

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ В ОКРЕСТНОСТИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ДВОЯКОЙ КРИВИЗНЫ ПРИ ОБТЕКАНИИ ТЕЛА ДИССОЦИИРУЮЩИМ ГАЗОМ ПРОИЗВОЛЬНОГО ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА

Г. А. Турский

(Москва)

Приводятся результаты численных решений уравнений сжимаемого однородного пограничного слоя с переменными физическими свойствами в окрестности критической точки, обладающей разными главными кривизнами, при наличии вдува газа одинакового свойства с набегающим потоком. Результаты численных решений аппроксимированы для теплового потока в виде формулы, зависящей от степени изменения произведения вязкости на плотности $\mu\rho$ поперек пограничного слоя и от отношения главных радиусов кривизны.

Использование понятий эффективных коэффициентов диффузии в многокомпонентном пограничном слое, введенных ранее автором [1], и обобщенной аналогии между тепло- и массообменом при наличии вдува, а также полученных численных решений дает возможность получать всякий раз уже без дополнительных решений уравнений пограничного слоя конечные формулы для тепловых потоков при обтекании тела потоком диссоциирующего газа произвольного химического состава в рамках основного предположения, что все реакции рекомбинации протекают на стенке.

В качестве примеров дан вывод формул для тепловых потоков к стенке от диссоциирующего воздуха, рассматриваемого как пятикомпонентная смесь газов O, N, NO, O₂, N₂, и от диссоциирующей смеси углекислого газа и молекулярного азота произвольного состава, рассматриваемой как одиннадцатикомпонентная смесь газов O, N, C, NO, C₂, O₂, N₂, CO, CN, C₃, CO₂.

Получение и анализ решений показывают, что при вычислении теплового потока замена многокомпонентной смеси эффективной бинарной смесью с одним коэффициентом диффузии возможна только тогда, когда смесь можно разбить на две группы компонент с равными (близкими) диффузионными свойствами, причем концентрации одной из групп компонент на стенке должны равняться нулю, а диффузионные потоки другой группы компонент на стенке могут быть выражены с использованием законов сохранения массы химических элементов через диффузионные потоки первой группы компонент. В этом случае в качестве единственного эффективного коэффициента диффузии будет фигурировать бинарный коэффициент диффузии $D(A, M)$, где A относится к одной группе компонент, M — к другой группе.

Диффузионный перенос энергии в диссоциированном воздухе ввиду малого количества NO ($c(NO) < 0.05$) может быть описан поэтому при помощи одного бинарного коэффициента диффузии атомов в молекулы $D(A, M)$ ($A = O, N, M = O_2, N_2, NO$). Перенос энергии же за счет диффузии в диссоциированном углекислом газе даже при полной диссоциации его на внешней границе пограничного слоя до атомов O и C не может быть описан достаточно точно при помощи модели бинарной смеси с одним коэффициентом диффузии, так как диффузионные свойства атомов O и C заметно отличаются друг от друга.

§ 1. Рассмотрим ламинарный пограничный слой в окрестности критической точки двоякой кривизны, когда тело обтекается стационарным потоком сжимаемого совершенного газа. К такой задаче, в частности, сводится задача о пограничном слое в окрестности критической точки осесимметричного тела, движущегося под углом атаки. Если в качестве x и z взять координаты вдоль линий кривизны поверхности тела и ось y направить по нормали к этой поверхности (фиг. 1), то система уравне-

ний пограничного слоя будет

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho_e \beta_x^2 x + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \beta_x = \left(\frac{\partial U_e}{\partial x} \right)_{x=z=0} \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (1.3)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho_e \beta_z^2 z + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad \beta_z = \left(\frac{\partial W_e}{\partial x} \right)_{x=z=0} \quad (1.4)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} + w \frac{\partial h}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \quad (1.5)$$

$$p = \rho R T \quad (1.6)$$

Здесь u, v, w — проекции вектора скорости на оси x, y, z ; p — давление; ρ — плотность; T — температура; λ — коэффициент теплопроводности; μ — коэффициент вязкости; U_e, W_e — компоненты скорости невязкого потока соответственно по x и по z ; c_p — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении.

При выводе этой системы уравнений, кроме обычных предположений теории пограничного слоя, сделаны упрощающие предположения, связанные с тем, что рассматривается течение вблизи критической точки: 1) в уравнении энергии (1.5) опущены малые члены, связанные с диссипацией и работой сил давления; 2) в уравнениях (1.2) и (1.4) использовано соотношение

$$p/\rho_e + 1/2 (\beta_x^2 x^2 + \beta_z^2 z^2) = \text{const}$$

Граничные условия для системы (1.1) — (1.6) при наличии независимого от координат x и z вдува при тех же предположениях будут

$$u = U_e = \beta_x x, w = W_e = \beta_z z, h = h_e \text{ при } y \rightarrow \infty \quad (1.7)$$

$$u = w = 0, v = v_0 \geq 0, h = h_0 \text{ при } y = 0 \quad (1.8)$$

§ 2. Исходя из вида граничных условий, будем искать решение краевой задачи (1.1) — (1.6), (1.7), (1.8) в виде

$$u = \beta_x x f'(\eta), \quad \rho v = -\rho_e \left(\frac{v_e \beta_x}{l_e} \right)^{1/2} [f(\eta) + \varphi(\eta)], \quad h = h_e \theta(\eta) \quad (2.1)$$

$$w = \beta_x z \varphi'(\eta), \quad \eta = \left(\frac{\beta_x l_e}{v_e} \right)^{1/2} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_e} dy, \quad v_e = \frac{\mu_e}{\rho_e}, \quad l = \frac{\mu \rho}{\mu_0 \rho_0}$$

где индекс 0 относится к условиям на стенке, индекс e — к условиям на внешней границе пограничного слоя. Уравнение неразрывности при этом удовлетворится тождественно. Подставляя (2.1) в (1.2), (1.4), (1.5) и в граничные условия (1.7), (1.8), получим

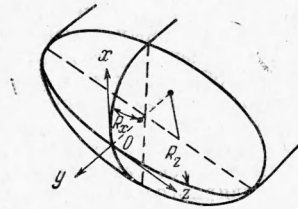
$$(l f'')' + (f + \varphi) f'' = f'^2 - \theta, \quad l = \mu \rho / \mu_0 \rho_0 \quad (2.2)$$

$$(l \varphi'')' + (f + \varphi) \varphi'' = \varphi'^2 - k^2 \theta, \quad k = \beta_z / \beta_x \quad (2.3)$$

$$\left(\frac{l}{\sigma} \theta' \right)' + (f + \varphi) \theta' = 0, \quad \sigma = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad (2.4)$$

$$f(0) + \varphi(0) = \alpha \leq 0, \quad \theta(0) = \theta_0, \quad f'(0) = \varphi'(0) = 0 \left(\alpha = - \frac{\rho_0 v_0}{\beta_x \mu_0 \rho_0} \right) \quad (2.5)$$

$$f'(\infty) = \theta(\infty) = 1, \quad \varphi'(\infty) = k \quad (2.6)$$



Фиг. 1

Получена система (2.2) — (2.4) обыкновенных дифференциальных уравнений 8-го порядка с семью граничными условиями (2.5). Однако легко видеть, что краевая задача (2.2) — (2.5) допускает следующую однопараметрическую группу преобразований:

$$f \rightarrow f + A, \quad \varphi \rightarrow \varphi - A \quad (2.7)$$

что позволяет понизить порядок системы (2.2) — (2.4) на единицу. Для этого введем следующие функции:

