Теплофизика и аэромеханика, 2020, том 27, № 3

УДК 532.5:536

Магнитогидродинамическая конвекция внутри наклонной полости

М. Пирмохаммади[1], А. Салехи-Шабестари[2]

[1]*Исламский университет Азад, Тегеран, Иран*

[2]*Иранский исследовательский институт Ниру, Тегеран, Иран*

E-mail: ashabestari@nri.ac.ir

Рассматривается ламинарное магнитогидродинамическое конвективное течение вязкой жидкости в наклонной полости. Задается разность температур на двух противоположных стенках, в то время как две другие стенки являются адиабатическими. Для решения определяющих нелинейных дифференциальных уравнений применяется разработанный авторами код, основанный на методе конечных объемов. Используемая жидкость — жидкий натрий, тепловые и электрические свойства которого, в частности, теплоемкость, теплопроводность и электропроводность, зависят от температуры. В работе представлены и описаны репрезентативные результаты, иллюстрирующие влияние угла наклона полости на линии тока и изолинии температуры. Также приводятся и обсуждаются результаты для профиля скорости в среднем сечении и среднего числа Нуссельта на горячей стенке полости для различных углов наклона и чисел Гартмана. Отмечается, что при числе Гартмана, равном 600, увеличение угла наклона приводит к росту числа вихрей в полости.

Ключевые слова: магнитогидродинамическое конвективное течение, угол наклона, число Рэлея, число Гартмана, число Нуссельта.

Введение

Ламинарное естественно-конвективное течение в полости имеет множество технических приложений, например, охлаждение электронного оборудования, аккумулирование солнечной энергии и рост кристаллов в жидкостях. Общеизвестно, что возникающее гидродинамическое движение может затухать под действием магнитного поля. Известные исследования по теплообмену в течениях расплава в условиях роста кристаллов дают возможность определять критические рабочие параметры кристаллического роста. Однородность и качество монокристаллов, выращенных из легированных полупроводниковых расплавов, представляет интерес для производителей электронных чипов. Этим объясняется возросший интерес к течениям электропроводящих жидкостей в полостях, подверженных воздействию внешнего магнитного поля.

Если жидкость обладает электропроводностью и подвергается воздействию магнитного поля, то на нее действует сила Лоренца в сочетании с выталкивающей силой. Обе эти величины являются определяющими для характера полей течений и температур. Внешние магнитные поля имеют все большее применение в промышленности в качестве механизма управления течением, так как сила Лоренца подавляет конвективные потоки за счет снижения скорости. Изучение и доскональное понимание переноса импульса и теплообмена в таком процессе имеют большое значение для улучшения контроля и качества выпускаемой продукции. В работе [1] было предложено аналитическое решение определяющих уравнений магнитной гидродинамики для моделирования влияния поперечного магнитного поля на естественную конвекцию в двумерной полости. Авторы [2] численно исследовали влияние поперечного магнитного поля на естественно-конвективное течение внутри прямоугольной полости с изотермическими вертикальными и адиабатическими горизонтальными стенками и установили, что при относительно слабом магнитном поле образуется циркуляционное течение, а при увеличении напряженности магнитного поля конвекция подавляется, и скорость конвективного теплообмена уменьшается. В работе [3] использовался степенной закон в методе контрольного объема для определения полей течения и температуры в наклонной квадратной полости в поперечном магнитном поле с изотермическими вертикальными и адиабатическими горизонтальными стенками при числе Прандтля 0,71. Было показано, что подавление магнитным полем конвективных течений и теплообмена происходит сильнее при малых углах наклона и высоких числах Грасгофа. Авторами [4] исследовалось влияние магнитного поля на естественную конвекцию в дифференциально нагреваемой квадратной полости. Было показано, что механизмы теплопередачи и характеристики течения внутри полости сильно зависят как от напряженности магнитного поля, так и от числа Рэлея. По результатам исследования был сделан вывод, что магнитное поле значительно уменьшает среднее число Нуссельта. В работе [5] изучалась магнитогидродинамическая (МГД) конвекция электропроводящей жидкости с переменными свойствами внутри полости. Было показано, что поля течения и температуры асимметричны вследствие зависимости свойств жидкости от температуры. Авторы [6] исследовали влияние наклона полости и магнитного поля на естественно-конвективное течение, вызванное вертикальным градиентом температуры. Было показано, что конвекция становится интенсивнее по мере увеличения числа Грасгофа, но значительно подавляется в присутствии сильного магнитного поля.

