РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ РАЗРАБОТКИ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

2019 № 4

РУДНИЧНАЯ АЭРОГАЗОДИНАМИКА

УДК 622.4

УСТОЙЧИВОСТЬ КОНВЕКТИВНОГО ПРОВЕТРИВАНИЯ РУДНИКА ПОСЛЕ ОТКЛЮЧЕНИЯ ВЕНТИЛЯТОРА

Б. П. Казаков, А. В. Шалимов

Горный институт УрО РАН (филиал ПФИЦ УрО РАН),
E-mail: shalimovav@mail.ru, *ул. Сибирская, 78а, 614007, г. Пермь, Россия*

Представлены результаты исследований устойчивости конвективного движения воздуха в шахтных стволах после отключения источника тяги. На основе численного моделирования установлено, что проветривание рудника естественной тягой нарушается путем образования протяженных по глубине ствола воздушных вихрей. В приближении плоскопараллельного ламинарного течения несжимаемой среды с вертикальным градиентом температуры в поле силы тяжести определены поперечные профили скорости движения и температуры воздуха. Проведены аналитические вычисления устойчивости найденного течения к плоским длинноволновым возмущениям, в результате которых получено значение критического параметра Рэлея. Смоделирована поправка к коэффициенту объемного расширения воздуха, позволяющая учесть гидростатическую сжимаемость воздуха. Рассчитана зависимость критического значения вертикального градиента температуры воздуха в стволе, превышение которого ведет к образованию конвективных вихрей и нарушению сквозного проветривания.

Рудник, ствол, естественная тяга, конвекция, депрессия, теплообмен, устойчивость, объемное расширение, гидростатическое сжатие

DOI: 10.15372/FTPRPI20190413

Направление и интенсивность движения воздуха по горным выработкам определяется по совокупному действию всех источников тяги, в том числе естественной. В штатных режимах проветривания действие ее невелико, составляет порядка 1 % общей депрессии для рудников, устья стволов которых имеют одинаковые высотные отметки над уровнем моря, и фигурирует в качестве поправок в вентиляционных расчетах. В случае возникновения пожара одной из возможных мер, принимаемых для ликвидации возгорания и недопущения распространения по выработкам продуктов горения, является остановка вентилятора, после чего естественная тяга остается единственным источником поступления воздуха в рудник [1–3].

Выполнить проветривание рудника в подобной ситуации с помощью стандартных вентиляционных расчетов невозможно ввиду неоднозначности решений, реализуемость которых зависит от суммы всех условий. Например, летом, когда наружный воздух более теплый и менее плотный, чем рудничный, можно с уверенностью сказать, что проветривания не будет. Зимой имеется три сценария движения воздуха — прямой, нулевой и обратный, а интенсивность проветривания зависит от величины естественной тяги, которая обусловлена скоростью движения воздуха, влияющей на теплообменные процессы между воздухом и породным массивом. Неопределенность усугубляется наличием нескольких вентиляционных горизонтов, инициирующих появление тепловой межгоризонтной рециркуляции, зафиксированной на руднике РУ-3 ОАО “Беларуськалий” во время отключения главной вентиляторной установки (ГВУ) [4]. В результате разных значений перепадов плотностей воздуха в верхней и нижней частях стволов проветривание верхнего горизонта не только прекращается, но и происходит опрокидывание воздушной струи.

Проблема неопределенности требует решения, так как необходимо составить план ликвидации аварий с прогнозом движения воздушных потоков после отключения источника тяги. Модельный эксперимент в программной среде SolidWorks [5] показал, что в стволе образуются протяженные конвективные вихри, способствующие быстрому нагреву воздуха за счет перемешивания и уменьшению естественной тяги в руднике и интенсивности его проветривания. Кроме того, влагообменные процессы, изменяющие влагосодержание и плотность воздуха, оказывают на нее дополнительное влияние [6]. При уменьшении аэродинамического сопротивления рудника, а также при увеличении температуры наружного воздуха вихревая структура теряет силу и разрушается, давая путь сквозному проветриванию. Такой сценарий движения воздуха означает, что неопределенность может быть снята только путем решения задачи устойчивости конвективного движения воздуха с получением оценочного критерия устойчивости.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Изучение литературы по данной тематике [7 – 14] показало, что работы, посвященные исследованию конвективной устойчивости, рассматривают исключительно ламинарные течения жидкости лабораторных масштабов. Пришлось обратиться за помощью к теории устойчивости конвективных течений жидкости и попытаться адаптировать ее к условиям рудничной вентиляции [15].