$$\begin{aligned} f_1(\eta) &= f'(\eta), & f_2(\eta) &= f''(\eta), & \varphi_1(\eta) &= \varphi'(\eta), & \varphi_2(\eta) &= \varphi''(\eta) \\ \theta_1(\eta) &= \theta(\eta), & \theta_2(\eta) &= \theta'(\eta), & \psi(\eta) &= f(\eta) + \varphi(\eta) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Тогда задачу (2.2) — (2.6) можно свести к основной системе обыкновенных дифференциальных уравнений 7-го порядка с семью граничными условиями ($\sigma = \text{const}$)

$$\begin{aligned} f_1' &= f_2, & f_2 &= l^{-1} [f_1^2 - \theta_1 - (l' + \psi) f_2] \\ \varphi_1' &= \varphi_2, & \varphi_2 &= l^{-1} [\varphi_1^2 - k^2 \theta_1 - (l' + \psi) \varphi_2] \\ \theta_1' &= \theta_2, & \theta_2' &= -l^{-1} (l' + \sigma \psi) \theta_2, & \psi' &= f_1 + \varphi_1 \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} f_1(0) &= \varphi_1(0) = 0, & \psi(0) &= \alpha \leq 0, & \theta_1(0) &= \theta_0 \\ f_1(\infty) &= \theta_1(\infty) = 1, & \varphi_1(\infty) &= k \end{aligned} \quad (2.10)$$

Случай $k = 0$ соответствует течению около критической линии (плоский случай) и тогда $\varphi \equiv 0$, при $k = 1$ получаем течение около критической точки (осесимметричный случай) и тогда $f \equiv \varphi$. Если координата x соответствует наибольшей главной кривизне, то $0 \leq k \leq 1$.

При $\theta_0 = 1$ (несжимаемый поток) и $l = 1$, $\alpha = 0$ задача (2.2) — (2.6) была сформулирована и численно решена Хоуартом [2]. При $\theta_0 \ll 1$ и $l = 1$, $\alpha = 0$, когда правыми частями в уравнениях (2.2) и (2.3) можно пренебречь и для функций $f \sqrt{1+k} \equiv \varphi \sqrt{1+k}$ получаются уравнения Блазиуса, задача была рассмотрена Решотко [3]. В настоящей работе более общая задача (2.9), (2.10) численно интегрировалась на БЭСМ-2. Была использована стандартная программа для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений методом Адамса — Штермера с автоматическим выбором шага по заданной точности. В ходе решения осуществлялся подбор параметров $f_1'(0)$, $\varphi_1'(0)$, $\theta_2(0)$ таким образом, чтобы удовлетворить условиям на бесконечности. Точность была выбрана 10^{-4} . Счет велся до значения $\eta = \eta_\infty = 4$. Подбор параметров был автоматизирован. Расчеты показали, что при $\eta_\infty = 4$ все функции выходят на свои асимптотики.

$\eta_\infty =$	3	4	6	8
$f''(0) =$	0.556 417 14	0.556 410 22	0.556 410 18	0.556 410 14
$f'''(0) =$	0.249 354 88	0.249 352 27	0.249 352 22	0.249 352 18
$\theta'(0) =$	0.333 582 60	0.333 571 21	0.333 571 20	0.333 571 18

Расчеты проводились для значения $l = 1$ и для функции $l = \mu r / \mu_0 r_0$; коэффициент вязкости μ вычислялся по формуле Сюзерленда. Варьировались параметры k , θ_0 , σ , $s = S / T_e$, где S — постоянная Сюзерленда.

Всего было сосчитано около двухсот вариантов. Результаты расчетов приведены в табл. 1 и 2. Из этих таблиц следует, что зависимость $\theta'(0)$ от k оказывается близкой к линейной.

Необходимая для вычисления теплового потока производная от безразмерной температуры (энтальпии) $\theta'(0)$ может быть аппроксимирована на основании этих расчетов в виде

$$\begin{aligned} \frac{g'(0)}{\sigma l_e^{1/2}} &= 0.570 (1 + 0.34k) \sigma^{-0.6} l_e^{-0.06-0.04k} + 0.67 \frac{\alpha}{l_e^{1/2}} (1 + 0.20\alpha) \\ g'(0) &= \frac{g'(0)}{1 - \theta_0}, \quad 0.7 \leq \sigma \leq 1 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Таблица 1

$l = 1; \sigma = 0.71, \sigma = 0.7$								
α	θ_0	k	$f''(0)$		$\varphi''(0)$		$\theta'(0)$	
			$\sigma = 0.71$	$\sigma = 1$	$\sigma = 0.71$	$\sigma = 1$	$\sigma = 0.71$	$\sigma = 1$
0	0	0	0.6089	0.6489	0	0	0.4391	0.5067
		0.25	0.6565	0.6945	0.1459	0.1507	0.4861	0.5578
		0.50	0.7003	0.7422	0.3285	0.3478	0.5292	0.6006
		0.75	0.7433	0.7884	0.5423	0.6507	0.5703	0.6561
		1.0	0.7837	0.8227	0.7837	0.8227	0.6093	0.6919
	0.5	0	0.9369	0.9547	0	0	0.2362	0.2710
		0.25	0.9652	0.9872	0.1751	0.1771	0.2578	0.2920
		0.50	0.9957	1.0565	0.4176	0.4453	0.2793	0.3220
		0.75	1.0271	1.0413	0.7147	0.7581	0.3005	0.3675
		1.0	1.0587	1.0761	1.0587	1.0761	0.3210	0.3666
	1.0	0	1.2326	1.2326	0	0	0	0
		0.25	1.2476	1.2476	0.2013	0.2013	0	0
		0.50	1.2669	1.2669	0.4990	0.4990	0	0
		0.75	1.2887	1.2887	0.8732	0.8732	0	0
		1.0	1.3119	1.3119	1.3119	1.3119	0	0
-0.5	0	0	0.2985	0.3069	0	0	0.2117	0.2033
		0.25	0.3439	0.3531	0.06941	0.07103	0.2555	0.2481
		0.50	0.3834	0.3942	0.1717	0.1772	0.2936	0.2917
		0.75	0.4235	0.4403	0.3036	0.3151	0.3312	0.3355
		1.0	0.4624	0.4816	0.4624	0.4816	0.3686	0.3779
	0.5	0	0.6614	0.6669	0	0	0.1303	0.1290
		0.25	0.6838	0.6896	0.1034	0.1244	0.1490	0.1484
		0.50	0.7095	0.7166	0.2728	0.2757	0.1682	0.1699
		0.75	0.7374	0.7456	0.4962	0.5018	0.1880	0.1921
		1.0	0.7662	0.7753	0.7662	0.7753	0.2076	0.2144
	1.0	0	0.9692	0.9692	0	0	0	0
		0.25	0.9796	0.9796	0.1319	0.1319	0	0
		0.50	0.9950	0.9950	0.3603	0.3603	0	0
		0.75	1.0135	1.0134	0.6649	0.6649	0	0
		1.0	1.0335	1.0339	1.0339	1.0339	0	0
-1	0	0	0.0794	0.0576	0	0	0.0544	0.0258
		0.25	0.12029	0.09953	0.01974	0.1727	0.09165	0.05402
		0.50	0.1429	0.12612	0.05307	0.05240	0.1117	0.07362
		0.75	0.1714	0.1654	0.1186	0.1116	0.1379	0.1007
		1.0	0.2030	0.1966	0.2030	0.1966	0.1676	0.1320
	0.5	0	0.4555	0.4520	0	0	0.05577	0.0413
		0.25	0.4701	0.4663	0.05373	0.05347	0.06957	0.05279
		0.50	0.4873	0.4849	0.1650	0.1649	0.08312	0.0667
		0.75	0.5082	0.5074	0.3260	0.3257	0.09393	0.08303
		1.0	0.5312	0.5318	0.5312	0.5318	0.1156	0.1002
	1.0	0	0.7566	0.7566	0	0	0	0
		0.25	0.7625	0.7625	0.08149	0.08149	0	0
		0.50	0.7733	0.7733	0.2526	0.2526	0	0
		0.75	0.7872	0.7872	0.4963	0.4968	0	0
		1.0	0.8035	0.8035	0.8035	0.8035	0	0

Заметим, что более точная аппроксимация последнего (квадратичного относительно α) члена в (2.11) дает в плоском случае: 0.213α при $\sigma = 0.7$ и 0.303α при $\sigma = 1$. Поэтому формула (2.11) дает более точные значения при α , близком к 0.7. В целом формула (2.11) дает отклонение от численных решений не более 3—4% при $|\alpha| < 0.5$ и $\theta_0 > 0.3 - 0.5$. При $-\alpha \sim 1$ и $\theta_0 \sim 0.1$ отклонение может достигать 10%.