В работе [7] была проанализирована ламинарная естественная конвекция расплавленного металла при числе Прандтля $\mathrm{Pr} = 0{,}02$ в трехмерной полости под действием наклонного однородного магнитного поля. Авторы показали, что двумерные данные можно использовать для анализа среднего числа Нуссельта в случае, когда соотношение сторон A больше единицы, а конфигурация течения в среднем сечении трехмерной полости оказывается близкой к результатам плоской задачи только при $A > 2$. Следует отметить, что существует множество исследований, посвященных анализу естественной МГД-конвекции в наножидкостях, см., например, [8, 9]. В работе [10] с помощью решеточного метода Больцмана моделировалась естественная конвекция в открытой квадратной полости, подвергнутой частичному нагреву. Было замечено, что вблизи частично нагретой стенки плотность изотерм увеличивается и скорость теплопередачи линейно возрастает с увеличением числа Прандтля. Авторы [11] использовали гибридное численно-аналитическое решение для анализа магнитогидродинамической естественной конвекции электропроводящей жидкости внутри квадратной полости, дифференциально нагретой на боковых стенках и подвергнутой воздействию внешнего наклонного магнитного поля. Они обнаружили, что обобщенный метод интегрального преобразования (GITT) может быть с успехом использован в моделировании МГД-задачи. В работе [12] изучалось течение наножидкости, состоящей из смеси воды с частицами Fe_3O_4, в полости с постоянным тепловым потоком с помощью метода контрольного объема, основанного на использовании конечных элементов (CVFEM). Результаты показали, что градиент температуры является возрастающей функцией силы плавучести и объемной доли наночастиц Fe_3O_4 и убывающей функцией величины силы Лоренца.

В ранее проведенных исследованиях не изучался характер температурной зависимости тепловых и электрических свойств и влияние угла наклона (0–90°) на теплообмен при различных числах Гартмана. В настоящей работе рассматривается ламинарное естественно-конвективное течение при наличии продольного магнитного поля в наклонной квадратной полости, нагреваемой в области левой и охлаждаемой в области правой стенок, в то время как другие стенки остаются адиабатическими. Полость заполнена электропроводящей жидкостью, тепловые и электрические свойства которой изменяются в зависимости от температуры. Целью исследования является получение численных решений для полей скорости и температуры внутри полости и определение влияния напряженности магнитного поля и угла наклона на естественно-конвективный теплообмен.

Математическая постановка задачи

Схема исследуемой полости приведена на рис. 1. Полость дифференциально нагрета, левая и правая стенки изотермичны при $T_{\text{н}}$ и T_{c} соответственно и $T_{\text{н}} > T_{\text{c}}$, горизонтальные стенки являются адиабатическими, φ обозначает угол наклона. Предполагалось, что в этой задаче магнитное число Рейнольдса значительно меньше единицы: $\mathrm{Re_m} = \mu_0 \sigma u^* l^* << 1$, где μ_0 — магнитная проницаемость вакуума, σ — электропроводность среды, u^* — характерная скорость течения, l^* — характерный масштаб длины области. Поскольку в данной задаче естественной конвекции характерная скорость очень мала, а масштаб длины невелик ($l^* \approx 0{,}1$ м), предположение о низком магнитном числе Рейнольдса является справедливым. Принимая условие стационарности и закон сохранения электрического заряда, для вектора плотности тока $\boldsymbol{J}$ можем записать:

$$\nabla \mathbf{J} = 0. \tag{1}$$

Согласно закону Ома имеем

$$\mathbf{J} = \sigma(-\nabla\phi + \mathbf{V}\cdot\mathbf{B}), \tag{2}$$

где ϕ — электрический потенциал, $\mathbf{V}$ — вектор скорости и $\mathbf{B}$ — вектор магнитной индукции поля. Вычислив дивергенцию обеих сторон в (2) с учетом (1), получим

$$\nabla^2\phi = \nabla(\mathbf{V}\cdot\mathbf{B}). \tag{3}$$

Поскольку задача является двумерной, правая сторона считается равной нулю. Исходя из этого, для электрического потенциала выводим следующее уравнение:

$$\nabla^2\phi = 0. \tag{4}$$

С учетом электрически изолированных границ полости, на которых $\partial\phi/\partial n = 0$, уникальным является решение $\nabla\phi = 0$. Это означает, что электрическое поле везде равно нулю [1]. Далее сила Лоренца сводится к коэффициенту затухания в уравнении импульса. Таким образом, определяющие уравнения в этом исследовании — законы сохранения массы, импульса и энергии — для двумерного стационарного несжимаемого ламинарного естественно-конвективного течения среды с переменными свойствами в присутствии магнитного поля могут быть записаны как

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \tag{5}$$

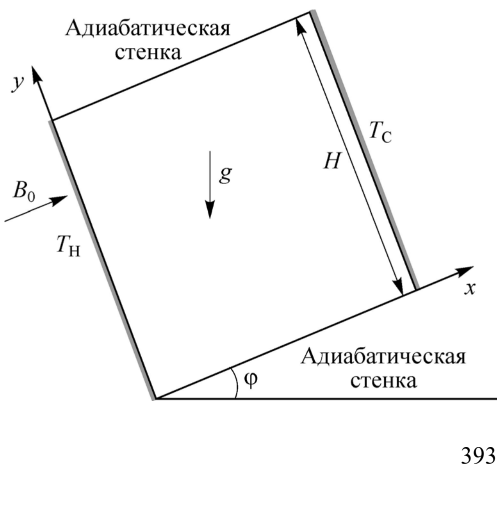

Рис. 1. Геометрия и система координаты в полости.

