ЛИТЕРАТУРА

1. **Э. Н. Руманов, Б. И. Хайкин.** ФГВ, 1969, 5, 1, 129.
2. **М. А. Гуревич, Г. Е. Озерова, А. М. Степанов.** ФГВ, 1974, 10, 1, 88.
3. **Е. С. Озеров.** Основы теории воспламенения газодисперсных систем. Л.: ЛПИ, 1978.
4. **В. И. Лисицын, В. Н. Вилюнов.** ИФЖ, 1971, 21, 5, 939.
5. **В. В. Барзыкин.**— В кн.: Горение и взрыв. М.: Наука, 1977.
6. **А. Г. Мержанов, В. Г. Абрамов, В. Т. Гонтковская.** Изв. АН СССР, сер. хим., 1966, 3, 429.
7. **В. И. Лисицын, Э. Н. Руманов, Б. И. Хайкин.** ФГВ, 1971, 6, 1, 3.
8. **В. И. Лисицын, А. А. Пироженко, В. И. Вилюнов.**— В кн.: Горение и взрыв. М.: Наука, 1972.
9. **Д. А. Франк-Каменецкий.** Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.

О ГЕТЕРОГЕННОМ ЗАЖИГАНИИ ЧАСТИЦЫ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА ГОРЯЧИМ ГАЗОМ

В. В. Матвеев, А. Н. Гречаный

(Горловка)

В отличие от горения, где искомое явным образом содержится в математической постановке, характерная особенность задач теории зажигания состоит в том, что условие (критерий) зажигания должно быть математически сформулировано дополнительно из физических соображений о ходе процесса либо из анализа поведения полученных приближенными методами интегральных кривых каждой конкретной задачи зажигания (или класса задач). Поэтому в зависимости от использования того или иного приближенного метода в литературе приводятся разные критерии зажигания даже в рамках одной конкретно сформулированной математической задачи теории зажигания [1]. Многообразие этих критериев связано с тем, что большинство исследователей математически не учитывают взрывной характер роста температуры во времени в малой окрестности момента зажигания, т. е. на стадии саморазогрева. Только строгий асимптотический подход к этому явлению позволяет получить единый критерий зажигания.

Цель данной работы — построение строгих асимптотических формул для расчета характеристик зажигания сферической частицы твердого топлива в условиях конвективного нагрева, при этом критерий зажигания — резкое нарастание во времени температуры поверхности частицы в момент зажигания — вытекает непосредственно из анализа построенного в работе температурного профиля. Предполагается, что ведущими в процессе зажигания являются гетерогенные экзотермические химические реакции нулевого порядка, протекающие на поверхности частицы топлива. Предполагая также, что в процессе прогрева топлива выход летучих несуществен, исследуемую краевую задачу запишем в виде

$$\left.\begin{aligned} &c\rho\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right),\\ &t=0:\quad T=T_0,\ r=0:\ \frac{\partial T}{\partial r}=0,\\ &r=R_0:\ \lambda\frac{\partial T}{\partial r}=\alpha(T_c-T)+Qke^{-\frac{E}{RT}}.\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

Здесь T — температура, К; t — время, с; r — текущий радиус, м; λ — коэффициент теплопроводности частицы, Вт/(м · К); ρ — плотность частицы, кг/м³; c — удельная теплоемкость частицы, Дж/(кг · К); T_0 и T_c — начальная температура частицы и температура горячего газа (среды), К; α — коэффициент конвективной теплопередачи от газа к частице, Вт/(м² · К); Q — тепловой эффект гетерогенной реакции, Дж/м²; k — предэкспонент, с⁻¹; E — энергия активации гетерогенной реакции, Дж/моль; $R = 8{,}314$ Дж/(моль · К) — универсальная газовая постоянная; R_0 — радиус частицы, м.