§ 3. Используя результаты предыдущего параграфа, а также понятие эффективных коэффициентов диффузии в многокомпонентной смеси совместно с обобщенной аналогией между коэффициентами тепло- и массообмена [1], можно указать способ вывода формул для удельных тепловых потоков от диссоциированного замороженного

Таблица 2

$l \neq 1, \sigma = 0.71$								
α	θ_0	k	$f''(0)$		$\varphi''(0)$		$\theta'(0)$	
			$s = 0.2$	$s = 0.02$	$s = 0.2$	$s = 0.02$	$s = 0.2$	$s = 0.02$
0	0.05	0	0.6908	0.4583	0	0	0.4455	0.2836
		0.25	0.7374	0.4867	0.1588	0.1028	0.4908	0.3121
		0.50	0.7831	0.5149	0.3607	0.2346	0.5347	0.3398
		0.75	0.8269	0.5421	0.5988	0.3908	0.5764	0.3662
		1.0	0.8688	0.5684	0.8688	0.5684	0.6159	0.3913
	0.5	0	0.9114	0.8898	0	0	0.2255	0.2171
		0.25	0.9371	0.9138	0.1684	0.1631	0.2455	0.2363
		0.50	0.9655	0.9404	0.4029	0.3910	0.2662	0.2661
		0.75	0.9949	0.9681	0.6908	0.6711	0.2865	0.2756
		1.0	1.0244	0.9961	1.0244	0.9961	0.3060	0.2944
	1.0	0	1.2326	1.2326	0	0	0	0
		0.25	1.2476	1.2476	0.2012	0.2012	0	0
		0.50	1.2668	1.2668	0.4990	0.4990	0	0
		0.75	1.2886	1.2886	0.8732	0.8732	0	0
		1.0	1.312	1.312	1.312	1.312	0	0
	0.05	0	0.3976	0.1950	0	0	0.2459	0.09701
		0.25	0.4327	0.2150	0.08362	0.03608	0.2783	0.1173
		0.50	0.4728	0.2380	0.2068	0.09704	0.3157	0.1400
		0.75	0.5138	0.2614	0.3647	0.1810	0.3542	0.1630
		1.0	0.5540	0.2846	0.5540	0.2846	0.3920	0.1862
-0.5	0.5	0	0.6442	0.6284	0	0	0.1231	0.1158
		0.25	0.6628	0.6451	0.0982	0.09392	0.1387	0.1307
		0.50	0.6863	0.6667	0.2612	0.2517	0.15698	0.1483
		0.75	0.7118	0.6904	0.4777	0.4612	0.1759	0.1664
		1.0	0.7384	0.7152	0.7384	0.7152	0.1946	0.1844
	1	0	0.9692	0.9692	0	0	0	0
		0.25	0.9797	0.9797	0.1320	0.1320	0	0
		0.50	0.9950	0.9950	0.3603	0.3603	0	0
		0.75	1.01358	1.01358	0.6650	0.6650	0	0
		1.0	1.03317	1.03317	1.03317	1.03317	0	0
	0.05	0	0.1882	0.1134	0	0	0.1077	0.04298
		0.25	0.2054	0.1247	0.03209	0.01644	0.1225	0.05365
		0.50	0.2308	0.1415	0.09134	0.05173	0.1449	0.07007
		0.75	0.2619	0.1604	0.1792	0.1066	0.17297	0.08882
		1.0	0.2955	0.1798	0.2955	0.1798	0.2041	0.1082
-1	0.5	0	0.4482	0.4395	0	0	0.05381	0.04893
		0.25	0.4577	0.4477	0.05065	0.04831	0.06229	0.05692
		0.50	0.4729	0.4612	0.1578	0.1520	0.07510	0.06901
		0.75	0.4916	0.4780	0.3135	0.3034	0.09007	0.08323
		1.0	0.5123	0.4967	0.5123	0.4967	0.1059	0.09821
	1.0	0	0.7567	0.7567	0	0	0	0
		0.25	0.7626	0.7626	0.08162	0.08162	0	0
		0.50	0.7733	0.7733	0.2526	0.2526	0	0
		0.75	0.7873	0.7873	0.4960	0.4960	0	0
		1.0	0.8035	0.8035	0.8035	0.8035	0	0

пограничного слоя к идеально каталитической стенке, когда тело обтекается газом произвольного химического состава при вдуве газа, близкого по своим свойствам с набегающим потоком.

3.1°. Рассмотрим случай отсутствия диссоциации в потоке. Локальный удельный тепловой поток к стенке в этом случае с использованием формул (2.1) будет

$$q = \lambda \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{g'(0)}{\sigma l_e^{1/2}} \sqrt{\beta_{x1}^{11} e^{\beta_{x1} e}} (h_e - h_0) \quad (3.1)$$

где значение $g'(0)$ должно браться из (2.11).

2°. Найдем тепловой поток к стенке, когда тело обтекается воздухом, который на внешней границе пограничного слоя представляет собой пятикомпонентную смесь продуктов диссоциации воздуха O, N, NO, O₂, N₂. Для того чтобы воспользоваться результатами предыдущих расчетов, будем считать, что реакции в пограничном слое заморожены, а на стенке они протекают бесконечно быстро, т. е. последние представляет собой идеальный катализатор. Это ограничение слабо влияет на величину теплового потока [4], если обобщенные числа Льюиса — Семенова не очень сильно отличаются от единицы ($0.5 < L_i < 2$). Для смесей, составленных из химических элементов O, N, C, обобщенные числа Льюиса — Семенова $L_i \sim 0.8 - 1.5$. Граничные условия для компонент, вытекающие из условия сохранения O и N на стенке, будут

$$\sum_{k=1}^N m_{lk} [\rho v (c_k - c_k^{(1)}) + I_k]_0 = 0 \quad (I_k = O, N), \quad I_i = \rho_i V_i \quad (3.2)$$

Здесь I_i — массовый поток диффузии i -го компонента по нормали к поверхности, V_i — скорость диффузии, ρ_i , c_i — плотность и массовая концентрация i -го компонента, m_{lk} — весовая доля элемента l в компоненте k , индекс 0 означает условия на стенке со стороны пограничного слоя, индекс (1) — условия на стенке со стороны тела, N — число компонент.