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)+\rho g\beta(T-T_r)\sin(\varphi), \tag{6}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+\rho g\beta(T-T_r)\cos(\varphi)-\sigma v B_0^2, \tag{7}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial(c_pT)}{\partial x}+v\frac{\partial(c_pT)}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right), \tag{8}$$

здесь u и v — компоненты скорости, p — давление, T — температура, ρ — плотность, g — ускорение свободного падения, μ — вязкость, β — коэффициент теплового расширения, B_0 — величина магнитной индукции поля. Как видно из уравнений (6) и (7), для моделирования свободной конвекции используется приближение Буссинеска. Этим приближением можно пользоваться до тех пор, пока изменения фактической плотности невелики. Другими словами, приближение Буссинеска допустимо, если $\beta(T-T_r)<<1$. Поскольку тепловое расширение расплавленного натрия составляет порядка 10^{-4} [13], то приближение Буссинеска применимо для достаточно малого температурного напора. В уравнениях (7), (8) k — теплопроводность, c_p — удельная теплоемкость, σ — электропроводность; зависимости этих параметров от температуры имеют вид [14]:

$$c_p=1437{,}08-580{,}6\cdot10^{-3}T+462{,}4\cdot10^{-6}T^2,$$

$$\sigma=(13{,}1155-33{,}44\cdot10^{-3}T+29{,}0284\cdot10^{-6}T^2)\cdot10^6,$$

$$k=91{,}752-48{,}688\cdot10^{-3}T-0{,}303\cdot10^{-6}T^2.$$

Эти соотношения справедливы для диапазона температур от 100 до 300 °С. Величины c_p и k непостоянны, и их пространственные производные учитываются в уравнении (8). Также в этом уравнении пренебрегается членом вязкой диссипации, поскольку его величина ничтожна в естественно-конвективных течениях или потоках с ускорениями порядка ускорения свободного падения [15]. Также здесь пренебрегается джоулевой диссипацией, так как джоулев нагрев для жидких металлов или полупроводников на порядок меньше в сравнении с другими членами уравнения энергии [16]. Таким образом, без каких-либо других источниковых членов в уравнении энергии (8) остаются только конвективные и диффузионные слагаемые.

Безразмерные переменные этой задачи определяются следующим образом:

$$X=\frac{x}{H},\quad Y=\frac{y}{H},\quad U=\frac{\rho c_{pr}uH}{k_r},\quad V=\frac{\rho c_{pr}vH}{k_r},\quad P=\frac{\rho c_{pr}^2pH^2}{k_r^2},$$

$$\theta=\frac{T-T_\mathrm{C}}{T_\mathrm{H}-T_\mathrm{C}},\quad \sigma^*=\frac{\sigma}{\sigma_r},\quad k^*=\frac{k}{k_r},\quad c_p^*=\frac{c_p}{c_{pr}}.$$

Кроме того, числа Прандтля, Рэлея и Гартмана определяются соответственно как

$$\mathrm{Pr}=\frac{\mu c_{pr}}{k_r},\quad \mathrm{Ra}=\frac{g\beta c_{pr}\rho^2\mathrm{H}^3\left(T_\mathrm{H}-T_\mathrm{C}\right)}{k_r\mu},\quad \mathrm{Ha}=B_0H\sqrt{\frac{\sigma_r}{\mu}},$$

где σ_r, k_r, и c_{pr} — соответственно электропроводность, теплопроводность и теплоемкость при характерной температуре. Исходя из выбранных выше безразмерных переменных и выбирая в качестве характерной температуру холодной стенки $\left(T_r = T_\text{c}\right)$, приводим уравнения в безразмерном виде:

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0,$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial X}+\mathrm{Pr}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right)+\mathrm{Ra}\,\mathrm{Pr}\,\theta\sin\phi,$$

$$U\frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial Y}+\mathrm{Pr}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right)+\mathrm{Ra}\,\mathrm{Pr}\,\theta\cos\phi-\sigma^*\mathrm{Ha}^2\,\mathrm{Pr}\,V,$$

$$U\frac{\partial\left(c_p^*\theta\right)}{\partial X}+V\frac{\partial\left(c_p^*\theta\right)}{\partial Y}=\frac{\partial}{\partial X}\left(k^*\frac{\partial\theta}{\partial X}\right)+\frac{\partial}{\partial Y}\left(k^*\frac{\partial\theta}{\partial Y}\right).$$

Для оценки полной скорости теплообмена используется число Нуссельта. Локальное и среднее числа Нуссельта определяются следующим образом:

$$\mathrm{Nu}_y=-\left.\frac{\partial\theta}{\partial X}\right|_{X=0},\quad \overline{\mathrm{Nu}}=\int_0^1\mathrm{Nu}_y\,dY.$$

