}{1 + \frac{1}{\rho_f} \int_0^1 \frac{u^2}{u_f^2} d\xi} > \frac{\int_0^1 \xi d\xi}{1 + \frac{1}{\rho_f} \int_0^1 \rho d\xi} \approx \frac{0,5}{1 + 1/\bar{\rho}_f} \approx 0,4.$$

Из этих оценок следует $0,4 < K < 1$, реально K меняется от 0,5 до 0,75, поэтому будем считать $K = \text{const} = 0,6$ (среднее геометрическое границ). Тогда, проинтегрировав (2), получим

$$E \sim \exp(-2\kappa_2 \bar{x}_\Phi), \quad (3)$$

где $\kappa_2 = 0,72 \cdot 0,75 \cdot 0,6 \cdot \kappa/2 = 0,16 \kappa$. В частности, в настоящих экспериментах $\kappa_2 = 0,019$; 0,034 и 0,15 для $L_0 = 0,161$; 0,292 и 1,33 м соответственно ($\lambda = 0,022$).

Для приближенного описания зависимости скорости ударной волны от координаты воспользуемся моделью эквивалентного точечного взрыва

с центром в точке $x = 0$. При отсутствии потерь для точечного взрыва в «сильной» фазе и на асимптотике справедливо соотношение [7]

$$u_f \sim M - 1/M = AE^{0,5}x_{\Phi}^{-0,5}. \quad (4)$$

При наличии потерь будем полагать, что формула (4) справедлива и при изменяющейся E , тогда из (3) получим

$$M - 1/M = A\tilde{E}_0^{0,5}x_{\Phi}^{-0,5}e^{-\kappa_2\bar{x}_{\Phi}}, \quad (5)$$

где \tilde{E}_0 — начальная энергия эквивалентного точечного взрыва. Для определения константы $A\tilde{E}_0^{0,5}$ потребуем, чтобы при $\bar{x}_{\Phi} = 1$ и отсутствии потерь $M = \tilde{M}_*$, где \tilde{M}_* — число Маха ударной волны после распада разрыва, рассчитанное без учета потерь в детонационной секции. Тогда получим

$$M - 1/M = (\tilde{M}_* - 1/\tilde{M}_*)x_{\Phi}^{-0,5}e^{-\kappa_2\bar{x}_{\Phi}} = 2\Theta, \quad (6)$$

откуда $M = \Theta + \sqrt{\Theta^2 + 1}$. Отметим, что при использовании (6) некоторым образом учитываются потери и за время от момента инициирования до прихода детонации к стыку секций ($\bar{x}_{\Phi} = 1$).

Определим величину \tilde{M}_* . В [5] показано, что в инварианте Римана следует применять величину γ , близкую к $\gamma_e \approx 1,15$. Тогда распад детонационной волны (без потерь) будет описываться следующими приближенными соотношениями:

$$\begin{aligned} u_* + \frac{2}{\gamma_e - 1} \left(\gamma_e \frac{p_*}{\rho_*} \right)^{0,5} &= u_{\text{ч.-ж.}} + \frac{2}{\gamma_e - 1} c_{\text{ч.-ж.}}, \\ \frac{p_*}{\rho_*^{\gamma_e}} &= \frac{p_{\text{ч.-ж.}}}{\rho_{\text{ч.-ж.}}^{\gamma_e}}, \quad u_{\text{ч.-ж.}} = \frac{c_{\text{ч.-ж.}}}{\gamma_e} = \frac{D_{\text{ч.-ж.}}}{\gamma_e + 1}, \\ p_{\text{ч.-ж.}} &= \rho_{\text{ч.-ж.}} (D_{\text{ч.-ж.}} - u_{\text{ч.-ж.}})^2 / \gamma_e, \quad \rho_{\text{ч.-ж.}} = \rho_{01} \cdot \frac{\gamma_e + 1}{\gamma_e}, \\ p_* &= \rho_0 u_* D_*, \quad u_* = D_*/(1 - \rho_0/\rho_*), \\ \rho_* &= \rho_0 (\tilde{\gamma}_0 + 1)/(\tilde{\gamma}_0 - 0,92), \quad \tilde{M}_* = D_*/c_0. \end{aligned}$$

Для приближенного решения этой системы воспользуемся тем, что $(\gamma_e - 1)/2\gamma_e \ll 1$, $1 - p_*/p_{\text{ч.-ж.}} \ll 1$. Тогда

$$\frac{2\gamma_e}{\gamma_e - 1} \left[1 - \left(\frac{p_*}{\rho_{\text{ч.-ж.}}} \right)^{(\gamma_e - 1)/2\gamma_e} \right] \approx 1 - \frac{p_*}{\rho_{\text{ч.-ж.}}}.$$