В безразмерных переменных

$$\Theta = \frac{T}{T_0}, \quad \xi = \frac{r}{R_0}, \quad \tau = \frac{\lambda t}{c\rho R_0^2} \tag{2}$$

краевая задача (1) имеет вид

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial\Theta}{\partial\tau} = \frac{1}{\xi^2}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi^2\frac{\partial\Theta}{\partial\xi}\right), \\ &\tau = 0\colon \Theta = 1, \ \xi = 0\colon \frac{\partial\Theta}{\partial\xi} = 0, \\ &\xi = 1\colon \frac{\partial\Theta}{\partial\xi} = \mathrm{Bi}\,(\sigma - \Theta) + p\sqrt{\varepsilon}e^{-\frac{1}{\varepsilon\Theta}}, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где введены безразмерные параметры

$$\mathrm{Bi} = \frac{\alpha R_0}{\lambda}, \quad \sigma = \frac{T_c}{T_0}, \quad \varepsilon = \frac{RT_c}{E}, \quad p = \frac{QkR_0}{\lambda T_0\sqrt{\varepsilon}}. \tag{4}$$

Полагая в (3) $\varepsilon = 0$, приходим к краевой задаче

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial\overline{\Theta}}{\partial\tau} = \frac{1}{\xi^2}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\xi^2\frac{\partial\overline{\Theta}}{\partial\xi}\right), \quad \tau = 0\colon \overline{\Theta} = 1, \\ &\xi = 0\colon \frac{\partial\overline{\Theta}}{\partial\xi} = 0, \ \xi = 1\colon \frac{\partial\overline{\Theta}}{\partial\xi} = \mathrm{Bi}\,(\sigma - \overline{\Theta}), \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

описывающей процесс зажигания на стадии прогрева. Решение задачи (5) хорошо известно [2] и имеет вид

$$\left.\begin{aligned} &\overline{\Theta}(\tau, \xi) = \sigma - (\sigma - 1)\sum_{n=1}^{\infty} A_n B_n(\mu_n\xi)\, e^{-\mu_n^2\tau}, \\ &A_n = 2(-1)^{n+1}\mathrm{Bi}\left[\mu_n^2 + (\mathrm{Bi}-1)^2\right]^{0,5}\left(\mu_n^2 + \mathrm{Bi}^2 - \mathrm{Bi}\right)^{-1}, \\ &B_n = \frac{\sin(\mu_n\xi)}{\mu_n\xi}, \quad \mu_n \operatorname{ctg}\mu_n = 1 - \mathrm{Bi}, \ 0 < \mu_1 < \ldots < \mu_n < \ldots \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Решение же исходной задачи (3) будем искать при $\varepsilon \to 0$ в виде следующего составного асимптотического разложения [3]:

$$\left.\begin{aligned} &\Theta(\tau, \xi, \varepsilon) = \overline{\Theta}(\tau, \xi) + \varepsilon\Theta_*^2\varphi(z, x) + \ldots, \\ &\Theta_* \equiv \overline{\Theta}(\tau_*, 1), \ z = z_0 + \frac{\tau - \tau_*}{\nu}, \\ &x = \frac{\xi - 1}{\sqrt{\nu}}, \ \nu = \varepsilon\Theta_*^2\left(\frac{d\Theta_*}{d\tau_*}\right)^{-1} \ll 1, \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

где здесь и ниже многоточием отмечены члены более высокого порядка малости, а τ_* — искомое безразмерное время задержки зажигания; константа z_0 в (7) будет определена ниже.