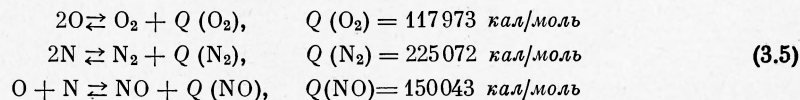
Если стенка поддерживается при температуре ниже предела диссоциации при данном давлении, то

$$c_0(O) = c_0(N) = c_0(NO) = 0 \quad (3.3)$$

где $c_0(O)$ — концентрация элемента O на стенке и т. д. Следует заметить, что условия (3.2) являются зависимыми в силу тождеств

$$\sum_{k=1}^N c_k = 1, \quad \sum_{k=1}^N I_k = 0 \quad (3.4)$$

На стенке протекают реакции рекомбинации



Так как на пять компонент приходится два элемента, то три удельные энтальпии компонент можно выразить через две независимые и теплоты реакций (3.5), например, следующим образом

$$\begin{aligned} h(O) &= h(O_2) + \frac{Q(O_2)}{m(O_2)}, & h(N) &= h(N_2) + \frac{Q(N_2)}{m(N_2)} \\ h(NO) &= \frac{m(O)}{m(NO)} h(O_2) + \frac{m(N)}{m(NO)} h(N_2) + \frac{Q(O_2)}{2m(NO)} + \frac{Q(N_2)}{2m(NO)} - \frac{Q(NO)}{m(NO)} \end{aligned} \quad (3.6)$$

где $m(O)$ — молекулярный вес элемента O и т. д. Тогда удельный тепловой поток к стенке при вдуве газов O₂ и N₂ с использованием (3.2) — (3.5) можно представить в виде

$$\begin{aligned} q &= \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)_0 - \sum_{k=1}^N h_{k0} I_{k0} - \rho_0 v_0 (h_0 - h^{(1)}) = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)_0 - \sum_{k=1}^N h_{k0} [I_k + \rho v (c_k - c_k^{(1)})]_0 = \\ &= \left(\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h^T}{\partial y} \right)_0 - \frac{Q(O_2)}{m(O_2)} I(O) - \frac{Q(N_2)}{m(N_2)} I(N) - \left[\frac{Q(O_2)}{2m(NO)} + \frac{Q(N_2)}{2m(NO)} - \frac{Q(NO)}{m(NO)} \right] I(NO) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Здесь h^T — энтальпия идеального газового состояния смеси, т. е. $dh^T = c_p dT$, c_i — массовая концентрация i -го компонента, h_i — удельная энтальпия i -го компонента, включающая теплоту его образования, h_0 — энтальпия смеси, $h^{(1)}$ — энтальпия вдуваемой смеси.

Легко видеть, что если теплоемкости компонент близки, что и имеет место для диссоциированного воздуха, то функция h^T удовлетворяет уравнению (1.5). Поэтому

$$\left(\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h^T}{\partial y} \right)_0 = \left(\frac{\lambda}{c_p} \right)_0 \left(\frac{\beta_x J_e}{v_e} \right)^{1/2} \frac{\rho_0}{\rho_e} h_e T_{\theta'}(0) = \sqrt{\beta_x \mu_e \rho_e} \frac{g'(0)}{\sigma L_e^{1/2}} (h_e T - h_0 T) \quad (3.8)$$

где $g'(0) \sigma^{-1} L_e^{-1/2}$ берется из численного решения или из формулы (2.11).

Для вычисления теплового потока (3.7), обусловленного диффузией продуктов диссоциации воздуха и их рекомбинацией на стенке, необходимо решать совместно с системой (2.2) — (2.4) уравнения диффузии компонент, которые в переменных (2.1) запишутся в виде

$$(LS_i^{-1}c_i)'' + (f + \Phi) c_i' = 0, \quad S_i = \frac{\mu}{\rho D_i} \quad (3.9)$$

Здесь эффективные коэффициенты диффузии D_i находятся из уравнений [1]

$$\frac{1}{D_i} = \sum_{j=1}^N \frac{x_j}{D_{ij}} \left(1 - \frac{c_i}{c_j} \frac{I_j}{I_i} \right) + \sum_{k=1}^N c_k \sum_{j=1}^N \frac{x_j}{D_{kj}} \left(\frac{c_i}{c_j} \frac{I_j}{I_i} - \frac{c_i}{c_k} \frac{I_k}{I_i} \right) \quad (3.10)$$

где x_i — молярная концентрация, D_{ij} — бинарный коэффициент диффузии. При использовании обобщенной аналогии между процессами переноса массы и тепла в многокомпонентном пограничном слое при наличии вдува [1,5] достаточно уметь вычислять коэффициенты D_i на стенке. Действительно, обобщенную аналогю между тепло- и массообменом можно записать в виде [1,5]

$$\left(\frac{-I_i}{\lambda \partial T / \partial y} \right)_0 = \left(\rho D_i \frac{\partial C_i}{\partial y} \right)_0 / \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)_0 = L_{i0}^m \frac{c_{ie} - c_{i0}}{h_e T - h_0 T}, \quad L_i = \frac{\sigma}{S_i} \quad (3.11)$$

где

$$\begin{aligned} m &= 0.6 \text{ при } \alpha = 0, & 0.25 < L_{i0} < 5 \\ m &= 1 \text{ при } -\alpha = 0.2 - 0.6, & 0.3 < L_{i0} < 3 \\ m &= 2 \text{ при } -\alpha \approx 1, & 0.6 < L_{i0} < 1.4 \end{aligned}$$

Тогда выражение (3.7) преобразуется с учетом (3.8) и (3.11) к виду

$$\begin{aligned} q &= \sqrt{\beta_{\text{хл}} \mu_e \rho_e} \frac{g'(0)}{\sigma L_e^{1/2}} \left\{ h_e - h_0 + c_e(O) [L^m(O) - 1]_0 \frac{Q(O_2)}{m(O_2)} + \right. \\ &\quad \left. + c_e(N) [L^m(N) - 1]_0 \frac{Q(N_2)}{m(N_2)} + c_e(NO) [L^m(NO) - 1]_0 \left[\frac{Q(O_2)}{2m(NO)} + \frac{Q(N_2)}{2m(NO)} - \frac{Q(NO)}{m(NO)} \right] \right\} \quad (3.12) \end{aligned}$$

где

$$h_e = h_e^T + h_d \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} h_d &= c_e(O) \frac{Q(O_2)}{m(O_2)} + c_e(N) \frac{Q(N_2)}{m(N_2)} + c_e(NO) \left[\frac{Q(O_2)}{2m(NO)} + \frac{Q(N_2)}{2m(NO)} - \frac{Q(NO)}{m(NO)} \right] = \\ &= 3686c_e(O) + 8038c_e(N) + 716c_e(NO), [h_d] = \text{кал/г} \quad (3.14) \end{aligned}$$

По своему физическому смыслу h_e — полная энтальпия смеси на внешней границе пограничного слоя (энтальпия торможения), h_d — энергия диссоциации единицы массы воздуха. Для вычисления обобщенных чисел Льюиса — Семенова $L_{i0} = (\rho c_p D_i / \lambda)_0$, входящих в (3.12), необходимо знать эффективные коэффициенты диффузии на стенке. Из определения (3.10) с использованием граничных условий (3.3) получаем сразу

$$\left(\frac{1}{D_i} \right)_0 = \frac{x(O_2)}{D(i, O_2)} + \frac{x(N_2)}{D(i, N_2)} \quad (i = O, N, NO)$$

Отсюда, опуская далее для простоты индекс 0, будем иметь на стенке

$$D_i = \frac{D(i, O_2)}{1 + [D(i, O_2)/D(i, N_2) - 1] x(N_2)} \quad (i = O, N, NO) \quad (3.15)$$

Отношения бинарных коэффициентов диффузии, входящие в (3.15), зависят для данных двух пар компонент только от температуры, так как на основании кинетической теории газов [6]

$$\frac{D_{ij}}{D_{kl}} = \frac{\sqrt{1/m_i + 1/m_j} (\sigma_k + \sigma_l)^2 \Omega^{(1,1)*}(\tau_{kl})}{\sqrt{1/m_k + 1/m_l} (\sigma_i + \sigma_j)^2 \Omega^{(1,1)*}(\tau_{ij})}, \quad \tau_{ij} = \frac{k^* T}{\sqrt{\epsilon_i \epsilon_j}} \quad (3.16)$$

Здесь σ_i — расстояние между молекулами, при котором энергия взаимодействия равна нулю, ϵ_i — абсолютное значение максимальной энергии притяжения, k^* — постоянная Больцмана, $\Omega^{(1,1)*}(\tau_{ij})$ — среднее приведенное поперечное сечение соударений. Так как зависимость функции $\Omega^{(1,1)*}$ от температуры слабая [6], то отношение (3.16) для данных двух пар компонент практически не зависит от температуры.