Для получения аналитического решения исследовался профиль скорости движения воздуха в поле силы тяжести $(\vec{g})_z < 0$, с заданными средней по сечению скоростью $\bar{v}_0 < 0$ и продольным градиентом средней по сечению температуры $(\nabla \bar{T}_0)_z < 0$ в вертикальном плоском слое (ось z направлена вверх, ось x — вправо) толщиной $2h$ (рис. 1). В качестве единицы измерения расстояния принята полуширина слоя h, а единицы измерения скорости — средняя скорость $|\bar{v}_0|$.

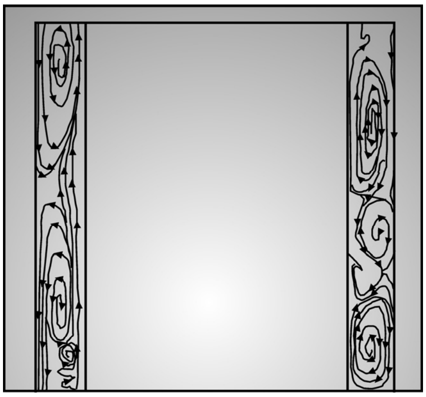

Рис. 1. Структура конвективных вихрей в стволах при проветривании рудника естественной тягой

ПРОФИЛЬ ОСНОВНОГО ТЕЧЕНИЯ

В приближении ламинарного течения несжимаемой жидкости с линейным законом изменения плотности ρ от температуры T

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta T) \tag{1}$$

система уравнений движения и теплопроводности в размерной форме имеет вид

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} = -\frac{1}{\rho_0}\nabla p + \eta\Delta\vec{v} + \vec{g}(1-\beta T),$$
$$div(\vec{v}) = 0, \qquad (2)$$
$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}\nabla T = \chi\Delta T,$$

где ρ_0 — плотность жидкости при 0 °C, кг/м^3; β — коэффициент объемного расширения воздуха, 1/°C; t — время, с; $\vec{v}$, p и T — скорость (м/с), давление (Па) и температура (°C) жидкости как функции координат x, z и времени t; η и χ — кинематическая вязкость и температуропроводность жидкости, м^2/с.

По соображениям симметрии стационарное решение $(\vec{v}_0, T_0)$ системы уравнений (2) запишется следующим образом:

$$\vec{v}_0(x, z) = (0, v_0(x)),$$
$$T_0(x, z) = \nabla\overline{T}_0 z + \tau_0(x) \qquad (3)$$

и после подстановки (3) в (2) из нее исключается уравнение непрерывности, выполняющееся тождественно:

$$\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P_0(x, z)}{\partial x} = 0,$$
$$\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P_0(x, z)}{\partial z} = \eta\frac{d^2 v_0(x)}{dx^2} - g(1-\beta(\nabla\overline{T}_0 z + \tau_0(x))), \qquad (4)$$
$$v_0(x)\nabla\overline{T}_0 = \chi\frac{d^2\tau_0(x)}{dx^2},$$

$g = |\vec{g}| = 9.8$ — ускорение свободного падения м/с^2; $v_0(x)$, $\tau_0(x)$ — вертикальная компонента скорости (м/с) и температура (°C), жидкости как функции поперечной координаты x. Давление исключается из системы (4) интегрированием второго уравнения по z и подстановкой $P_0(x, z)$ в первое:

$$\eta\frac{d^3 v_0(x)}{dx^3}{}_0 + g\beta\frac{d\tau_0(x)}{dx} = 0,$$
$$\frac{d^2\tau_0(x)}{dx^2} = \frac{v_0(x)\nabla\overline{T}_0}{\chi}. \qquad (5)$$