Подставляя (7) в (3) и учитывая (5), находим

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \ldots, \quad \varphi(-\infty, x) = \varphi(z, -\infty) = 0. \tag{8}$$

Рассмотрим граничное условие в (3) на поверхности частицы. Учитывая (7), имеем $\exp(-1/\varepsilon\Theta) = \exp(-z_0 - 1/\varepsilon\Theta_*)\exp[z + \varphi(z, 0)] + \ldots$. Поэтому из (3), (5) и (7) находим

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}(z, 0) = -\mathrm{Bi}\sqrt{\nu}\,\varphi(z, 0) + \frac{p}{\Theta_*^2}\sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}}\,e^{-z_0-\frac{1}{\varepsilon\Theta_*}}\exp[z + \varphi(z, 0)] + \ldots. \tag{9}$$

Введенную в (7) величину z_0 определим равенством

$$\frac{p}{\Theta_*^2}\sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}}\exp\left(-z_0 - \frac{1}{\varepsilon\Theta_*}\right) = 1. \tag{10}$$

Заметим, далее, что, применяя к (8) интегральное преобразование Фурье, можно легко получить соотношение

$$\varphi(z, 0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int\limits_{-\infty}^{z}\frac{\partial\varphi}{\partial x}(s, 0)\frac{ds}{\sqrt{z-s}},$$

подставляя в которое (9) и учитывая (10), относительно функции $\varphi(z, 0)$ находим интегральное уравнение

$$\varphi(z, 0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int\limits_{-\infty}^{z}\{\exp[s + \varphi(s, 0)] - \beta\varphi(s, 0)\}\frac{ds}{\sqrt{z-s}},$$

где введено обозначение $\beta = \mathrm{Bi}\,\Theta_*\left[\varepsilon\left(\frac{d\Theta_*}{d\tau_*}\right)^{-1}\right]^{0,5}$. Следует заметить, что решение этого интегрального уравнения при $z \in [-\infty, z_0(\beta)]$, $z_0(\beta) < \infty$ монотонно возрастает до бесконечности при $z = z_0(\beta)$, лишь когда $\beta \leqslant \beta_{\text{кр}}$. Тогда [4]

$$\varphi(z \to z_0, 0) = -\frac{1}{2}\ln(z_0 - z) + \ldots. \tag{11}$$

Обычно $\varepsilon = 10^{-3} \div 10^{-2}$, и с достаточной для проведения практических расчетов точностью влиянием параметра β на величину z_0 можно пренебречь, при этом [4] $z_0(0) = -0{,}431$. Следовательно, (10) можно записать в виде трансцендентного уравнения

$$\Theta_*^{-1} = \varepsilon\ln\left[\frac{p}{0{,}65\Theta_*}\left(\frac{d\Theta_*}{d\tau_*}\right)^{-0,5}\right], \tag{12}$$

определяющего τ_*, где параметр p определен в (4).

Полагая в (11) $z_0 - z = \varepsilon \to 0$ и учитывая разложение (7), приходим к следующему выражению для расчета безразмерной величины температуры зажигания ($\Theta_з \equiv \Theta(\tau_*, 1, \varepsilon)$):

$$\Theta_з = \Theta_* + \frac{\Theta_*^2}{2}\varepsilon\ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right). \tag{13}$$

В размерном виде, согласно (2), время задержки зажигания t_* и температура зажигания $T_з$ вычисляются соответственно по формулам

$$t_* = \frac{c\rho}{\lambda}R_0^2\tau_*, \quad T_з = T_0\Theta_з. \tag{14}$$

Количество тепла, необходимое для зажигания сферической частицы топлива, с достаточной для проведения практических расчетов степенью точности вычисляется по формуле

$$Q_* = 4\pi\frac{c\rho}{\lambda}\alpha T_0 R_0^4\int\limits_0^{\tau_*}[\sigma - \overline{\Theta}(\tau, 1)]\,d\tau. \tag{15}$$

Таким образом, формулы (12)—(15) позволяют проводить числовые расчеты основных характеристик зажигания и, следовательно, полностью решают поставленную в работе задачу. Отметим, что при измеренных в эксперименте по зажиганию твердого топлива величинах t_* или $T_з \approx T_*$