Действительно, на основании таблиц работы [8] имеем соответственно при 500, 1000 и 2000° K

$$\begin{aligned} \frac{D(O, O_2)}{D(O, N_2)} &= 1.038, 1.038, 1.040; & \frac{D(N, O_2)}{D(O, O_2)} &= 1.007, 1.006, 1.006 \\ \frac{D(N, O_2)}{D(N, N_2)} &= 1.035, 1.043, 1.041; & \frac{D(NO, O_2)}{D(N, O_2)} &= 0.709, 0.716, 0.716 \\ \frac{D(NO, O_2)}{D(NO, N_2)} &= 0.991, 1.020, 1.022 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Отсюда при тех же температурах стенки

$$\begin{aligned} \frac{L(N)}{L(O)} - \frac{D(N)}{D(O)} &= 1.007 \frac{1 + 0.038x(N_2)}{1 + 0.035x(N_2)} \\ \frac{L(N)}{L(O)} &= 1.006 \frac{1 + 0.038x(N_2)}{1 + 0.043x(N_2)}, & \frac{L(N)}{L(O)} &= 1.006 \frac{1 + 0.040x(N_2)}{1 + 0.041x(N_2)} \end{aligned} \quad (3.18)$$

т. е. обобщенные числа Льюиса — Семенова $L(O)$ и $L(N)$ отличаются между собой не более чем на 1%. Поэтому примем

$$\begin{aligned} L(O) = L(N) = L(A) &= \frac{\rho c_p D(N, N_2)}{\lambda} \left[1 + \left(\frac{D(N, N_2)}{D(N, O_2)} - 1 \right) x(O_2) \right]^{-1} = \\ &= \frac{\rho c_p D(N, N_2)}{\lambda [1 - 0.040x(O_2)]} = L(N, N_2) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Причем с использованием данных работы [7] получаем $L(A) = 1.315$ (500° K); 1.370 (1000° K); 1.485 (2000° K). Интересно отметить, что ввиду близости диффузионных свойств молекул O_2, N_2 эффект разделения состава набегающего потока на стенке [1] практически не отражается на значении чисел $L(A)$ на стенке, так как величина $0.040x(O_2) \approx 0.01$.

Наконец, при 500, 1000 и 2000° K имеем соответственно

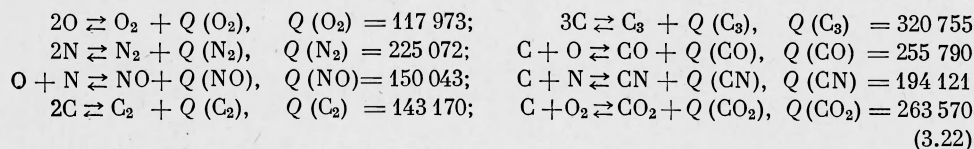
$$\begin{aligned} \frac{L(NO)}{L(A)} - \frac{D(NO)}{D(N)} &= 0.709 \frac{1 + 0.035x(N_2)}{1 - 0.009x(N_2)} \approx 0.73 \\ \frac{L(NO)}{L(A)} &= 0.716 \frac{1 + 0.043x(N_2)}{1 + 0.020x(N_2)} \approx 0.73 \\ \frac{L(NO)}{L(A)} &= 0.716 \frac{1 + 0.041x(N_2)}{1 + 0.022x(N_2)} \approx 0.73 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Тепловой поток (3.12) окончательно можно тогда записать в виде

$$q = \sqrt{\beta_x \mu_e \rho_e} \frac{g'(0)}{\sqrt{x}^{1/2}} \{ h_e - h_0 + (L(A)^m - 1) h_d - 716 c_e(NO) L^m(A) (1 - 0.73^m) \} \quad (3.21)$$

Последнее слагаемое в (3.21), пропорциональное концентрации окиси азота на внешней границе пограничного слоя, составляет менее 1% от остальных членов, так как всегда $c(NO) < 0.05$. Поэтому, хотя число $L_0(NO)$ заметно отличается от $L(A)$ (см. (3.20)), предположение, что процессы диффузии в диссоциированном воздухе можно описать при помощи одного коэффициента бинарной диффузии $D(A, M)$ и тем самым при помощи одного числа Льюиса — Семенова $L(A)$, как это делалось, например, в работах [4,9], не приводит к заметным погрешностям. Заметим, что появление окиси азота уменьшает эффект переноса энергии за счет диффузии (см. (3.21)), так как более тяжелые частицы NO диффундируют медленнее, чем атомы O и N ($D(NO) < D(A)$). Таким образом, из 10 бинарных коэффициентов диффузии, определяющих процессы диффузии в пятикомпонентном пограничном слое диссоциированного воздуха, процессы массопереноса, в силу граничных условий (3.3) и асимптотической зависимости производных от концентраций на стенке, зависят только от семи коэффициентов: $D(O, O_2), D(O, N_2), D(N, O_2), D(N, N_2), D(NO, O_2), D(NO, N_2), D(O_2, ON_2)$. Причем коэффициент $D(O_2, N_2)$ выпадает в силу граничных условий (3.2). Из оставшихся таким образом шести бинарных коэффициентов диффузии существенно отличными остаются только два: $D(A, M)$ и $D(M, M)$, которые и входят в окончательное выражение для теплового потока (3.21). Так как $c(NO) \ll 1$, то практически процессы переноса тепла диффузией в пятикомпонентном воздухе определяются одним бинарным коэффициентом диффузии $D(A, M)$. При наличии дополнительных компонент, близких по своим диффузионным свойствам к молекулам воздуха, когда граничные условия (3.2) видоизменяются, существенным образом появляется зависимость от коэффициента бинарной диффузии $D(M, M)$ [5].