Далее из (5) исключается температура дифференцированием первого уравнения по x и подстановкой в него $d^2\tau_0(x)/dx^2$ из второго с учетом увеличения температуры с глубиной $(\nabla\overline{T}_0)_z < 0$:

$$\frac{d^4 v_0(x)}{dx^4} - \frac{g\beta|\nabla\overline{T}_0|}{\eta\chi}v_0(x) = 0$$

или в безразмерной форме $([x] = h,\ [v_0] = |\overline{v}_0|)$:

$$\frac{d^4 v_0(x)}{dx^4} - \mathrm{Ra}v_0(x) = 0 \qquad (6)$$

с образованием безразмерного параметра задачи — числа Рэлея:

$$\mathrm{Ra} = \frac{g\beta\left|\nabla \overline{T}_0\right| h^4}{\eta\chi} > 0\,. \tag{7}$$

Общее решение дифференциального уравнения 4-го порядка (6) имеет вид

$$v_0(x) = C_1 e^{\xi x} + C_2 e^{-\xi x} + C_3 e^{i\xi x} + C_4 e^{-i\xi x}\,, \tag{8}$$

где $\xi = \sqrt[4]{\mathrm{Ra}}$, а коэффициенты C_1, C_2, C_3 и C_4 определяются из условий симметрии задачи, граничных условий и заданной средней по сечению скорости $\left|\overline{v}_0\right|$:

$$v_0(x) = v_0(-x),$$
$$v_0(1) = v_0(-1) = 0,$$
$$\int\limits_{-1}^{1} v_0(x)dx = 2.$$

После нахождения этих коэффициентов решение (8) представляется комбинацией тригонометрических и гиперболических функций:

$$v_0(x) = \xi\,\frac{\dfrac{\cos(\xi x)}{\cos(\xi)} - \dfrac{\mathrm{ch}(\xi x)}{\mathrm{ch}(\xi)}}{\mathrm{tg}(\xi) - \mathrm{th}(\xi)}\,.$$

Чем выше температурный градиент, тем больше Ra и ξ и тем больше кривизна профиля, вызванная конвективной подъемной силой, при которой пристеночные нагретые слои воздуха поднимаются вверх, а менее нагретые по центру опускаются вниз (рис. 2). Аналогичным образом могут быть найдены функции распределения температуры воздуха $\tau_0(x)$ из (5) и поля давления $P_0(x, z)$ из (4). В предположении изотермических границ $\tau_0(\pm 1) = 0$ профиль температуры воздуха (3) в безразмерной форме ($[x, z] = h$, $[T_0] = \left|\nabla \overline{T}_0\right| h$) запишет в форме

$$T_0(x, z) = z + \tau_0(x) = z + \frac{\mathrm{Re}}{\mathrm{Gr}}\xi^3\,\frac{\dfrac{\cos(\xi x) - 1}{\cos\xi} + \dfrac{\mathrm{ch}(\xi x) - 1}{\mathrm{ch}\xi}}{\mathrm{tg}(\xi) - \mathrm{th}(\xi)}\,,$$

где $\mathrm{Re} = (\left|\overline{v}_0\right| h)/\eta$ и $\mathrm{Gr} = (g\beta\left|\nabla \overline{T}_0\right| h^4)/\eta^2$ — безразмерные комплексы Рейнольдса и Грасгофа.

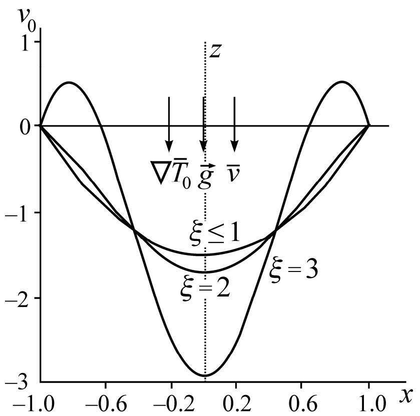

Рис. 2. Профили движения скорости воздуха в плоском вертикальном слое под действием вертикального градиента температуры