Граничные условия имеют вид

$$U,\ V=0 \text{ на всех стенках } (X=0,\ X=1,\ Y=0,\ Y=1),$$

$$\theta(\theta,\ Y)=1,\ \ \theta(1,\ Y)=0,\ \ \left.\frac{\partial\theta}{\partial Y}\right|_{Y=0}=0,\ \ \left.\frac{\partial\theta}{\partial Y}\right|_{Y=1}=0.$$

Численный метод и тестирование

Определяющие уравнения с граничными условиями решались численно с использованием метода контрольного объема. Для дискретизации конвективных членов использовалась гибридная схема, представляющая собой комбинацию центральной разностной схемы и схемы с разностями против потока. При решении применялась шахматная сетка, в которой компоненты скорости располагались посередине между положениями скалярных переменных. Для связывания поля скорости и давления в уравнениях движения использовался известный алгоритм SIMPLER. Решение полностью согласованных сеточных уравнений было получено итерационно с использованием метода прогонки. На каждой итерации с помощью расчетного температурного поля определялись тепловые и электрические свойства. Был выполнен анализ критериев, необходимых для проверки истинности и обоснованности результатов, полученных в ходе исследования, и установлено, что разработанный код удовлетворяет этим критериям. Значения невязок были проверены для температуры, давления и скорости. Сходимость считалась достигнутой, когда невязки становились меньше 10^{-4}.

Для проверки независимости решения от выбранной сетки проводилось моделирование для количества ячеек в диапазоне от 41×41 до 81×81 при Ra = $7\cdot10^5$ и Ha = 100. Было обнаружено, что использование сетки размером 81×81 ячеек приводит к результату, не зависящему от сетки. В табл. 1 приведены результаты для максимального значения функции потока в поле $\psi_{\max}$ и $\overline{\mathrm{Nu}}$ на горячей стенке. Видно,

Таблица 1

Результаты расчетов для $\psi_{\max}$ и $\overline{\mathrm{Nu}}$ при разных размерах сетки (Ra = 10^5 и Ha = 100)

Размер сетки	$\psi_{\max}$	$\overline{\mathrm{Nu}}$
41×41	7,42	3,306
51×51	7,29	3,227
61×61	7,23	3,179
71×71	7,21	3,172
81×81	7,21	3,171

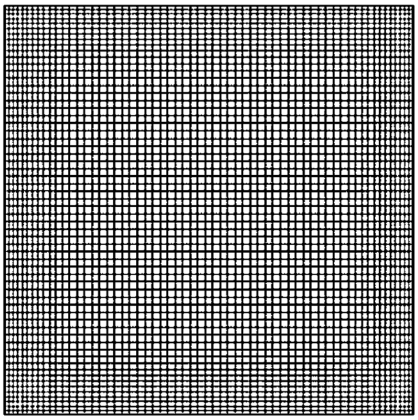

Рис. 2. Сетка внутри рассматриваемой области.

что при изменении сетки с 71×71 до 81×81 ячеек разница в приведенных результатах составляет примерно 0,1 %. В соответствии с проведенным сеточным анализом все далее представленные результаты получены на сетке 81×81 (рис. 2).

В работах [17] и [18] приведены результаты проверки точности численного метода, использованного для решения рассматриваемой задачи, была проведена его валидация путем моделирования МГД-конвективного течения в квадратной полости с горизонтальным градиентом температуры и в присутствии магнитного поля. В табл. 2 значения $\psi_{\max}$, полученные предложенным численным методом, срав-ниваются с результатами исследований [17] при разных числах Гартмана, а в табл. 3 значения $\overline{\mathrm{Nu}}$ на горячей стенке из настоящих расчетов сравниваются с данными работы [18] при разных числах Грасхофа и Гартмана. Как видно из табл. 2 и 3, результаты разработанного кода хорошо согласуются с данными, представленными в более ранних исследованиях.

Результаты и обсуждение

На рис. 3 и 4 представлены полученные с помощью уже протестированного разработанного кода линии тока и изотермы для различных углов наклона при Ra = $8\cdot10^6$ и Ha = 100. Как видно из рис. 3, градиент температуры у горячих и холодных стенок является высоким и не зависит от угла наклона, а изотермы искривлены за исключением случая при $\varphi = 0°$, где поле температуры стратифицировано.

При более внимательном взгляде на изотермы можно видеть, что при всех углах наклона изотермы, находящиеся в середине области, располагаются горизонтально из-за эффектов гравитации при естественной конвекции. Но изотермы, находящиеся вблизи горячих и холодных стенок, располагаются параллельно этим стенкам из-за высокого градиента температур в этой области. Таким образом, различие между направлениями изотерм в середине области и в пристеночной области может объяснить кривизну, наблюдаемую на рис. 3 при $\varphi > 0°$.