можно, учитывая (6), (7) и (14), провести «спрямление» уравнения (12) в координатах $\{Z, T_*^{-1}\}$. Уравнение прямой имеет вид

$$Z = \frac{E}{RT_*} - \ln\left[\frac{Qk}{0{,}65}\left(\frac{E}{c\rho\lambda R}\right)^{0,5}\right], \quad Z \equiv \ln\left[\frac{1}{T_*}\left(\frac{dT_*}{dt_*}\right)^{-0,5}\right],$$

который позволяет с помощью метода наименьших квадратов вычислить по экспериментальным данным величины E и $Qk(c\rho\lambda)^{-0,5}$. В заключение заметим, что (12) может быть записано в эквивалентной форме

$$\tau_* = \left(\frac{0{,}65}{p}\right)^2 \int\limits_1^{\Theta_*(\tau_*)} s^2 \exp\left(\frac{2}{\varepsilon s}\right) ds,$$

откуда, ограничиваясь с достаточной для проведения практических расчетов степенью точности первым членом асимптотического разложения интеграла по ε [5], а также учитывая (6), (7), приходим к системе уравнений

$$\left.\begin{aligned} &\tau_* = 0{,}21\,\frac{\varepsilon}{p^2}\left[\exp\left(\frac{2}{3}\right) - \Theta_*^4 \exp\left(\frac{2}{\varepsilon\Theta_*}\right)\right], \\ &\frac{\sigma - \Theta_*}{\sigma - 1} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\sin \mu_n}{\mu_n} \exp\left(-\mu_n^2 \tau_*\right), \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

определяющей τ_* и Θ_*.

Ниже для иллюстрации приведены результаты числовых расчетов времени задержки зажигания по формулам (14), (16) для сферической частицы топлива марки АШ с теплокинетическими константами [6, 7]: $c = 947$ Дж/(кг · К), $\rho = 1{,}44 \cdot 10^3$ кг/м³, $\lambda = 0{,}328$ Вт/(м · К), $E = 1{,}4 \cdot 10^5$ Дж/моль, $Qk = 1{,}75 \cdot 10^{16}$ Вт/м². Расчеты проводились при $\alpha = 419$ Вт/(м² · К), $T^0 = 303$ К, $R_0 = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ м.

T_c, К	500	600	700	800
t_*, с	1,3	$1{,}6 \cdot 10^{-1}$	$0{,}8 \cdot 10^{-2}$	10^{-3}

Авторы признательны А. Э. Аверсону и А. А. Мадояну за интерес к работе и полезные замечания.

Поступила в редакцию 14/VII 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. **А. Г. Мержанов, А. Э. Аверсон.** Современное состояние тепловой теории зажигания. М.: Препринт ИФХ АН СССР, 1970.
2. **А. В. Лыков.** Теория теплопроводности. М.: Высш. школа, 1967.
3. **А. Х. Найфэ.** Методы возмущений. М.: Мир, 1976.
4. **A. Linan, F. A. Williams.** Comb. Sci. and Tech., 1971, 3, 91.
5. **Э. Я. Риекстыньш.** Асимптотические разложения интегралов. Рига: Зинатне, 1974.
6. **Теплотехнический** справочник. Т. 2/Под ред. В. Н. Юренева. М.: Энергия, 1976.
7. **Д. М. Хзмалян, Т. В. Виленский, М. Л. Краснов и др.** Теплоэнергетика, 1964, 6, 85.

ЭМИССИЯ ПОЛИЦИКЛИЧЕСКИХ АРОМАТИЧЕСКИХ УГЛЕВОДОРОДОВ С ПРОДУКТАМИ СЖИГАНИЯ УГЛЕВОДОРОДОВОДОРОДНЫХ ТОПЛИВНЫХ СМЕСЕЙ

П. М. Канило

(Харьков)

Одно из новых направлений в решении проблемы снижения эмиссий токсичных и канцерогенных веществ с продуктами сжигания углеводородных топлив — применение небольших количеств водорода в качестве дополнительного топлива и распыливающего компонента [1, 2].