УСТОЙЧИВОСТЬ ОСНОВНОГО ТЕЧЕНИЯ К МАЛЫМ ВОЗМУЩЕНИЯМ

Первая попытка определения критического параметра устойчивости проветривания рудника естественной тягой заключалась в перенесении результатов решения задачи устойчивости конвективного ламинарного течения жидкости лабораторных масштабов на крупномасштабное движение воздуха в стволах в приближении модели турбулентности нулевого порядка [16]. Система уравнений движения воздуха (2) в безразмерных переменных с единицами измерения $[x, z] = h$, м; $[t] = h / |\bar{v}_0|$, с; $[v] = |v_0|$, м/с; $[T_0] = |\nabla \bar{T}_0| h$, °С; $[p] = \rho_0 \bar{v}_0^2$, Па имеет вид:

$$\left.\begin{array}{c} \dfrac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} = -\nabla p + \dfrac{\Delta \vec{v}}{\mathrm{Re}_t} + \left(\dfrac{gh}{\bar{v}_0^2} - \dfrac{Gr_t}{\mathrm{Re}_t^2} T\right)\dfrac{\vec{g}}{g} \\ div(\vec{v}) = 0 \\ \dfrac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}\nabla T = \dfrac{\Delta T}{\mathrm{Pr}_t \, \mathrm{Re}_t} \end{array}\right| \begin{array}{l} \mathrm{Pr}_t = \dfrac{\eta_t}{\chi_t}, \\ \mathrm{Re}_t = \dfrac{|\bar{v}_0| h}{\eta_t}, \\ \mathrm{Gr}_t = \dfrac{g\beta |\nabla \bar{T}_0| h^4}{\eta_t^2}, \end{array} \tag{9}$$

Pr_t, Re_t, Gr_t — турбулентные числа Прандтля, Рейнольдса и Грасгофа; x и z — горизонтальная и вертикальная координаты; t — время, безр.; h — полуширина слоя, м; $\bar{v}_0$ — средняя скорость движения воздуха, м/с; T — температура воздуха, безр.; p — давление, безр.; $\nabla \bar{T}_0$ — вертикальный градиент температуры, °С/м; ρ_0 — средняя плотность воздуха, кг/м^3; g — ускорение свободного падения по модулю, м/с^2; v — скорость движения воздуха; β — коэффициент объемного расширения воздуха, 1/°С; η_t и χ_t — коэффициенты турбулентной вязкости и температуропроводности, м^2/с.

На основное движение накладываются малые плоские (x, z) возмущения скорости, температуры и давления: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}\,'$, $T = T_0 + T'$, $p = p_0 + p'$, после чего система уравнений линеаризуется по малым возмущениям. В первом уравнении (9) применяется дифференциальная операция rot для исключения давления ($\mathrm{rot}\nabla p = 0$) и вводится функция тока ψ для уменьшения количества уравнений:

$$\left.\begin{array}{c} \dfrac{\partial}{\partial t}\Delta\psi + \left[v_0 \dfrac{\partial}{\partial z}\Delta\psi - \dfrac{d^2 v_0}{dx^2}\dfrac{\partial \psi}{\partial z}\right] = \dfrac{1}{\mathrm{Re}_t}\Delta\Delta\psi + \dfrac{Gr_t}{\mathrm{Re}_t^2}\dfrac{\partial T'}{\partial x} \\ \dfrac{\partial T'}{\partial t} + v_0 \dfrac{\partial T'}{\partial z} + \dfrac{\partial T_0}{\partial x}\dfrac{\partial \psi}{\partial z} - \dfrac{\partial \psi}{\partial x} = \dfrac{\Delta T'}{\mathrm{Pr}_t \, \mathrm{Re}_t} \end{array}\right| \begin{array}{l} v_x = \dfrac{\partial \psi}{\partial z}, \\ v_z = -\dfrac{\partial \psi}{\partial x}. \end{array}$$