Таблица 2

Сравнения значений $\psi_{\max}$, полученных в настоящих расчетах, с данными работы [17] (Ra = $7\cdot10^5$)

Число Ha	$\psi_{\max}$	
	Результаты настоящей работы	Результаты работы [17]
0	21,9	21,89
20	19,4	19,3
40	15	14,91
60	11,6	11,59
80	9,13	9,08
100	7,21	7,24

Таблица 3

Сравнение значений $\overline{\mathrm{Nu}}$ на горячей стенке, полученных в настоящей работе, с данными работы [18]

Число Gr	Число Ha	$\overline{\mathrm{Nu}}$	
		Результаты настоящей работы	Результаты работы [18]
$2\cdot10^4$	0	2,5311	2,5296
	10	2,2389	2,2378
$2\cdot10^5$	0	5,0804	5,0587
	10	4,9723	4,9780

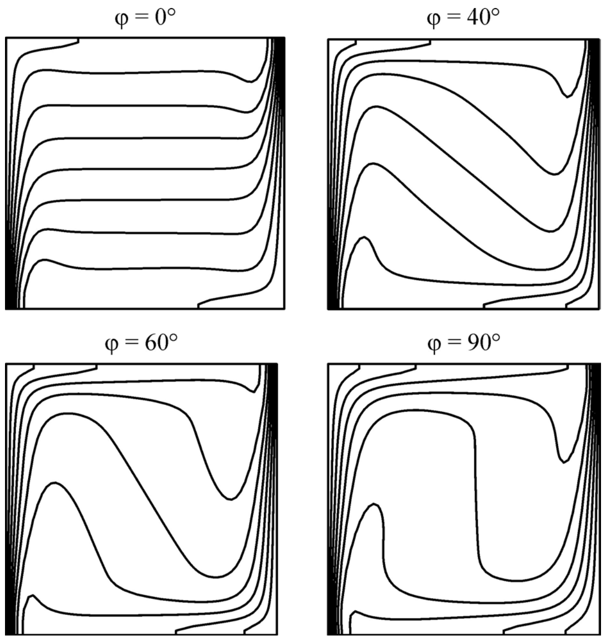

Рис. 3. Изотермы для разных углов наклона при Ra = $8 \cdot 10^6$ и Ha = 100.

Как показано на рис. 4, при $\varphi = 0°$ линии тока занимают меньшую область по сравнению с другими тремя углами. Кроме того, максимальное абсолютное значение функции тока равно 27,15 $\left(\varphi = 90^\circ\right)$. Это наибольшее значение функции тока в представленных результатах. Следует отметить, что при $\varphi = 90^\circ$ горячая стенка расположена

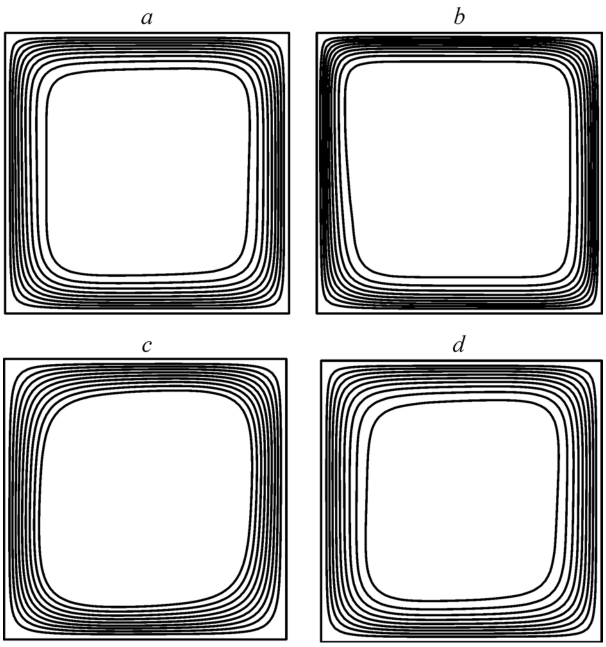

Рис. 4. Линии тока для разных углов наклона при Ra = $8 \cdot 10^6$ и Ha = 100.
a: $\varphi = 0°$, $|\psi|_{\max} = 12{,}23$; *b*: $\varphi = 40°$, $|\psi|_{\max} = 21{,}30$; *c*: $\varphi = 60°$, $|\psi|_{\max} = 24{,}54$; *d*: $\varphi = 90°$, $|\psi|_{\max} = 27{,}15$.

