УДК 532.5.01

Гравитационное осаждение высококонцентрированной системы твердых сферических частиц^{*}

В.А. Архипов, А.С. Усанина

Томский государственный университет

E-mail: Usaninaanna@mail.ru

Представлены результаты экспериментального исследования процесса гравитационного осаждения облака твердых монодисперсных сферических частиц с начальной объемной концентрацией C > 0,03 в широком диапазоне чисел Рейнольдса. Проведена аналитическая оценка режимов осаждения облака частиц. Предложен новый способ формирования сферического облака частиц с высокой начальной концентрацией. Определена качественная картина осаждения высококонцентрированного облака частиц. Получена критериальная зависимость для коэффициента сопротивления сферического облака частиц.

Ключевые слова: твердая сферическая частица, высококонцентрированная система частиц, гравитационное осаждение, режим осаждения, коэффициент сопротивления.

Введение

Движение в несущей среде совокупности частиц дисперсной фазы, состоящей из капель, пузырьков и твердых частиц, относится к фундаментальным задачам газодинамики двухфазных потоков и представляет интерес при решении таких задач, как очистка водоемов путем осаждения твердых частиц (в частности, частиц угля в открытых разрезах с гидравлическим разрушением пластов), оценивание экологических последствий при распространении техногенных аэрозолей, обеспечение эффективного сброса жидкости при авиационном тушении пожаров, образование атмосферных осадков и т.д. Одним из важных аспектов для задач газодинамики двухфазных течений является зависимость скорости движения и коэффициента сопротивления совокупности частиц от их объемной концентрации. Процесс движения облака частиц целесообразно моделировать на примере их гравитационного осаждения. В этом случае можно более точно контролировать силовое взаимодействие частиц с дисперсионной средой.

Динамика осаждения совокупности частиц зависит от объемной концентрации облака частиц, которая связана с расстоянием между ними. Для равномерно распределенных в облаке сферических частиц объемная концентрация C связана с диаметром частиц D_p и расстоянием между центрами частиц l соотношением [1]

$$C = \pi / (6k^3), \tag{1}$$

где $k = l/D_p$ — безразмерное расстояние между центрами частиц. Из формулы (1) следует, что с увеличением расстояния между частицами их объемная концентрация резко

^{*} Работа выполнена за счет гранта РНФ (проект № 15-19-10014).

[©] Архипов В.А., Усанина А.С., 2017

уменьшается. Значение k = 1 соответствует максимальному значению объемной концентрации частиц — $C_{\text{max}} = \pi / 6 \approx 0,52$ (поверхности частиц соприкасаются).

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование динамики осаждения высококонцентрированного облака частиц в широком диапазоне чисел Рейнольдса.

Режимы осаждения облака частиц

При осаждении совокупности частиц необходимо различать два случая [2]: частицы полностью заполняют всю жидкость (нестратифицированная суспензия); частицы локализованы в некотором объеме и представляют собой облако частиц, имеющее границу раздела с жидкостью. Характер и закономерности осаждения нестратифицированной суспензии и облака частиц существенно отличаются. Скорость осаждения частиц суспензии *и* монотонно уменьшается с ростом их объемной концентрации за счет повышения эффективной вязкости среды μ_e [3, 4]. Проблеме осаждения суспензий посвящены многочисленные экспериментальные и теоретические работы (см., например, обзоры в публикациях [5, 6]). В частности, в работах [7, 8] на основе анализа ряда приближенных решений стоксовского обтекания частиц и результатов большого количества опубликованных экспериментальных данных получены обобщенные критериальные зависимости для коэффициента сопротивления частиц в диапазоне значений числа Рейнольдса $\text{Re}_e = \rho_1 u D_p / \mu_e = 0.2000 (\rho_1 — плотность дисперсионной среды) и при объемной концентрации <math>C < 0.5$.

В отличие от случая нестратифицировнной суспензии, скорость осаждения облака частиц с увеличением их объемной концентрации, как правило, возрастает и превышает скорость осаждения отдельной изолированной частицы. В соответствии с классификацией [9] можно выделить три режима осаждения совокупности (облака) частиц: режимы продуваемого, непродуваемого и частично продуваемого облаков. В режиме продуваемого облака расстояние между частицами велико (гидродинамическим взаимодействием между частицами можно пренебречь), при этом центр масс облака частиц движется со скоростью одиночной частицы из этого облака. При движении в режиме непродуваемого облака частицы располагаются достаточно близко относительно друг друга (толщина пограничного слоя дисперсионной среды превышает расстояние между частицами). При осаждении системы частиц увлекается вся среда внутри этой системы, и группа частиц движется как единое целое. При этом закономерности движения облака частиц подобны движению равнообъемного шара или тела другой формы. Наряду с поступательным движением облака в нем возникает циркуляция, сохраняющая его форму и размер. Наиболее сложным режимом осаждения является режим частично продуваемого облака (промежуточный режим). В этом случае поток дисперсионной среды частично обтекает систему частиц и частично проходит сквозь нее. При этом возмущения потока за счет взаимодействия с соседними частицами могут вызывать различные вихревые течения, которые будут ускорять или замедлять движение системы частиц.