Далее возмущения представляются в виде суперпозиции плоских нормальных возмущений $\psi(x, z) = \varphi(x) e^{-\lambda t + ikz}$, $T'(x, z) = \theta(x) e^{-\lambda t + ikz}$, тип которых соответствует геометрии вихрей, разрушающих прямолинейное движение воздуха (штрихи означают дифференцирование по x):

$$-\lambda(\phi'' - k^2\phi) + v_0 ik(\phi'' - k^2\phi) - v_0'' ik\phi = \frac{1}{\mathrm{Re}_t}(\phi^{IV} - 2k^2\phi'' + k^4\phi) + \frac{Gr_t}{\mathrm{Re}_t^2}\theta' -$$

$$-\lambda\theta + v_0 ik\theta + \tau_0' ik\phi - \phi' = \frac{1}{\mathrm{Pr}_t \, \mathrm{Re}_t}(\theta'' - k^2\theta).$$

Так как при численном моделировании наблюдается образование крупномасштабных протяженных стационарных вихрей, интерес представляет граница неустойчивости проветривания к возмущениям длинноволновой монотонной моды ($k = 0$ и $\lambda = 0$)

$$\varphi^{V} - Ra_t \varphi' = 0, \quad (10)$$

здесь по аналогии с (7) введено турбулентное число Рэлея

$$\mathrm{Ra}_t = \mathrm{Gr}_t \, \mathrm{Pr}_t = \frac{g\beta A h^4}{\eta_t \chi_t}. \quad (11)$$

Отсутствие профилей v_0, τ_0 в (10) означает, что данная мода неустойчивости имеет исключительно конвективную природу, не связанную со сдвиговым трением и локальными поперечными неоднородностями температуры. Решение дифференциального уравнения (10) на собственные значения дает критическое число Рэлея

$$\mathrm{Ra}_t^{(cr)} = \pi^4 \approx 100, \quad (12)$$

превышение которого в стволе означает начало развития внутристволовой конвекции.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

При подстановке в (11), (12) характерных значений физических параметров $\eta_e = 0.05$ м^2/с, $\chi_e = 0.08$ м^2/с, $\beta = 3.7 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $h = 5$ м получается, что потеря устойчивости происходит при перепаде температуры воздуха порядка 2 °С на 100 м по глубине, что является заниженным результатом по причине неучета сжимаемости воздуха силами давления. В отличие от малых лабораторных масштабов, значительное влияние на исследуемый конвективный процесс оказывают следующие два термодинамических механизма: воздух сжимается под действием собственного веса, что увеличивает его плотность с глубиной, и оказывает стабилизирующее действие на устойчивость к восходящим конвективным потокам; воздух разогревается в результате сжатия [17].

С учетом данных процессов и теплообмена с крепью в программном комплексе “АэроСеть” в рамках одномерной модели смоделированы изменения плотности воздуха с начальной температурой 2 °С по глубине ствола при различных скоростях его движения. Отмечено, что при скорости более 0.17 м/с тепловое расширение воздуха в результате теплообмена оказывается меньше его гидростатического сжатия и плотность воздуха с глубиной растет, а значит, такое проветривание является устойчивым. При меньших скоростях отрицательная вертикальная стратификация плотности возникает, например, для скорости 0.05 м/с до глубины 400 м, что означает возможность неустойчивости. С глубиной интенсивность теплообмена уменьшается и расширение сменяется сжатием (рис. 3).

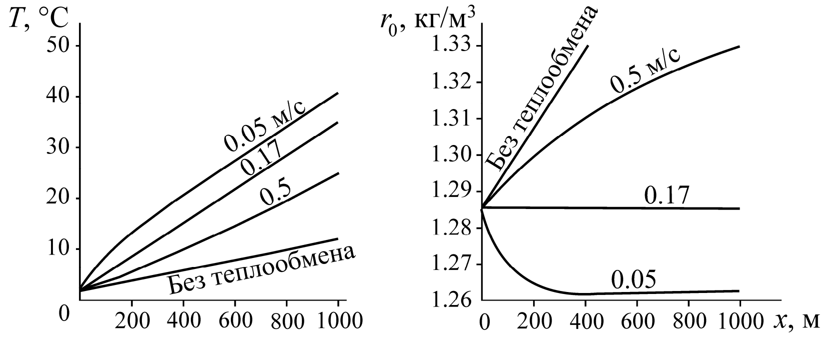

Рис. 3. Расчетные значения температуры (*а*) и плотности воздуха (*б*) по глубине воздухоподающего ствола в зависимости от скорости движения воздуха (начальная температура воздуха + 2 °С, среднегодовая температура местности + 10 °С, геотермическая ступень 30 м)