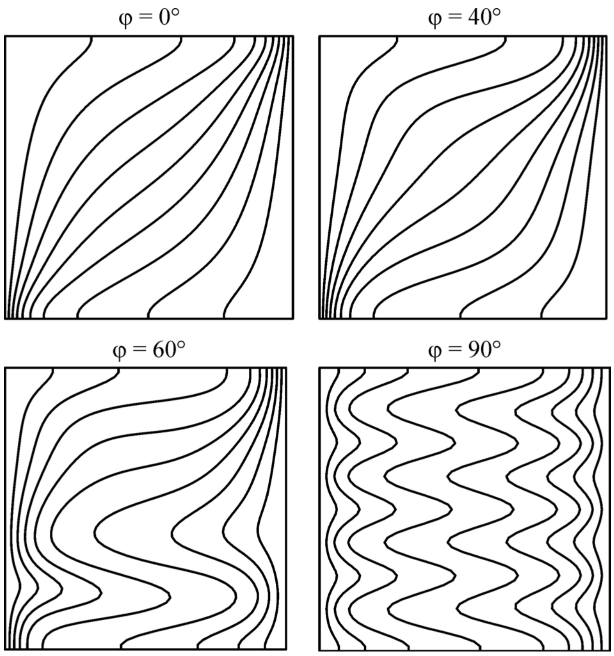

Рис. 5. Изотермы для разных углов наклона при $Ra = 8 \cdot 10^6$ и $Ha = 600$.

горизонтально и находится снизу, в то время как холодная стенка расположена на расстоянии H над горячей стенкой. По всей видимости, такая конфигурация приводит к усилению естественно-конвективного течения и увеличению $|\psi|_{max}$.

На рис. 5 и 6 представлены линии тока и изотермы для различных углов наклона при $Ra = 8 \cdot 10^6$ и $Ha = 600$. Как показано на рис. 5, градиент температуры около изотер-

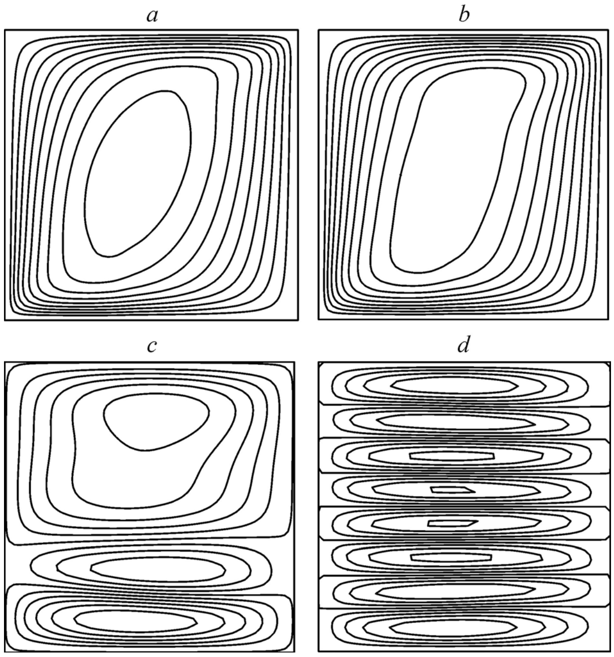

Рис. 6. Картины течения для разных углов наклона при $Ra = 8 \cdot 10$ и $Ha = 600$.
a: $\varphi = 0°$, $|\psi|_{max} = 2{,}06$; *b*: $\varphi = 40°$, $|\psi|_{max} = 4{,}04$; *c*: $\varphi = 60°$, $|\psi|_{max} = 4{,}65$; *d*: $\varphi = 90°$, $|\psi|_{max} = 3{,}74$.

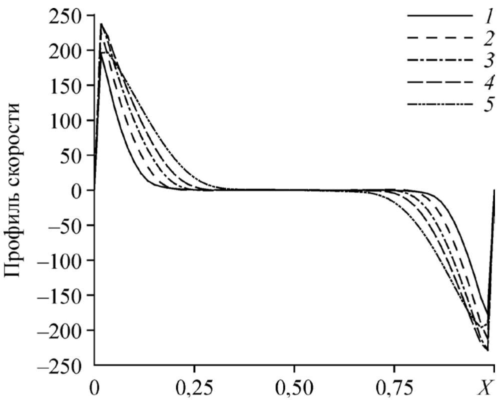

Рис. 7. Безразмерные профили скорости в среднем сечении полости для разных значений φ при На = 100. φ = 0° (*1*), 20° (*2*), 40° (*3*), 60° (*4*), 90° (*5*).

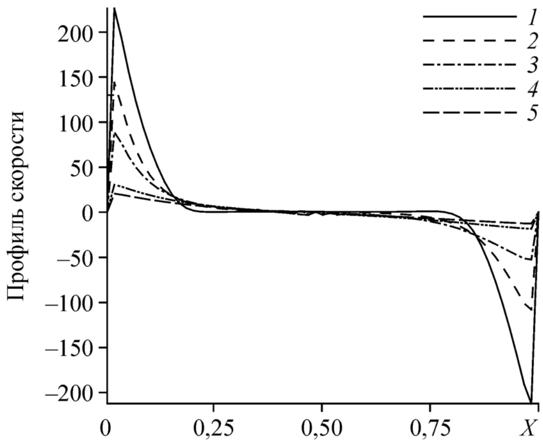

Рис. 8. Безразмерные профили скорости в среднем сечении полости для разных значений На при φ = 20°.