Закономерности гравитационного осаждения совокупности частиц изучаются, как правило, путем аналитического или численного моделирования [10–14]. Для верификации используемых теоретических моделей требуются экспериментальные данные по основным характеристикам движения консолидированной системы частиц. Экспериментальному исследованию процесса осаждения высококонцентрированного облака частиц посвящено ограниченное количество публикаций [15–19]. В этих работах показано, что при малых числах Рейнольдса на начальном участке осаждения сохраняется сферическая форма облака с циркуляцией периферийных частиц в направлении, противоположном движению облака. Дальнейшая динамика облака частиц определяется начальной концентрацией частиц и режимом его движения.

Обобщение опубликованных данных по скорости осаждения облака частиц в зависимости от режима движения затруднено в связи с различными условиями проведения экспериментов и способами обработки полученных результатов. Существующие эмпирические и теоретические зависимости для скорости осаждения облака частиц применимы для ограниченных диапазонов изменения определяющих критериев подобия и параметров движения.

Одними из определяющих факторов в задаче осаждения облака частиц являются граничные значения объемной концентрации частиц, разделяющие режимы продуваемого, частично продуваемого и непродуваемого облака. Известные литературные данные по граничным значениям концентрации частиц существенно различаются в зависимости от конкретных условий проведения экспериментов и не позволяют вывести однозначную оценку граничных значений объемной концентрации частиц. Так, например, по оценкам С. Соу облако следует рассматривать как продуваемое при значении объемной концентрации частиц $C_* < 0,02\div0,05$ [11]. В работе [15] было экспериментально показано, что режим продуваемого облака, центр которого движется со скоростью индивидуальной частицы, реализуется при значении k > 30 ($C_* < 2\cdot10^{-5}$).

Аналитическая оценка режимов осаждения облака частиц

Облако постоянного объема. Рассмотрим гравитационное осаждение сферического облака частиц диаметром D_c , состоящего из равномерно распределенных твердых монодисперсных сферических частиц диаметром D_p ($D_p << D_c$). Предположим, что в процессе осаждения облака его объем не изменяется ($D_c = \text{const}$). Проанализируем влияние объемной концентрации частиц C на характеристики осаждения облака в стоксовском режиме. Рассмотрим два предельных случая — наличие малой концентрации частиц (продуваемое облако) и большой концентрации частиц (частично продуваемое и непродуваемое облако).

На каждую частицу действует сила сопротивления [20] $F_p^{(1)} = 3\pi\mu_l u_p D_p$, где μ_l — коэффициент динамической вязкости жидкости, u_p — скорость осаждения индивидуальной частицы. В случае продуваемого облака суммарная сила сопротивления, действующая на облако частиц, равна сумме сил, действующих на каждую частицу: $F_c^{(1)} = 3\pi\mu_l u_p D_p N$, где N — количество частиц в облаке. При равномерном распределении частиц в объеме облака величина N связана с объемной концентрацией частиц соотношением $N = C(D_c / D_p)^3$, с учетом которого

$$F_{\rm c}^{(1)} = 3\pi\mu_{\rm l}u_{\rm p}D_{\rm p}C(D_{\rm c}/D_{\rm p})^3.$$
 (2)

В случае большой концентрации облако частиц можно рассматривать как отдельную крупную частицу диаметром D_c . При этом сила сопротивления, действующая на облако частиц, определяется соотношением

$$F_{\rm c}^{(2)} = 3\pi\mu_{\rm l}u_{\rm c}D_{\rm c},\tag{3}$$

где u_c — скорость осаждения облака частиц.

Примем за граничное значение объемной концентрации частиц, ниже которой реализуется режим продуваемого облака, величину C_* , при которой $F_c^{(1)} = F_c^{(2)}$. Тогда из

(2) и (3) следует
$$C_* = \frac{c}{u_p} (D_p / D_c)^2$$

В режиме продуваемого облака $u_p = u_c$, следовательно величина C_* определяется соотношением диаметров облака и содержащихся в нем частиц:

$$C_* = (D_{\rm p} / D_{\rm c})^2.$$
 (4)

Так, например, для $D_{\rm p} = 0,5$ мм и $D_{\rm c} = 10$ мм величина C_* равна $2,5 \cdot 10^{-3}$.