Погрешность этой формулы приводит к весьма незначительной ошибке в \tilde{M}_* ($\approx 0,5\%$). Воспользовавшись этим упрощением, нетрудно получить

$$\tilde{M}_* = \frac{D_{\text{ч.-ж.}}}{2c_0} \frac{\rho_0}{\rho_{01}} \left(\gamma_e + 1 - \frac{1}{\gamma_e} \right) \left[\sqrt{\frac{4,17 (\tilde{\gamma}_0 + 1) \rho_{01}/\rho_0}{(\gamma_e + 1 - 1/\gamma_e)(\gamma_e + 1)}} + 1 - 1 \right]. \quad (7)$$

В связи с высокой температурой на фронте выбиралось $\tilde{\gamma}_0 = 1,31$. Значения γ_e брались из (4) либо оценивались по [5], значения $D_{\text{ч.-ж.}}$ — из [4]. Результаты расчетов по формулам (6), (7) для смеси $\text{C}_2\text{H}_2 + 2,5\text{O}_2$ приведены на рис. 1.

Анализ результатов. Как видно из рис. 1, численное решение довольно точно соответствует эксперименту как качественно, так и количественно. Расчетная «полочка» на профиле скорости совпадает с экспериментальной по координате, хотя по скорости несколько завышена. При очень больших потерях она исчезает. Анализ расчетных данных показывает, что возникновение «полочки» связано с отличием профилей плотности и скорости от соответствующих при точечном взрыве. В результате разгона ранее покончившейся части продуктов детонации на участке

$2 < \bar{x}_\phi < 2,5$ контактная поверхность движется с почти постоянной скоростью, что приводит к формированию волны сжатия, догоняющей ударный фронт при $\bar{x}_\phi \approx 4$; этот эффект при отсутствии потерь проанализирован в [8].

Некоторое расхождение с экспериментом при $M < 2$ связано с неучитываемым понижением теплоемкости из-за существенного остывания продуктов детонации [5]. Завышение скорости на начальном участке при больших потерях связано с тем, что не учитываются потери до момента выхода детонационной волны на стык секций. При малых потерях M_* несколько занижается в связи с несогласованностью $D_{ч.-ж.}$, однако влияние этой погрешности быстро исчезает, так как объемная плотность энергии задана верно. В приближенной модели M_* рассчитывается точнее, однако не улавливается эффект «полочки». В основном приближенный расчет достаточно хорошо учитывает потери. При малых потерях приближенная кривая лежит вблизи рассчитанной на ЭВМ, а при больших и $M < 1,5$ — начинает резко расходиться. Это связано с тем, что температура газа близка к температуре стенки и смещение газа становится много меньше смещения фронта. Для других исследованных смесей соответствие эксперимента и приближенной модели такое же, как и для смеси $C_2H_2 + 2,5O_2$.

Анализируя формулу (6) заметим, что показатель экспоненты зависит в основном от отношения \bar{x}_ϕ/d , в частности, каждые 100 калибров трубы отличие $M - 1/M$ от «идеального» значения (без потерь) увеличивается в 1,35 раз. Чтобы избежать машинного счета для других смесей можно рекомендовать использовать рис. 1, изменив при этом масштаб по M так, чтобы согласовать значение M_* , рассчитанное по приближенной модели. Также можно использовать профили давления и массовой скорости. Ошибка в определении шероховатости поверхности незначительно влияет на величину M . Как численное решение, так и приближенная модель показывают, что ошибка по величине ϵ в 2 раза вызывает погрешность в величине $M - 1/M$ при $\bar{x}_\phi/d = 100$ приблизительно 5%.

Таким образом, на базе полученных экспериментальных данных и численных решений на ЭВМ построена приближенная модель, которая позволяет с достаточной для практики точностью детально описать возбуждение газовой детонацией ударных волн в трубах с учетом трения и теплопотерь.

Поступила в редакцию 5/III 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. И. П. Гинзбург. Прикладная гидрогазодинамика. Л.: ЛГУ, 1958.
2. С. А. Христианович, В. Г. Гальперин и др. Прикладная газовая динамика. М.: ЦАГИ, 1948.
3. К. П. Станюкович. Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Наука, 1971.
4. Ю. А. Николаев, М. Е. Топчиян. ФГВ, 1977, 13, 3.
5. Ю. А. Николаев. П. А. Фомин. ФГВ, 1982, 18, 1.
6. Г. Б. Алалыкин, С. К. Годунов и др. Решение одномерных задач газовой динамики в подвижных сетках. М.: Наука, 1970.
7. В. П. Коробейников, Н. С. Мельникова, Е. В. Рязанов. Теория точечного взрыва. М.: Физматгиз, 1961.
8. С. А. Ждан, В. И. Феденок.— В сб.: Динамика сплошных сред. Вып. 51. Новосибирск, 1981.