мических стенок высок при любом угле наклона, который подобен наблюдаемому на рис. 3. Изотермы на рис. 5 почти идентичны при углах наклона 0° или 40°. Это свидетельствует о том, что при больших числах Гартмана влияние силы Лоренца становится настолько значимым, что изменение угла наклона от 0° до 40° мало влияет на изотермы.

Вопреки предыдущему случаю, при $\varphi = 60^\circ$ и $\varphi = 90^\circ$ контуры температур становятся волнообразными. Это происходит из-за изменения формы линий тока (рис. 6). Как показано на рисунке, для $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 40^\circ$ линии тока отражают формирование только одного вихря. Однако при $\varphi = 60^\circ$ имеется три вихря. Кроме того, при $\varphi = 90^\circ$ наблюдается несколько вихрей, закрученных в разных направлениях. Это связано с взаимодействием сил плавучести и Лоренца в потоке. Сравнение рис. 5 и 6 показывает, что волнообразная форма изотерм при $\varphi = 60^\circ$ и $\varphi = 90^\circ$ соответствуют числу вихрей, появляющихся внутри полости.

На рис. 7 показаны профили скоростей в среднем сечении для различных значений φ при На = 100. По мере увеличения φ максимальная скорость увеличивается, а область нулевой скорости уменьшается. Как и в описании к рис. 4, этот эффект объясняется тем, что увеличение угла наклона интенсифицирует естественно-конвективное течение. Видно, что максимальная скорость соответствует $\varphi = 90^\circ$, поскольку $|\psi|_{\max}$ в этом случае максимальна — 27,15.

Рис. 8 демонстрирует профили скорости в средних сечениях полости при $\varphi = 20^\circ$ и различных значениях числа Гартмана. Приложение магнитного поля приводит к силе, действующей против течения и тормозящей его (т.е. уменьшает вертикальную скорость на центральной линии). По мере увеличения магнитного поля (т.е. увеличения На) вертикальная составляющая скорости уменьшается и приближается к нулю при На = 600.

На рис. 9 показано, что для всех углов наклона число Нуссельта приближается к единице при увеличении числа Гартмана. Это происходит вследствие того, что магнитное поле порождает силу, действующую против течения и тормозящую его, при этом скорость движения жидкости уменьшается (что видно по результатам, представленным в табл. 2). Уменьшение скорости жидкости приводит к уменьшению влияния адвекции.

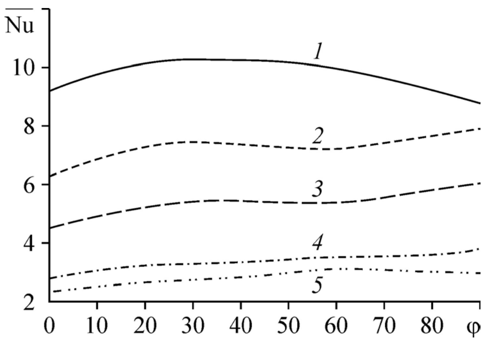

Рис. 9. Среднее число Нуссельта для различных чисел Гартмана в зависимости от угла наклона полости. На = 100 (*1*), 200 (*2*), 300 (*3*), 500 (*4*), 600 (*5*).

Другими словами, жидкость действует как твердое тело, и перенос тепла теплопроводностью становится доминантным режимом передачи тепла.

Заключение

В настоящем исследовании получены следующие результаты.

1. Температурный градиент вблизи горячих и холодных стенок имеет высокое значение независимо от угла наклона. При На = 100 изотермы заметно искривляются с углом наклона больше нуля, а при На = 600 изотермы почти идентичны при угле наклона, изменяющемся в диапазоне от 0° до 40°. В последнем случае при $\varphi = 60^\circ$ и $\varphi = 90^\circ$ температурные контуры становятся волнообразными.

2. При На = 100 в поле течения образуется только один вихрь, а градиенты скорости наблюдаются в пристенной области. При На = 600 и $\varphi = 60^o$ появляются три противоположно направленных вихря, а при $\varphi = 90^\circ$ возникает несколько вихрей. Это связано с сочетанием сил плавучести и Лоренца.

3. Максимальная скорость наблюдается при $\varphi = 90^\text{o}$, так как при этом $|\psi|_{\max}$ имеет максимальное значение — 27,15, что является наибольшим значением функции тока при заданных условиях. По мере увеличения интенсивности магнитного поля (т.е. увеличении На) вертикальная составляющая скорости уменьшается и приближается к нулю при На = 600.

4. Для всех углов наклона число Нуссельта приближается к единице при увеличении числа Гартмана. Большое число Гартмана уменьшает эффект адвекции, следовательно, кондуктивный теплоперенос становится доминирующим режимом.