3°. Рассмотрим теперь более сложный случай, когда тело обтекается потоком, состоящим из смеси углекислого газа и молекулярного азота в произвольном соотношении. При достаточно больших скоростях полета в такой атмосфере поток, пройдя через ударную волну, образующуюся перед телом, диссоциирует и дает одиннадцатикомпонентную смесь из продуктов диссоциации и исходных компонент: O, N, C, O₂, N₂, NO, C₂, C₃, CO, CN, CO₂. В качестве независимых реакций в данном случае можно взять, например,



где теплоты реакций Q измеряются в кал/моль. Так как в данном случае 11 компонент составлены из трех химических элементов, то парциальные удельные энтальпии восьми компонент выражаются через три независимые (например, через $h(\text{O}_2)$, $h(\text{N}_2)$, $h(\text{CO}_2)$) и теплоты реакций (3.22) следующим образом:

$$\begin{aligned} h(\text{O}) &= h(\text{O}_2) + \frac{Q(\text{O}_2)}{m(\text{O}_2)}, & h(\text{N}) &= h(\text{N}_2) + \frac{Q(\text{N}_2)}{m(\text{N}_2)} \\ h(\text{NO}) &= \frac{m(\text{O})}{m(\text{NO})} h(\text{O}_2) + \frac{m(\text{N})}{m(\text{NO})} h(\text{N}_2) + \frac{Q(\text{O}_2)}{2m(\text{NO})} + \frac{Q(\text{N}_2)}{2m(\text{NO})} - \frac{Q(\text{NO})}{m(\text{NO})} \\ h(\text{CO}) &= -\frac{m(\text{O})}{m(\text{CO})} h(\text{O}_2) + \frac{m(\text{CO}_2)}{m(\text{CO})} h(\text{CO}_2) + \frac{Q(\text{CO}_2)}{m(\text{CO})} + \frac{Q(\text{O}_2)}{2m(\text{CO})} - \frac{Q(\text{CO})}{m(\text{CO})} \\ h(\text{CN}) &= -\frac{m(\text{O}_2)}{m(\text{CN})} h(\text{O}_2) + \frac{m(\text{CO}_2)}{m(\text{CN})} h(\text{CO}_2) + \frac{m(\text{N})}{m(\text{CN})} h(\text{N}_2) + \\ &\quad + \frac{Q(\text{CO}_2)}{m(\text{CN})} + \frac{Q(\text{N}_2)}{2m(\text{CN})} - \frac{Q(\text{CN})}{m(\text{CN})} \\ h(\text{C}) &= -\frac{m(\text{O}_2)}{m(\text{C})} h(\text{O}_2) + \frac{m(\text{CO}_2)}{m(\text{C})} h(\text{CO}_2) + \frac{Q(\text{CO}_2)}{m(\text{C})} \\ h(\text{C}_2) &= -\frac{m(\text{O}_2)}{m(\text{C})} h(\text{O}_2) + \frac{m(\text{CO}_2)}{m(\text{C})} h(\text{CO}_2) + \frac{Q(\text{CO}_2)}{m(\text{C})} - \frac{Q(\text{C}_2)}{m(\text{C}_2)} \\ h(\text{C}_3) &= -\frac{m(\text{O}_2)}{m(\text{C})} h(\text{O}_2) + \frac{m(\text{CO}_2)}{m(\text{C})} h(\text{CO}_2) + \frac{Q(\text{CO}_2)}{m(\text{C})} - \frac{Q(\text{C}_3)}{m(\text{C}_3)} \end{aligned} \quad (3.23)$$

В силу граничных условий

$$\sum_{k=2}^N m_{lk} [\rho v (c_k - c_k^{(1)}) + I_k]_0 = 0, \quad l = \text{O, N, C} \quad (3.24)$$

$$(c_i)_0 = 0, \quad (I_i)_0 \neq 0, \quad i \neq \text{N}_2, \text{CO}_2 \quad (3.25)$$

и соотношений (3.23) удельный тепловой поток на стенке при наличии гетерогенных реакций рекомбинации продуктов диссоциации набегающего потока и вдуве газов N₂ и CO₂ можно представить в виде

$$\begin{aligned} q &= \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)_0 - \sum_{k=1}^N h_{k0} I_{k0} - \rho_0 v_0 (h_0 - h^{(1)}) = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)_0 - \\ &- \sum_{k=1}^N h_{k0} [I_k + \rho v (c_k - c_k^{(1)})]_0 = \left(\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h^T}{\partial y} \right)_0 - I(\text{O}) \frac{Q(\text{O}_2)}{m(\text{O}_2)} - \\ &- I(\text{N}) \frac{Q(\text{N}_2)}{m(\text{N}_2)} - I(\text{NO}) \left[\frac{Q(\text{O}_2)}{2m(\text{NO})} + \frac{Q(\text{N}_2)}{2m(\text{NO})} - \frac{Q(\text{NO})}{m(\text{NO})} \right] - \\ &- I(\text{CO}) \left[\frac{Q(\text{CO}_2)}{m(\text{CO})} + \frac{Q(\text{O}_2)}{2m(\text{CO})} - \frac{Q(\text{CO})}{m(\text{CO})} \right] - I(\text{CN}) \left[\frac{Q(\text{CO}_2)}{m(\text{CN})} + \frac{Q(\text{N}_2)}{2m(\text{CN})} - \frac{Q(\text{CN})}{m(\text{CN})} \right] - \\ &- I(\text{C}) \frac{Q(\text{CO}_2)}{m(\text{C})} - I(\text{C}_2) \left[\frac{Q(\text{CO}_2)}{m(\text{C})} - \frac{Q(\text{C}_2)}{m(\text{C}_2)} \right] - I(\text{C}_3) \left[\frac{Q(\text{CO}_2)}{m(\text{C})} - \frac{Q(\text{C}_3)}{m(\text{C}_3)} \right] \end{aligned} \quad (3.26)$$

Используя (3.11), (3.8) и вводя теплоту диссоциации единицы массы внешнего потока

$$h_d = c_e(O) \frac{Q(O_2)}{m(O_2)} + c_e(N) \frac{Q(N_2)}{m(N_2)} + c_e(NO) \left[\frac{Q(O_2)}{2m(NO)} + \frac{Q(N_2)}{2m(NO)} - \frac{Q(NO)}{m(NO)} \right] + \\ + c_e(CO) \left[\frac{Q(CO_2)}{m(CO)} + \frac{Q(O_2)}{2m(CO)} - \frac{Q(CO)}{m(CO)} \right] + c_e(CN) \left[\frac{Q(CO_2)}{m(CN)} + \frac{Q(N_2)}{2m(CN)} - \frac{Q(CN)}{m(CN)} \right] + \\ + c_e(C) \frac{Q(CO_2)}{m(C)} + c_e(C_2) \left[\frac{Q(CO_2)}{m(C)} - \frac{Q(C_2)}{m(C_2)} \right] + c_e(C_3) \left[\frac{Q(CO_2)}{m(C)} - \frac{Q(C_3)}{m(C_3)} \right] = \\ = 3686c_e(O) + 8038c_e(N) + 716c_e(NO) + 2385c_e(CO) + 6999c_e(CN) + 21964c_e(C) + \\ + 15999c_e(C_2) + 13054c_e(C_3), \quad [h_d] = \text{кал/г}$$

можно преобразовать тепловой поток (3.26) к виду

$$q = V \beta_{\text{ХМР}} \frac{g'(0)}{\sigma l_e^{1/2}} \left\{ h_e - h_0 + c_e(O) [L^m(O) - 1]_0 \frac{Q(O_2)}{m(O_2)} + \right. \\ + c_e(N) [L^m(N) - 1]_0 \frac{Q(N_2)}{m(N_2)} + c_e(NO) [L^m(NO) - 1]_0 \left[\frac{Q(O_2)}{2m(NO)} + \frac{Q(N_2)}{2m(NO)} - \frac{Q(NO)}{m(NO)} \right] + \\ + c_e(CO) [L^m(CO) - 1]_0 \left[\frac{Q(CO_2)}{m(CO)} + \frac{Q(O_2)}{2m(CO)} - \frac{Q(CO)}{m(CO)} \right] + c_e(CN) [L^m(CN) - \\ - 1]_0 \left[\frac{Q(CO_2)}{m(CN)} + \frac{Q(N_2)}{2m(CN)} - \frac{Q(CN)}{m(CN)} \right] + c_e(C) [L^m(C) - 1]_0 \frac{Q(CO_2)}{m(C)} + \\ + c_e(C_2) [L^m(C_2) - 1]_0 \left[\frac{Q(CO_2)}{m(C)} - \frac{Q(C_2)}{m(C_2)} \right] + c_e(C_3) [L^m(C_3) - 1]_0 \left[\frac{Q(CO_2)}{m(C)} - \frac{Q(C_3)}{m(C_3)} \right] \left. \right\}$$