Аналогичную оценку можно провести для скорости гравитационного осаждения облака частиц. Скорости осаждения продуваемого $(u_c^{(1)})$ и непродуваемого $(u_c^{(2)})$ облака частиц определяются уравнениями [1]

$$u_{\rm c}^{(1)} = u_{\rm p} = g D_{\rm p}^2 (\rho_{\rm p} - \rho_{\rm l}) / (18\mu_{\rm l}),$$
⁽⁵⁾

$$u_{\rm c}^{(2)} = g D_{\rm c}^2 (\rho_{\rm c} - \rho_{\rm l}) / (18\mu_{\rm l}), \tag{6}$$

где $\rho_{\rm c}$ — плотность облака частиц, g — ускорение свободного падения. Плотность облака частиц определяется соотношением

$$\rho_{\rm c} = \frac{\rho_{\rm p}(NV_{\rm p}) + \rho_{\rm l}(V_{\rm c} - NV_{\rm p})}{V_{\rm c}} = C(\rho_{\rm p} - \rho_{\rm l}) + \rho_{\rm l},\tag{7}$$

где $V_{\rm p}$ — объем одиночной частицы, $V_{\rm c}$ — объем облака частиц. Подставляя (7) в (6), получим

$$u_{\rm c}^{(2)} = g D_{\rm c}^2 C(\rho_{\rm p} - \rho_{\rm l}) / 18 \mu_{\rm l} \,. \tag{8}$$

Из условия $u_c^{(1)} = u_c^{(2)}$, приравнивая (5) и (8), получим граничное значение концентрации C_* , которое полностью совпадает с соотношением (4).

График зависимости скорости осаждения облака частиц постоянного объема от концентрации входящих в него частиц $u_c(C)$ представлен на рис. 1 для значений $\rho_p = 7,5$ г/см³, $\rho_1 = 1,27$ г/см³, $\mu_1 = 4$ Па·с, $D_c = 10$ мм, $D_p = 0,5$ мм. При малых концентрациях частиц $(C < C_* = 2,5 \cdot 10^{-3})$ скорость осаждения облака постоянна и соответствует скорости осаждения одиночной частицы (5): $u_c = u_p = 7,5 \cdot 10^{-3}$ м/с. В диапазоне $C = C_* \div C_{max}$ скорость осаждения линейно увеличивается с ростом концентрации частиц (8) от 0,75 до 4,4 см/с. При $C = C_{max} = 0,52$ скорость осаждения постоянна и соответствует скорости осаждения



Расширяющееся облако. Рассмотрим гравитационное осаждение в стоксовском режиме расширяющегося сферического облака частиц с начальной концентрацией частиц C_0 и начальным



Рис. 1. Зависимость скорости осаждения сферического облака постоянного объема от концентрации частиц.

*u*_c, см/с

Рис. .2. Зависимости $u_c(D_c)$ и $C(D_c)$ для расширяющегося сферического облака частиц.

диаметром D_{c0} . В процессе осаждения облако частиц монотонно расширяется, а концентрация частиц в нем монотонно уменьшается. В предположении равномерности распределения частиц в объеме облака в процессе осаждения



изменение диаметра облака D_c связано с изменением концентрации частиц C соотношением

$$D_{\rm c} = D_{\rm c0} \sqrt[3]{\frac{C_0}{C}}.$$
 (9)

Подставляя (9) в уравнение для скорости осаждения облака частиц (8), получим

$$u_{\rm c} = \frac{gD_{\rm c0}^2C(\rho_{\rm p} - \rho_{\rm l})}{18\mu_{\rm l}} \left(\frac{C_0}{C}\right)^{2/3} = \frac{gD_{\rm c0}^2C_0^{2/3}(\rho_{\rm p} - \rho_{\rm l})}{18\mu_{\rm l}}\sqrt[3]{C}.$$
 (10)

Графики зависимости скорости осаждения $u_c(D_c)$ облака и концентрации частиц $C(D_c)$ для значений $D_{c0} = 10$ мм, $C_0 = 0.52$, $\rho_p = 7.5$ г/см³, $\rho_l = 1.27$ г/см³, $\mu_l = 4$ Па·с, рассчитанные по формулам (9), (10), приведены на рис. 2. В процессе осаждения скорость осаждения и концентрация частиц монотонно уменьшаются.