УЧЕТ ГИДРОСТАТИЧЕСКОЙ СЖИМАЕМОСТИ ВОЗДУХА

Учесть сжимаемость воздуха можно введением отрицательной стабилизирующей поправки к коэффициенту объемного расширения в (1). В приближении лабораторной конвекции плотность воздуха зависит только от температуры, а в масштабах шахтного ствола воздух сжимается еще под действием собственного веса. То есть с глубиной плотность воздуха не только уменьшается в результате нагрева от теплового контакта с крепью ствола, но и увеличивается в результате возрастающего давления. Для второго процесса следует учесть, что при сжатии воздуха происходит его гидростатический разогрев, вклад которого содержится в заданном значении градиента $\nabla\overline{T}_0$. Поправку на сжатие корректно моделировать в адиабатическом приближении

$$\Delta\rho = \frac{\rho_0}{\gamma P_0}\Delta P\,, \tag{13}$$

где $\Delta\rho = \rho - \rho_0$ — изменение плотности воздуха (кг/м^3) под действием перепада давлений $\Delta P = P - P_0$, Па; $\gamma = 1.4$ — показатель адиабаты; ρ_0, P_0 — характерные значения плотности и давления воздуха при 0 °С на поверхности ($z = 0$).

Перепад давлений ΔP связан с перепадом температур ΔT на глубине $H = \Delta T / \left|\nabla\overline{T}_0\right|$ гидростатической зависимостью

$$\Delta P = \rho_0 g\frac{\Delta T}{\left|\nabla\overline{T}_0\right|}\,. \tag{14}$$

Подстановка (14) в (13), использование уравнения состояния идеального газа $\rho_0 / P_0 = \mu / R(273 + \overline{T})$ и сравнение с (1) дает скорректированное выражение для коэффициента объемного расширения воздуха, позволяющее учесть гидростатическое сжатие воздуха:

$$\beta \to \beta - \frac{g\mu}{\gamma R\left|\nabla\overline{T}_0\right|(273 + \overline{T})}\,, \tag{15}$$

$\mu = 0.029$ — молярная масса воздуха, кг/моль; $R = 8.31$ — универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К), $\overline{T} = 0$ — характерное значение температуры воздуха, °С. При этом способ определения критического значения числа Рэлея остается прежним (12), а результирующая зависимость с учетом (11) и (15) принимает вид, из которого вычисляется критический температурный градиент, инициирующий конвективную неустойчивость:

$$\left|\nabla\overline{T}_0\right|_{cr} = \frac{\pi^4\eta_t\chi_t}{g\beta h^4} + \frac{g\mu}{\gamma\beta R(273 + \overline{T})}\,. \tag{16}$$

При подстановке в (16) характерных значений параметров задачи скорректированное значение $\left|\nabla\overline{T}_0\right|_{cr}$ составляет приблизительно 4° на 100 м. Учитывая, что геотермический градиент для разных местностей находится в пределах от 1 до 10° на 100 м, а разогрев воздуха в результате сжатия под действием собственного веса равен менее 1° на 100 м, можно заключить, что неустойчивость возникает лишь в том случае, когда температура наружного воздуха значительно ниже среднегодовой температуры местности, определяющей температуру приповерхностного слоя породного массива.

ВЫВОДЫ

Результаты исследований поступления воздуха в рудник во время аварии, связанной с отключением источника тяги, показали, что проветривание рудника естественной тягой в холодное время года после отключения вентилятора зависит от устойчивости движения воздуха в верхней части ствола.