Здесь $h_e = h_e^T + h_d$ — полная энтальпия набегающего потока (энтальпия торможения), численные значения теплот реакций должны браться из (3.22). Для подсчета обобщенных чисел Льюиса — Семенова в (3.28) найдем сначала эффективные коэффициенты диффузии на стенке. Из (3.10), используя (3.25), находим

$$\left(\frac{1}{D_i} \right)_0 = \frac{x(N_2)}{D(i, N_2)} + \frac{x(CO_2)}{D(i, CO_2)} \quad (i \neq N_2, CO_2)$$

Откуда, опуская для простоты индекс 0, получим

$$D_i = \frac{D(i, N_2)}{1 + [D(i, N_2)/D(i, CO_2) - 1] x(CO_2)} \quad (i \neq N_2, CO_2) \quad (3.29)$$

Так при $T_0 = 500, 1000$ и 2000°K соответственно имеем

$$\begin{array}{ll} \frac{D(O, N_2)}{D(N, N_2)} = 0.991, 1.000, 0.995; & \frac{D(CO, N_2)}{D(CO, CO_2)} = 1.279, 1.255, 1.262 \\ \frac{D(N, N_2)}{D(N, CO_2)} = 1.220, 1.209, 1.215; & \frac{D(NO, N_2)}{D(C_2, N_2)} = 1.040, 1.022, 1.025 \\ \frac{D(O, N_2)}{D(O, CO_2)} = 1.245, 1.205, 1.225; & \frac{D(C_2, N_2)}{D(C_2, CO_2)} = 1.256, 1.240, 1.243 \\ \frac{D(O, N_2)}{D(C, N_2)} = 0.895, 0.909, 0.907; & \frac{D(NO, N_2)}{D(C_3, N_2)} = 1.290, 1.258, 1.259 \\ \frac{D(C, N_2)}{D(C, CO_2)} = 1.200, 1.190, 1.186; & \frac{D(C_3, N_2)}{D(C_3, CO_2)} = 1.320, 1.268, 1.250 \\ \frac{D(NO, N_2)}{D(CO, N_2)} = 1.032, 1.013, 1.013; & \frac{D(NO, N_2)}{D(O, N_2)} = 0.748, 0.734, 0.735 \\ \frac{D(NO, N_2)}{D(NO, CO_2)} = 1.315, 1.261, 1.264, & \frac{D(NO, N_2)}{D(N, N_2)} = 0.741, 0.734, 0.731 \end{array} \quad (3.30)$$

Поэтому, например, при $T_0 = 500^\circ \text{K}$ имеем

$$\begin{array}{l} \frac{L(O)}{L(N)} = \frac{D(O)}{D(N)} = 0.991 \frac{1 + 0.22x(CO_2)}{1 + 0.24x(CO_2)} \approx 0.99 - 0.97 \\ \frac{L(O)}{L(C)} = \frac{D(O)}{D(C)} = 0.895 \frac{1 + 0.20x(CO_2)}{1 + 0.24x(CO_2)} = 0.89 - 0.87 \\ \frac{L(NO)}{L(CO)} = \frac{D(NO)}{D(CO)} = 1.032 \frac{1 + 0.279x(CO_2)}{1 + 0.315x(CO_2)} = 1.03 - 1.00 \\ \frac{L(NO)}{L(C_2)} = \frac{D(NO)}{D(C_2)} = 1.040 \frac{1 + 0.256x(CO_2)}{1 + 0.315x(CO_2)} = 1.04 - 1.00 \end{array} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned}\frac{L(\text{NO})}{L(\text{C}_3)} &= \frac{D(\text{NO})}{D(\text{C}_3)} = 1.29 \frac{1 + 0.32x(\text{CO}_2)}{1 + 0.315x(\text{CO}_2)} = 1.29 \\ \frac{L(\text{NO})}{L(\text{O})} &= \frac{D(\text{NO})}{D(\text{O})} = 0.748 \frac{1 + 0.245x(\text{CO}_2)}{1 + 0.315x(\text{CO}_2)} = 0.75 - 0.71 \\ \frac{L(\text{NO})}{L(\text{N})} &= \frac{D(\text{NO})}{D(\text{N})} = 0.741 \frac{1 + 0.22x(\text{CO}_2)}{1 + 0.315x(\text{CO}_2)} = 0.74 - 0.69\end{aligned}$$

Здесь первые значения соответствуют $x(\text{CO}_2) = 0$ и вторые $x(\text{CO}_2) = 1$. В силу равенств (3.30), получим близкие к этим значениям отношения чисел L и для других температур стенки. Из (3.31) следует, что в рассматриваемом случае практически имеется только четыре существенно различных обобщенных числа Льюиса — Семенова, это:

$$L(\text{C}), \quad L(\text{A}) = L(\text{O}) = L(\text{N}), \quad L(\text{M}) = L(\text{NO}) = L(\text{CO}) = L(\text{CN}) = L(\text{C}_2) = L(\text{C}_3)$$

В каждой из этих групп числа L отличаются между собой не более чем на 3% для любых температур стенки. Более того, при диссоциации CO_2 концентрация молекул C_3 ничтожна, поэтому без ущерба точности объединим $L(\text{C}_3)$ с числами $L(\text{M})$. Тогда тепловой поток (3.28) можно преобразовать к более простому виду

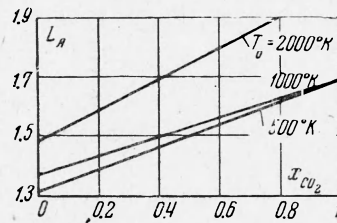
$$\begin{aligned}q &= \sqrt{\beta_{\text{xe}} \rho_e} \frac{g'(0)}{c_e^{1/2}} \{h_e - h_0 + [L^m(\text{A}) - 1] h_d - \\ &\quad - L^m(\text{A}) \left[1 - \frac{L^m(\text{C})}{L^m(\text{A})} \right] c_e(\text{C}) \frac{Q(\text{CO}_2)}{m(\text{C})} - L^m(\text{A}) \left[1 - \frac{L^m(\text{M})}{L^m(\text{A})} \right] \times \\ &\quad \times \left[c_e(\text{NO}) \left(\frac{Q(\text{O}_2)}{2m(\text{NO})} + \frac{Q(\text{N}_2)}{2m(\text{NO})} - \frac{Q(\text{NO})}{m(\text{NO})} \right) + c_e(\text{CO}) \left(\frac{Q(\text{CO}_2)}{m(\text{CO})} + \frac{Q(\text{O}_2)}{2m(\text{CO})} - \frac{Q(\text{CO})}{m(\text{CO})} \right) + \right. \\ &\quad + c_e(\text{CN}) \left(\frac{Q(\text{CO}_2)}{m(\text{CN})} + \frac{Q(\text{N}_2)}{2m(\text{CN})} - \frac{Q(\text{CN})}{m(\text{CN})} \right) + c_e(\text{C}_2) \left(\frac{Q(\text{CO}_2)}{m(\text{C})} - \frac{Q(\text{C}_2)}{m(\text{C}_2)} \right) + \\ &\quad \left. + c_e(\text{C}_3) \left(\frac{Q(\text{CO}_2)}{m(\text{C})} - \frac{Q(\text{C}_3)}{m(\text{C}_3)} \right) \right] \} = \sqrt{\beta_{\text{xe}} \rho_e} \frac{g'(0)}{c_e^{1/2}} \{h_e - h_0 + [L^m(\text{A}) - 1] h_d + \\ &\quad + 21964 c_e(\text{C}) L^m(\text{A}) (1.15^m - 1) - [716 c_e(\text{NO}) + 2385 c_e(\text{CO}) + 6999 c_e(\text{CN}) + \\ &\quad + 15999 c_e(\text{C}_3) + 13054 c_e(\text{C}_3)] + L^m(\text{A}) (1 - 0.73^m) \} \quad (3.32)\end{aligned}$$