Экспериментальная установка и методика исследования

Исследование проводилось на установке, состоящей из вертикально расположенной прозрачной кюветы с плоскопараллельными стенками, наполненной жидкостью, системы ввода частиц и системы визуализации процесса осаждения совокупности частиц. Схема и фотография экспериментальной установки представлены на рис. 3. Кювета размером 300×300×900 мм (объемом 81 л) изготовлена из оптического стекла толщиной 15 мм. Для исключения влияния стенок кюветы на закономерности гравитационного осаждения совокупности частиц при выборе ширины кюветы *b* использовалась оценка [19]

$$b \ge 10 D_{c0}$$

где D_{c0} — начальный диаметр сферического облака частиц. В качестве жидкости использовались глицерин и полиметилсилоксановая жидкость марки ПМС-10000. Характеристики исследуемых частиц (стальные, алюминиевые и свинцовые шарики) приведены в табл. 1. Таблица 1

Характеристики используемых частиц				
Материал частицы	<i>D</i> _р , мм	$ ho_{ m p},\kappa$ г/м 3		
Сталь	0,2	7700		
	0,7	7465		
	1,3	7589		
Свинец	2,5	11730		
Алюминий	3,1	2835		

Рис. 3. Схема (*a*) и фотография (*b*) экспериментальной установки.

кювета, 2 — жидкость, 3 — видеокамеры,
 4 — компьютер, 5 — облако частиц,

6 — масштабная линейка.



Архипов В.А., Усанина А.С.

Система визуализации включала источники света (две лампы мощностью 18 Вт), цифровую видеокамеру «Panasonic HDC-SD60» и высокоскоростную видеокамеру «Citius C100». Двухракурсная видеосъемка исследуемого процесса позволила повысить точность и обеспечить контроль за изменением параметров гравитационного осаждения облака частиц по всей высоте кюветы. Первая камера использовалась для съемки общей картины и динамики движения облака частиц; поле съемки составляло 5×5 см с двукратным увеличением. Вторая камера фиксировала скорость осаждения совокупности частиц по всей траектории движения. Видеосъемка проводилась с пространственным разрешением 576×1024 пикселей со скоростью 100 кадров в секунду и временем экспозиции 1,0÷2,0 мс. Для контроля расстояния, пройденного облаком, использовалась масштабная линейка с ценой деления 1 мм, отградуированная с учетом оптического искажения стенками кюветы.

Для формирования высококонцентрированного облака частиц использовалось устройство [21], схема и фотография которого приведены на рис. 4. Заданная масса частиц M смачивалась в водно-глицериновом растворе, содержание глицерина в котором составляло 95÷99 мас. %, и затем в виде компактно упакованного слоя частиц помещалась на пластину диаметром 5 см. За счет большого коэффициента динамической вязкости смачивающей жидкости и адгезионного эффекта на пластине образовывался устойчивый слой частиц в форме сферического сегмента (рис. 4). Затем пластина со сформированным слоем частиц опускалась в кювету с жидкостью. При введении ее в кювету происходит отрыв слоя частиц с образованием исходного облака с формой, близкой к сферической. Варьируя высоту H_s и диаметр D_s слоя частиц, можно получить облако с различными значениями C_0 .

Наличие адгезионного эффекта определяется характеристиками смачивающей жидкости, диаметром и плотностью материала частиц. Результаты, полученные по завершении работы устройства показали, что максимальное значение массы одиночной частицы, при котором наблюдается образование устойчивого слоя, составляет $m_p = 33$ мг. С учетом этого, диаметр частиц выбирался из условия $D_p \leq \sqrt[3]{6 \cdot m_p / \rho_p}$, где $m_p = 33$ мг, ρ_p — плотность материала частиц.



При определении начальной объемной концентрации совокупности частиц в слое предполагается, что объем сферического сегмента, образуемого слоем, совпадает с объемом начального сферического облака из совокупности частиц, который формируется сразу же после введения частиц в жидкость. Начальная объемная концентрация совокупности частиц в слое определялась по формуле

$$C_0 = NV_{\rm p}/V_{\rm s}, \qquad (11)$$

где N — количество частиц в слое, $V_{\rm p}$ — объем одиночной частицы, $V_{\rm s}$ — объем сферического сегмента, образующего слой частиц. Подставляя в (11) значения $NV_{\rm p} = M/\rho_{\rm p}$ и

$$V_{\rm s} = \frac{1}{6} \pi H_{\rm s} \left(\frac{3}{4} D_s^2 + H_{\rm s}^2 \right)$$
, получим формулу для определения начальной концентрации

частиц: $C_0 = \frac{M}{\rho_p} \left[\frac{1}{6} \pi H_s \left(\frac{3}{4} D_s^2 + H_s^2 \right) \right]^{-1}$.

В экспериментах величина начальной концентрации частиц варьировалась в диапазоне $C_0 = 0.03 \div 0.52$.