Для анализа устойчивости движения воздуха применима теория устойчивости конвективных течений лабораторных масштабов к длинноволновым возмущениям с поправками на гидростатическую сжимаемость воздуха. Безразмерным показателем устойчивости является критическое турбулентное число Рэлея. Оно определяет максимальное значение вертикального градиента температуры воздуха, приводящее к образованию крупномасштабных вихрей в стволе и к уменьшению поступления воздуха в рудник.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Алыменко Н. И., Николаев А. В.** Расчет эквивалентного аэродинамического сопротивления подземной части проектируемого рудника для определения естественной тяги, действующей между стволами // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. — 2010. — № 12. — С. 68 – 69.
2. **Николаев А. В.** Анализ теоретической формулы, определяющей величину естественной тяги, действующей между воздухоподающим и вентиляционным стволами // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. — 2009. — № 10. — С. 72 – 75.
3. **Левин Л. Ю., Семин М. А., Клюкин Ю. А., Накаряков Е. В.** Исследование аэро- и термодинамических процессов, протекающих на начальном этапе организации сквозного проветривания рудника // Вестн. ПНИПУ. Геология. Нефтегазовое и горное дело. — 2016. — № 21. — С. 367 – 377.
4. **Казаков Б. П., Шалимов А. В.** О возможности проветривания рудника естественной тягой после отключения главной вентиляционной установки // Горн. журн. — 2013. — № 2. — С. 59 – 56.
5. **Казаков Б. П., Левин Л. Ю., Шалимов А. В., Зайцев А. В.** Разработка энергосберегающих технологий обеспечения комфортных микроклиматических условий при ведении горных работ // Зап. Горного ин-та. — 2017. — Т. 223. — С. 116 – 124.
6. **Harris W., Kadiayi A., Macdonald K., and Witow D.** Environmental discharge criteria and dispersion estimation for mine ventilation exhaust stacks, Proc. of the First Int. Conf. on Underground Mining Technology, Australian Centre for Geomechanics, Perth, 2017. — P. 103 – 113.
7. **Collins M. W.** Heat transfer by laminar combined convection in a vertical tube-predictions for water, Proc. 6th Int. Heat Transfer Conf., Toronto, 1978. — P. 25 – 30.
8. **Smith M. K.** The nonlinear stability of dynamic thermocapillary liquid layers, J. Fluid. Mech, 1988, Vol. 194. — P. 391 – 415.
9. **Kuo H. P. and Korpela S. A.** Stability and finite amplitude natural convection in a shallow cavity with insulated top and bottom and heated from a side, Phys. Fluids, 1988, Vol. 31, No. 1. — P. 33 – 42.
10. **Laure P. and Roux B.** Linear and non-linear analysis of the Hadley circulation, J. Crystal Growth, 1989, Vol. 27 — P. 226 – 234.
11. **Лобов Н. И.** Влияние продольного вынужденного течения на устойчивость конвекции в плоском вертикальном слое с внутренними источниками тепла // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. — 2005. — № 2. — С. 14 – 17.
12. **Gebhart B. and Pera L.** The nature of vertical natural convection flows resulting from the combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion, Int. J. Heat Mass Transfer, 1971, Vol. 14, No. 12. — P. 2025 – 2050.

13. **Harris S. D., Ingham D. B., and Pop I.** Mixed convection boundary-layer flow near the stagnation point on a vertical surface in a porous medium: Brinkman model with slip, Transport in Porous Media, 2009, Vol. 77, No. 2. — P. 267 – 285.
14. **Alloui Z., Vasseur P., and Reggio M.** Natural convection of nanofluids in a shallow cavity heated from below, Int. J. Thermal Sciences, 2011, Vol. 50, No. 3. — P. 385 – 393.
15. **Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А.** Устойчивость конвективных течений. — М.: Наука, 1989. — С. 320.
16. **Kazakov B. P., Shalimov A. V., and Semin M. A.** Stability of natural ventilation mode after main fan stoppage, J. Heat Mass Transfer, 2015, Vol. 86. — P. 288 – 293.
17. **Левин Л. Ю., Семин М. А., Зайцев А. В.** Разработка математических методов прогнозирования микроклиматических условий в сети горных выработок произвольной топологии // ФТПРПИ. — 2014. — № 2. — С. 154 – 161.

Поступила в редакцию 29/V 2019
После доработки 03/VII 2019
Принята к публикации 03/VII 2019