

РАБОТА МАГНИТОКУМУЛЯТИВНОГО ГЕНЕРАТОРА НА ЕМКОСТНУЮ НАГРУЗКУ

А. С. Кравченко, Р. З. Людаев, М. А. Мальков,
А. И. Павловский, Л. Н. Пляшкевич
(Москва)

Магнитокумулятивные генераторы являются мощными импульсными источниками электрической энергии [1—3]. По плотности запасенной энергии они существенно превосходят конденсаторы, поэтому в сочетании с магнитокумулятивными генераторами (МКГ) конденсаторные батареи использовались в основном как источник начальной энергии. Однако в настоящее время известны конденсаторы более высокой энергоемкости. До $\sim 0,2$ Дж/см³ запасают импульсные высоковольтные конденсаторы с жидким диэлектриком [4], еще более — молекулярные конденсаторы [5]. С другой стороны, высокая плотность энергии в МКГ наблюдается только в конечном объеме, составляющем небольшую часть всего генератора. Конструктивная плотность энергии МКГ (отношение выходной энергии к объему всего устройства) составляет ~ 10 —50 Дж/см³. При таком соотношении плотностей энергии преимущество МКГ не выглядит столь подавляющим, что делает целесообразным включение емкостных элементов в цепи нагрузки МКГ и открывает новые возможности для решения физических задач. Так, в работе [6] предложено применение МКГ в качестве зарядного устройства быстрых емкостных накопителей с целью формирования коротких импульсов для питания линейных индукционных ускорителей электронов, известно также [7] шунтирование емкостью нагрузки, запитываемой от индуктивного накопителя, что может быть использовано и в случае применения МКГ и т. п. Все это делает актуальным вопрос о работе МКГ на емкостные нагрузки, ранее в литературе не рассматривавшийся.

В данной работе анализируются простейшие схемы МКГ с емкостью: МКГ в последовательном RLC -контуре и трансформаторный МКГ с емкостью во вторичной цепи при некоторых частных случаях закона вывода индуктивности генератора. Предполагается, что в начале работы в МКГ течет ток I_0 (индекс 0 обозначает начальное значение соответствующей величины), напряжение на емкости $U_0 = 0$. Процесс рассматривается только в течение работы МКГ, поскольку далее при пассивном затухании токов он описывается известными зависимостями.

1. Уменьшающаяся индуктивность существенно изменяет зависимости последовательного RLC -контура, поскольку энергия генерируется в самом контуре. Здесь также возможен колебательный режим, причем амплитуда колебаний при небольшом сопротивлении R будет возрастать. Случай очень больших R не так интересен, поскольку мало влияние переменной индуктивности контура L . Эквивалентная схема МКГ в последовательном контуре приведена на фиг. 1. Здесь $L = L_r + L_n$, где L_r — переменная индуктивность МКГ, L_n — индуктивность нагрузки, R — сопротивление контура, формально включающее все потери магнитного потока, C — нагрузочная емкость. Ток в контуре описывается уравнением

$$(1.1) \quad L\ddot{I} + (2\dot{L} + R)\dot{I} + (\ddot{L} + \dot{R} + 1/C)I = 0,$$

где точка обозначает дифференцирование по времени, напряжение на конденсаторе

$$(1.2) \quad L\ddot{U} + (\dot{L} + R)\dot{U} + U/C = 0.$$

Зависимости $L(t)$ и $R(t)$ определяются конструкцией МКГ. Рассмотрим решение (1.1), (1.2) для случая $R = 0$, $L(t) = L_0 \exp(-at)$, где a — положительная постоянная с размерностью с⁻¹. Такая зависимость $L(t)$ близка к закону вывода индуктивности в МКГ со спиралью переменного шага. Тогда (1.1) запишется в виде

$$\ddot{I} - 2a\dot{I} + a^2(1 + \theta^2 e^{at})I = 0,$$

где $\theta = 1/(a\sqrt{L_0C})$,
решение уравнения:

$$I = [C_1 J_0(x) + C_2 N_0(x)] \exp(at),$$

где $J_0(x)$, $N_0(x)$ — функции Бесселя соответственно первого и второго рода нулевого порядка, аргумент которых $x = 2\theta \exp(at/2)$. При $t=0$ $x_0 = 2\theta$, далее x возрастает, причем $x/x_0 = \sqrt{\lambda}$, где $\lambda = L_0/L$.