Измеряемые параметры

При проведении экспериментов проводились измерения всех основных параметров процесса: плотности ρ_1 и коэффициента динамической вязкости μ_1 жидкости, начальной концентрации облака C_0 , диаметра облака D_c , пройденного им расстояния h(t) и скорости осаждения $u_{\rm c}(t)$. Ввиду высокой гигроскопичности глицерина физические свойства используемых жидкостей измерялись до и после проведения каждого эксперимента. Плотность жидкостей варьировалась в диапазоне $\rho_1 = 980 \div 1260 \text{ кг/m}^3$ и измерялась ареометром с относительной погрешностью 0,1 %. Коэффициент динамической вязкости используемых жидкостей варьировался в диапазоне $\mu_1 = 0,83 \div 12,4$ Па·с и рассчитывался для измеренной скорости стационарного осаждения одиночного стального шарика диаметром $D_{\rm p} = 1,3$ мм в стоксовском режиме ($\text{Re}_{\rm p} = \rho_1 D_{\rm p} u_{\rm p} / \mu_1 < 1$, ($C_D)_{\rm p} = 24/\text{Re}_{\rm p}$) по формуле $\mu_{\rm l} = g D_{\rm p}^2 (\rho_{\rm p} - \rho_{\rm l}) / 18 u_{\rm p}$, где $(C_D)_{\rm p}$ — коэффициент сопротивления одиночной частицы. Диаметр используемых в экспериментах частиц определялся с помощью микрометра с погрешностью 0,01 мм, а также с помощью системы для измерения частиц «Mastersizer 2000». Для установления плотности частиц использовались электронные весы с погрешностью 1 мг. На весах определялась масса N. Плотность материала частиц рассчитывалась по формуле $\rho_{\rm p} = 6M / (N \pi D_{\rm p}^3)$, где M — суммарная масса N частиц (N = 100).

Расстояние, пройденное облаком, и скорость его осаждения определялись покадровой обработкой результатов скоростной видеосъемки. Скорость осаждения облака частиц на некотором интервале h_{ci} (где i — номер кадра) вычислялась по формуле $u(h_i) = h_{(i+1)} - h_{(i-1)} / \Delta t_i$, i = 1, 2, ..., n, где $h_{(i-1)}$, $h_{(i+1)}$ — пройденное облаком расстояние на i - 1 и i + 1 кадрах соответственно, Δt_i — интервал времени между i - 1 и i + 1 кадрами, n — количество кадров. Расстояние h_i измерялось с использованием компьютерной программы CorelDRAW. Погрешность измерения h_i , связанная с искажением изображения и разрешающей способностью видеокамеры, составляла $\pm 0,2$ мм. Средняя скорость осаждения облака частиц вычислялась по формуле $u_c = h/\Delta t$, где h — расстояние, пройденное облаком до начала распада, Δt — время, за которое облако проходит

расстояние h. Величина средней скорости осаждения облака частиц в экспериментах измерялась до момента распада облака частиц и варьировалась в диапазоне $u_c = 0.08 \div 3.7$ см/с. Диаметр облака определялся по формуле $D_{c} = (D_{c1} + D_{c2})/2$, где D_{c1} , D_{c2} — средние значения диаметров миделева сечения облака в горизонтальном и вертикальном направлениях. В экспериментах начальный диаметр облака варьировался в диапазоне $D_c = 13 \div 30$ мм.

Результаты экспериментов

Эксперименты по гравитационному осаждению совокупности твердых сферических частиц проводились в диапазонах чисел Рейнольдса $\text{Re}_{c} = \rho_{1}u_{c}D_{c}/\mu_{1} = 2 \cdot 10^{-3} \div 2,1$ и начальной объемной концентрации совокупности частиц $C_0 = 0.03 \div 0.52$.

Качественная картина осаждения облака частиц. Анализ полученного видеоряда в экспериментах по гравитационному осаждению совокупности твердых сферических частиц в режиме непродуваемого облака (рис. 5) показал, что процесс движения консолидированной системы частиц можно разделить на четыре стадии: стадия движения сферы (I), стадия формирования и движения сфероида (II), стадия деформации



Рис. 5. Видеокадры гравитационного осаждения совокупности стальных шариков в зависимости от времени. $a - D_p = 0.2$ мм, $D_{c0} = 6.8$ мм, $\text{Re}_c = 0.19$; $b - D_p = 0.7$ мм, $D_{c0} = 9.72$ мм, $\text{Re}_c = 0.51$; $c - D_p = 1.3$ мм, $D_{c0} = 14.35$ мм, $\text{Re}_c = 0.82$.



Рис. 6. Стадии гравитационного осаждения совокупности твердых сферических частиц. Стадии движения сферы (*a*), формирования и движения сфероида (*b*), деформации сфероида (*c*), распада сфероида (*d*).