где значение $g'(0)/c_e^{1/2}$ должно браться из (2.11), h_d — из (3.27), (3.33)

$$L(\text{A}) = \frac{\rho C_p D(\text{A})}{\lambda} = \frac{\rho C_p D(\text{N}, \text{N}_2)}{\lambda [1 + (D(\text{N}, \text{N}_2)/D(\text{N}, \text{CO}_2) - 1) x(\text{CO}_2)]} = \frac{\rho C_p D(\text{N}, \text{N}_2)}{\lambda [1 + 0.22x(\text{CO}_2)]}$$

С использованием данных работы [7] по параметрам сил взаимодействия для потенциала Леннарда — Джонса получаем из (3.33), что $L(\text{A})$ зависит от $x(\text{CO}_2)$ при данной температуре стенки практически линейно (фиг. 2).

В силу слабого эффекта разделения исходного состава набегающего потока на стенке и относительно слабой зависимости $L(\text{A})$ от $x(\text{CO}_2)$ при вычислении $L(\text{A})$ из (3.33) или фиг. 2 значение $x(\text{CO}_2)$ на стенке можно брать равным его значению в набегающем потоке (до ударной волны).



Фиг. 2

Таким образом, снимая значение $L(\text{A})$ с графика (фиг. 2), можно подсчитать тепловой поток к стенке из формулы (3.32) для любого значения параметра вдува и для любой степени диссоциации набегающего потока. Например, для случая потока, состоящего только из углекислоты и при полной ее диссоциации до атомов C и O ($T_e > 6000^\circ \text{K}$), из (3.32) получаем

$$q = \sqrt{\beta_{\text{xe}} \rho_e} \frac{g'(0)}{c_e^{1/2}} \{h_e - h_0 + [L^m(\text{A}) - 1] h_d + 21964 c_e(\text{C}) L^m(\text{A}) [1.15^m - 1] \} \quad (3.34)$$

$$h_d = 3686 c_e(\text{O}) + 21964 c_e(\text{C}) = 8671 \text{ кал/г}, \quad L(\text{A}) = 1.69, \quad T_0 < 1000^\circ \text{K}$$

Сравним теперь удельный тепловой поток в критической точке тела, летящего в углекислом газе с тепловым потоком к этому же телу, но летящему в воздухе. Для простоты будем считать, что вдува нет, и для обоих атмосфер при сравнении будем полагать $T_0 = \text{const}$, $h_e = \text{const}$, $p_e = \text{const}$. Разделив формулу (3.34) на (3.21), получим

$$\frac{q_{\text{CO}_2}}{q_*} = \frac{\gamma_{\mu,p} \gamma_h}{\gamma_\sigma \gamma_l}, \quad \gamma_{\mu,p} = \frac{(V \beta_{x\mu_e p_e})_{\text{CO}_2}}{(V \beta_{x\mu_e p_e})_*}, \quad \gamma_\sigma = \left(\frac{\sigma_{\text{CO}_2}}{\sigma_*} \right)^{0.6}, \quad \gamma_l = \left(\frac{l_{e\text{CO}_2}}{l_{e*}} \right)^{0.10}$$

$$\gamma_h = \frac{\{h_e - h_0 + [L^{0.6}(A) - 1] h_d + 21964 c_e (C) L^{0.6}(A) (1.15^{0.6} - 1)\} \text{CO}_2}{\{h_e - h_0 + [L^{0.6}(A) - 1] h_d - 716 c_e (\text{NO}) L^{0.6}(A) (1 - 0.73^{0.6})\}_*}$$

При $10^{-3} < p < 10^2$ бар, имеем

$$h_e = 500 \quad 1000 \quad 5000 \quad 10\,000 \quad 15\,000 \text{ кал/г}$$

$$\frac{\gamma_{\mu,p}}{\gamma_\sigma \gamma_l} = 1.17 \quad 1.16 \quad 1.08 \quad 1.02 \quad 1$$

$$L(A)_* = 1.31, \quad L(A)_{\text{CO}_2} = 1.69 \text{ при } T_0 \leq 500^\circ \text{K}$$

Примем, что на внешней границе пограничного слоя произошла полная диссоциация до атомов С и О в углекислом газе и до атомов О и N в воздухе. Тогда

$$(h_d)_* = 7037 \text{ кал/г}, \quad (h_d)_{\text{CO}_2} = 8670 \text{ кал/г}, \quad \gamma_h = (h_e + 3950)/(h_e + 1223)$$

Например

$$\gamma_h = 1.27 \text{ при } h_e = 900 \text{ кал/г}, \quad \gamma_h = 1.24 \text{ при } h_e = 50\,000 \text{ кал/г}$$

Это увеличение теплового потока в углекислом газе по сравнению с воздухом связано, в первую очередь, с более высоким значением энергии диссоциации единицы массы углекислого газа и числа Льюиса — Семенова и несколько большей подвижности атомов С и О по сравнению с атомами О и N и, в меньшей степени, отличием значения μ_r на внешней границе пограничного слоя.

С использованием обобщенной аналогии между коэффициентами тепло- и массообмена, полученной для пограничного слоя с произвольным градиентом давления в работе [10], легко заключить, что удельный тепловой поток при полете в углекислом газе будет всегда больше теплового потока при полете в воздухе для любой точки обтекаемой поверхности.

Поступила 11 VII 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Тирский Г. А. Определение эффективных коэффициентов диффузии в ламинарном многокомпонентном пограничном слое. Докл. АН СССР, 1964, т. 155, стр. 1278—1281.
2. Howarth L. The Boundary Layer in Three Dimensional Flow-Part II. The Flow Near a Stagnation Point. Philos. Mag., 1951, vol. 75, № 42, p. 1433—1440.
3. Reshotko E. Heat Transfer to a General Three Dimensional Stagnation Point. J. Propuls., 1958, vol. 28, № 1, p. 58—60.
4. Лиз Л. Конвективный теплообмен при наличии подвода вещества и химических реакций. Сб. Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций. Изд. иностр. лит., М., 1962, стр. 13.
5. Тирский Г. А. Ламинарный многокомпонентный пограничный слой на химически активной поверхности. Докл. АН СССР, 1964, т. 156, № 4, стр. 756.
6. Гиршфельд Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. Изд. иностр. лит., 1961.
7. Roger A., Vehe A. Estimated viscosities and thermal conductivities of gases at high temperatures. NASA TR, R — 132, 1963.
8. Тирский Г. А. Анализ химического состава многокомпонентного пограничного слоя на поверхности горящих пластиков. Космические исследования, 1964, № 4.
9. Фэй Д., Риддел Ф., Теоретический анализ теплообмена в передней критической точке, омываемой диссоциированным воздухом. Сб. Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций. Изд. иностр. лит., М., 1962, стр. 190.
10. Резников Б. И., Тирский Г. А. Обобщенная аналогия между коэффициентами массообмена в многокомпонентном пограничном слое с произвольным градиентом давления. Докл. АН СССР, 1964, т. 158, № 4, стр. 798—802.