Обозначения

B_0 — величина магнитной индукции поля,
g — ускорение свободного падения,
H — высота полости,
На — число Гартмана,
P — давление,
k — теплопроводность,
T — температура,
u, v — компоненты скорости,
β — коэффициент теплового расширения,
α — температуропроводность,
μ — динамическая вязкость,
ρ — плотность,
σ — электропроводность,
θ — безразмерная температура,
φ — угол наклона.

Список литературы

1. **Garandet J.P., Alboussiere T., Moreau R.** Buoyancy driven convection in a rectangular enclosure with a transverse magnetic field // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1992. Vol. 35, No. 4. P. 741–748.
2. **Rudraiah N., Barron R.M., Venkatachalappa M., Subbaraya C.K.** Effect of a magnetic field on free convection in a rectangular enclosure // Int. J. Engng Sci. 1995. Vol. 33, No. 8. P. 1075–1084.
3. **Al-Najem N.M., Khanafer K.M., El-Refaee M.M.** Numerical study of laminar natural convection in tilted enclosure with transverse magnetic field // Int. J. Num. Meth. for Heat and Fluid Flow. 1998. Vol. 8, No. 6. P. 651–672.

4. **Pirmohammadi M., Ghassemi M.** Numerical study of magneto-convection in a partitioned enclosure // IEEE Transactions on Magnetics. 2009. Vol. 45, No. 6. P. 2671–2674.
5. **Pirmohammadi M., Ghassemi M., Keshtkar A.** Numerical study of hydromagnetic convection of an electrically conductive fluid with variable properties inside an enclosure // IEEE Transactions on Plasma Sci. 2011. Vol. 39, No. 1. P. 516–520.
6. **Kherief M.N., Talbi K., Berrahil F**. Effects of inclination and magnetic field on natural convection flow induced by a vertical temperature // J. Applied Fluid Mechanics. 2012. Vol. 5, No. 1. P. 113–120.
7. **Бондарева Н.С., Шеремет М.А.** Влияние однородного магнитного поля на ламинарные режимы естественной конвекции в замкнутом объеме // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22, № 2. С. 213–226.
8. **Mojumder S., Rabbi K.M., Saha S., Hasan M.N., Saha S.C.** Magnetic field effect on natural convection and entropy generation in a half-moon shaped cavity with semi-circular bottom heater having different ferrofluid inside // J. Magnetism and Magnetic Materials. 2016. Vol. 407. P. 412–424.
9. **Bondareva N.S., Sheremet M.A., Pop I.** Magnetic field effect on the unsteady natural convection in a right-angle trapezoidal cavity filled with a nanofluid: buongiorno's mathematical model // Int. J. Num. Meth. for Heat and Fluid Flow. 2015. Vol. 25, No. 8. P. 1924–1946.
10. **Gangawane K.M., Bharti R.P., Kumar S.** Lattice Boltzmann analysis of natural convection in a partially heated open ended enclosure for different fluids // J. Taiwan Institute of Chemical Engineers. 2015. Vol. 49, P. 27–39.
11. **Matt C.F.T., Quaresma J.N.N., Cotta R.M.** Analysis of magnetohydrodynamic natural convection in closed cavities through integral transforms // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2017. Vol. 113. P. 502–513.
12. **Sheikholeslami M., Vajravelu K.** Nanofluid flow and heat transfer in a cavity with variable magnetic field // Applied Mathematics and Computation. 2017. Vol. 298. P. 272–282.
13. **Fink J.K., Leibowitz L.** Thermodynamic and transport properties of sodium liquid and vapor // Argonne National Lab., IL. 1995.
14. **Müller U., Bühler L.** Magnetofluiddynamics in channels and containers. Springer Science & Business Media, 2013. 210 p.
15. **Gelfgat A.Y., Bar-Yoseph P.Z.** The effect of an external magnetic field on oscillatory instability of convective flows in a rectangular cavity // Physics of Fluids. 2001. Vol. 13, No. 8. P. 2269–2278.
16. **Gebhart B., Pera L.** The nature of vertical natural convection flows resulting from the combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion // Int. J. Heat and Mass Transfer. 1971. Vol. 14, No. 12. P. 2025–2050.
17. **Sarris I.E., Zikos G.K., Grecos A.P., Vlachos N.S.** On the limits of validity of the low magnetic Reynolds number approximation in MHD natural-convection heat transfer // Numerical Heat Transfer. Part B: Fundamentals. 2006. Vol. 50, No. 2. P. 157–180.
18. **Mamourian M., Shirvan K.M., Pop I.** Sensitivity analysis for MHD effects and inclination angles on natural convection heat transfer and entropy generation of Al 2 O 3-water nanofluid in square cavity by response surface methodology // Int. Comm. in Heat and Mass Transfer. 2016. Vol. 79. P. 46–57.

Статья поступила в редакцию 3 мая 2018 г.,
после доработки — 31 июля 2018 г.,
принята к публикации — 1 августа 2018 г.,
после дополнительной доработки — 21 апреля 2020 г.