сфероида (III) и стадия распада сфероида (IV) (рис. 6). На первой стадии гравитационного осаждения совокупности твердых сферических частиц наблюдается движение изначально сферического облака, сопровождающееся циркуляцией периферийных частиц в направлении, противоположном движению облака частиц. На второй стадии происходит формирование и движение сфероидального облака с сохранением циркуляции периферийных частиц. В процессе движения наблюдается постепенное расширение облака в двух диаметральных направлениях сфероида. Третья стадия характеризуется деформацией сфероидального облака. Нарушается процесс циркуляции периферийных частиц, в результате чего частицы, не вовлекшиеся в процесс циркуляции, отстают от облака с одной или двух сторон сфероида. Затем эти частицы вновь увлекаются облаком и сфероидальная форма совокупности частиц восстанавливается. Описываемая стадия отставания и вновь увлечения в облако частиц наблюдается редко и в большинстве случаев характерна для частиц малого размера ($D_p \le 0,2$ мм). В большинстве проведенных экспериментов сразу после формирования и движения сфероида наступала четвертая стадия движения группы частиц. На этой заключительной стадии облако распадается на 2-4 фрагмента. При этом разрушение происходит из центра масс облака таким образом, что система приобретает куполообразную форму. В каждом из вторичных фрагментов также наблюдается циркуляционное движение периферийных частиц. Процесс разрушения системы носит цикличный характер, распад образованных облаков продолжается до тех пор, пока система не будет двигаться со скоростью одиночной частицы, составляющей облако. Продолжительность каждой из описанных выше стадий зависит от коэффициента динамической вязкости жидкости и свойств частиц. По мере увеличения вязкости жидкости и уменьшения плотности и диаметра частиц, продолжительность каждой из стадий возрастает. В табл. 2 приведены данные по продолжительности стадий гравитационного осаждения системы стальных частиц в зависимости от их диаметра для коэффициента динамической вязкости жидкости $\mu_1 = 1,1$ Па·с. Время распада сфероидального облака (продолжительность четвертой стадии) здесь не указано, поскольку размер используемой в экспериментах кюветы (300×300×900 мм) не позволил достичь режима, когда бы облако двигалось со скоростью, принадлежащей ему одиночной частицы. Ввиду ограниченной высоты кюветы в экспериментах также не удалось определить продолжительность третьей стадии для частиц диаметром $D_{\rm p} = 0,2$ мм.

Таблица 2

Анализ влияния начальной объемной концентрации на характер движения системы частиц выявил следующие закономерности. Описанные стадии гравитационного осаждения совокупности твердых сферических частиц характерны для облаков с начальной объемной концентрацией частиц $C = 0,03 \div 0,52$. Наличие слабой циркуляции периферийных

Продолжительность стадий гравитационного осаждения консолидированной системы стальных частиц

Д мм	Продолжительность стадий, с		
p, wiw	Ι	II	III
0,2	1÷11	7÷88	-
0,7	< 1	2÷4	4÷23
1,3	< 1	1÷3	1÷11

частиц или ее отсутствие наблюдается при значениях C < 0,03. Облако частиц вытягивается в различных направлениях и распадается произвольным образом.

Предельные значения объемной концентрации облака частиц. В настоящей работе проведены серии экспериментов по определению граничного значения начальной объемной концентрации C_{**} , начиная с которого система частиц движется как единое целое и дисперсионная среда полностью обтекает ее. Обнаружено, что в области чисел Рейнольдса $\text{Re}_c < 0,01$ и при $C_{**} > 0,3$ при осаждении системы частиц увлекается вся среда внутри этой системы и за счет циркуляции боковых частиц сохраняется форма и размер облака частиц. В указанном диапазоне параметров система частиц движется в режиме непродуваемого облака по закону твердой сферы. При $C_{**} < 0,3$ устанавливается режим частично продуваемого облака.

Коэффициент сопротивления облака частиц. В режимах непродуваемого и частично продуваемого облака осаждение сферического облака частиц можно рассматривать как осаждение сферы диаметром D_c , плотность которой ρ_c определяется уравнением (7). Уравнение движения сферы можно представить в виде

$$\rho_{\rm c} V_{\rm c} \frac{du_{\rm c}}{dt} = V_{\rm c} (\rho_{\rm c} - \rho_{\rm l}) g - C_D S_{\rm M} \frac{\rho_{\rm l} u_{\rm c}^2}{2}, \qquad (12)$$

где $V_c = \pi D_c^3 / 6$ — объем облака частиц, $S_M = \pi D_c^2 / 4$ — площадь миделева сечения облака. При стационарном осаждении $(du_c / dt = 0)$ из уравнения (12) следует формула для определения коэффициента сопротивления:

$$C_{D} = \frac{2V_{c}(\rho_{c} - \rho_{l})g}{S_{M}\rho_{u}^{2}}.$$
(13)

С учетом соотношения для плотности облака частиц (7), формула (13) примет вид

$$C_{D} = \frac{4}{3} \cdot \frac{gD_{c}}{\rho_{l}u_{c}^{2}} C(\rho_{p} - \rho_{l}).$$
(14)

Коэффициент сопротивления определялся по измеренным в эксперименте значениям параметров, входящих в (14).

Регрессионный анализ экспериментальных данных по коэффициенту сопротивления облака частиц C_D показал, что наибольший коэффициент детерминации наблюдается для зависимости C_D от безразмерного комплекса $\Pi = \text{Re}_c \cdot C$. Экспериментальные



данные по коэффициенту сопротивления C_D в зависимости от безразмерного комплекса П приведены на рис. 7. Зависимость для коэффициента сопротивления совокупности частиц, движущихся в режимах частично продуваемого и непродуваемого облаков (линия 2 на рис. 7), можно представить в виде эмпирической формулы

Рис. 7. Зависимость коэффициента сопротивления от безразмерного комплекса $\Pi = \operatorname{Re}_{c} \cdot C$.

 $Re^2 = 0.93; 1$ — зависимость Стокса, 2 — аппроксимационная эмпирическая кривая. (коэффициент детерминации $R^2 = 0.93$) $C_D = 13.5(\text{Re}_c \cdot C)^{-0.9}$. Из рис. 7 следует, что коэффициент сопротивления совокупности твердых сферических частиц возрастает в диапазоне $C_D = 6\div8800$ при уменьшении безразмерного комплекса в диапазоне $\Pi = 1.1\div8.1\cdot10^{-4}$.

Для сравнения полученных данных по коэффициенту сопротивления облака частиц с динамикой осаждения одиночной частицы приведена зависимость Стокса $C_D = 24/\text{Re}_c$ для твердой сферы, рассчитанная при объемной концентрации $C = 2,3 \cdot 10^{-5}$, соответствующей движению облака частиц со скоростью осаждения одиночной частицы (линия *I* на рис. 7).

Отметим, что зависимость для коэффициента сопротивления получена в предположении постоянства размера, формы и скорости облака в процессе осаждения. Анализ влияния расширения и изменения формы облака на характеристики осаждения, в частности, на скорость осаждения, позволит уточнить полученную зависимость для коэффициента сопротивления.

Заключение

В ходе экспериментальных исследований гравитационного осаждения высококонцентрированной системы твердых сферических частиц получены следующие результаты.

• Получены новые экспериментальные данные по закономерностям гравитационного осаждения совокупности твердых сферических частиц в области чисел Рейнольдса $\operatorname{Re}_{c} = 2 \cdot 10^{-3} \div 2,1$ при варьировании начальной объемной концентрации частиц в диапазоне $C_0 = 0.03 \div 0.52$.

 Показано, что процесс осаждения облака частиц можно разделить на четыре стадии: стадия движения сферы, стадия формирования и движения сфероида, стадия деформации сфероида и стадия распада сфероида.

• Получена обобщенная эмпирическая зависимость коэффициента сопротивления частиц частично продуваемого и непродуваемого облаков частиц от безразмерного комплекса $\Pi = \operatorname{Re}_{c} \cdot \mathbb{C}$ в диапазоне значений начальной объемной концентрации $C_0 = 0.03 \div 0.52$. Показано, что при уменьшении безразмерного комплекса в диапазоне $\Pi = 1.1 \div 8.1 \cdot 10^{-4}$ величина коэффициента сопротивления увеличивается в диапазоне $C_D = 6 \div 8800$. Коэффициент сопротивления облаков частиц уменьшается по мере увеличения начальной концентрации совокупности частиц. Следовательно, с увеличением объемной концентрации частиц скорость гравитационного осаждения облака при фиксированном значении числа Рейнольдса увеличивается.

• Для условий проведенных экспериментов получена аналитическая оценка значения граничной концентрации частиц $C_* = 2,5 \cdot 10^{-3}$, разделяющего режимы продуваемого и частично продуваемого облаков.

• Экспериментально определены граничные условия, разделяющие режимы частично продуваемого и непродуваемого облаков: Re_c < 0,01 и C_{**} > 0,3.

• Полученные экспериментальные данные могут быть использованы для уточнения существующих физико-математических моделей эволюции жидко-капельного аэрозоля в атмосфере.

Основные обозначения

- *b* ширина кюветы, м,
- С объемная концентрация частиц,
- С_{*} граничное значение объемной концентрации, разделяющее режимы продуваемого и частично продуваемого облака,
- *k* безразмерное расстояние между центрами частиц, м,
- *l* расстояние между центрами частиц, м,
- $m_{\rm p}$ масса одиночной частицы, кг,
- М суммарная масса частиц, кг,

<i>C</i> _{**} — граничное значение объемной концентрации,	N-количество част
разделяющее режимы непродуваемого	<i>R</i> ² — коэффициент де
и частично продуваемого облака,	<i>t</i> — время, с,
C _D — коэффициент сопротивления облака частиц,	и — скорость осажден
(<i>C_D</i>) _р — коэффициент сопротивления	<i>V</i> — объем, м ³ ,

 $(C_D)_p$ одиночной частицы,

- g ускорение свободного падения, м/ c^2 ,
- *h* расстояние, пройденное совокупностью частиц, м,

Список литературы

- ИII.
- етерминации,
- ния. м/с.
- объем, м.
- μ коэффициент динамической вязкости, кг/(м·с),
- ρ плотность, кг/м³,
- $\Pi = \operatorname{Re}_{c} \cdot C$ безразмерный комплекс,
- Re число Рейнольдса.
- 1. Архипов В.А., Усанина А.С. Движение частиц дисперсной фазы в несущей среде: уч. пособие. Томск: Изд. Дом Томского гос. ун-та, 2014. 252 с.
- 2. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 630 с.
- 3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.
- 4. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 792 с.
- 5. Соу С. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971. 536 с.
- 6. Броунштейн Б.И., Фишбейн Г.А. Гидродинамика, массо- и теплообмен в дисперсных системах. Л.: Химия, 1977. 280 с.
- 7. Barnea E., Mizrahi J. A generalized approach to the fluid dynamics of particulate systems. Part 1. General correlation for fluidization and sedimentation in solid multiparticle systems // Chemical Engng J. 1973. Vol. 5. P 171–189
- 8. Barnea E., Mizrahi J. A generalized approach to the fluid dynamics of particulate systems. Part 2. Sedimentation and fluidization of clouds of spherical liquid drops // Canadian J. of Chemical Engng. 1975. Vol. 53. P. 461-468.
- 9. Фукс Н.А. Механика аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1955. 351 с. 10. Ekiel-Jezewska M.L., Metzger B., Guazzelli E. Spherical cloud of point particles falling in a viscous liquid // Physics of Fluids. 2006. Vol. 18. P. 038104-1-038104-2.
- 11. Yin X., Koch D.L. Hindered settling velocity and microstructure in suspensions of solid spheres with moderate Reynolds numbers // Physics of Fluids. 2007. Vol. 19. P. 093302-1-093302-15.
- 12. Abade G. C., Cunha F.R. Computer simulation of particles aggregates during sedimentation // Computer Methods in Applied Mechanics and Engng. 2007. Vol. 196. P. 4597-4612.
- 13. Subramanian G., Koch D.L. Evolution of clusters of sedimenting low-Reynolds-number particles with Oseen interactions // J. of Fluid Mechanics. 2008. Vol. 603. P. 63-100.
- 14. Zaidi A.A., Tsuji T., Tanaka T. A new relation of drag force for high Stokes number monodisperse spheres by direct numerical simulation // Advanced Powder Technology. 2014. Vol. 25. P. 1860-1871.
- 15. Хоргуани В.Г. О характере и скорости падения системы частиц одинаковых размеров // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1966. Т. 2, № 4. С. 394-401.
- 16. Nitsche L.C., Batchelor G.K. Break-up of a falling drop containing dispersed particles // J. of Fluid Mechanics. 1997. Vol. 340. P. 161-175.
- 17. Machu G., Meile W., Nitsche L.C., Schaftinger U. Coalescence, tor and breakup of sedimenting drops: experiments and computer simulation // J. of Fluid Mechanics. 2001. Vol. 447. P. 299-336.
- 18. Metzger B., Nicolas M., Guazzelli E. Falling clouds of particles in viscous fluids // J. of Fluid Mechanics. 2007. Vol. 580. P. 283-301
- 19. Mylyk A., Meile W., Brenn G., Ekiel-Jezewska M.L. Break-up of suspension drops settling under gravity in a viscous fluid close to a vertical wall // Physics of Fluids. 2011. Vol. 23. P. 063302-1-063302-14.
- 20. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
- 21. Заявка на патент РФ 2610607. Способ исследования процесса гравитационного осаждения совокупности твердых частиц в жидкости / Архипов В.А., Усанина А.С., Шрагер Г.Р. № 2015143575 с приоритетом от 12.10.2015, В01L 99/00.

Статья поступила в редакцию 27 июня 2016 г., переработана 8 февраля 2017 г.

D — диаметр, м,