Определив постоянные интегрирования C_1 и C_2 из начальных условий, получим

$$(1.3) \quad i = [-N_1(x_0)J_0(x) + J_1(x_0)N_0(x)]\pi x^2/2x_0,$$

где $i = I/I_0$. Отсюда можно получить зависимость $i(t)$, поскольку $t = 2a^{-1} \ln(x/x_0)$. Аналогично получим

$$(1.4) \quad u = [-N_1(x_0)J_1(x) + J_1(x_0)N_1(x)]\pi x/2,$$

где $u = U/(I_0 \sqrt{L_0C})$.

Функции $J_1(x_0)$, $N_1(x_0)$ определяют начальную фазу процесса. Обозначим нули функций J_m и N_m соответственно μ_{mn} и η_{mn} , где m — порядок функции, n — порядок нуля. При $x < \eta_{01}$ функция $N_0(x)$ монотонна, следовательно, $i(x)$ имеет аperiодический характер, когда x станет больше μ_{01} , $i(x)$ будет иметь колебательный характер. Для $u(x)$ соответствующие критерии η_{11} и μ_{11} . Характер процесса в начале работы МКГ определяется величиной x_0 . Если время работы МКГ T достаточно велико, то при экспоненциальном выводе индуктивности аperiодический вначале процесс сменяется колебательным.

Для малых x в разложении в ряд функций Бесселя можно ограничиться первыми членами. Ошибка составит при $x < 0,1$ менее 1%, при $x < 0,3$ — несколько процентов. Для малых x_0

$$i \approx \lambda \left[J_0(x) + \frac{\pi x_0^2}{4} N_0(x) \right], \quad u \approx \sqrt{\lambda} \left[J_1(x) + \frac{\pi x_0^2}{4} N_1(x) \right].$$

Если остается малым и x_f (индекс f обозначает значение соответствующей величины в момент окончания работы МКГ), то

$$I \approx \Phi_0/L, \quad i \approx \exp(at) = \lambda, \quad u \approx x_0(\lambda - 1)/2.$$

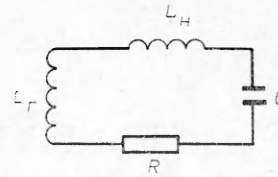
В этом случае магнитный поток в контуре сохраняется, а величина тока не зависит от емкости.

Для колебательного режима можно получить приближение, тем более точное, чем больше x :

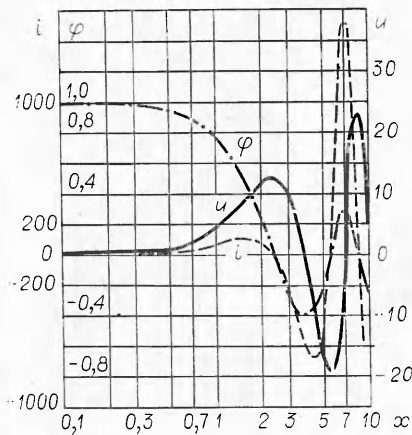
$$i \approx \sqrt{\lambda} [-N_1(x_0) \cos(x - \pi/4) + J_1(x_0) \sin(x - \pi/4)], \\ u \approx [-N_1(x_0) \sin(x - \pi/4) - J_1(x_0) \cos(x - \pi/4)].$$

Если значение x_0 также велико, то $i \approx \lambda^{3/4} \cos(x - x_0)$, $u \approx \lambda^{1/4} \sin(x - x_0)$, т. е. будут наблюдаться колебания тока и напряжения с возрастающей амплитудой и частотой. Конечные значения i_f и u_f будут зависеть от фазы колебания при $t = T$.

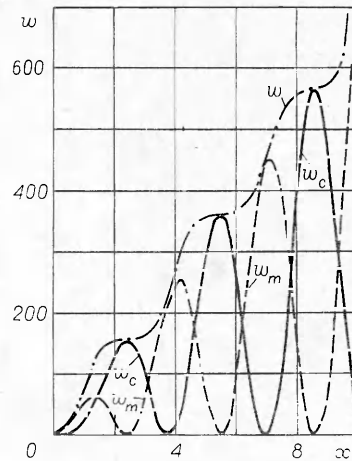
На фиг. 2 приведены зависимости $i(x)$ и $u(x)$, рассчитанные по (1.3), (1.4) для $x_0 = 0,1$, $x_f = 10$. В начале работы процесс аperiодический, а затем сменяется колебательным. Здесь же показана зависимость $\varphi(x)$, коэффициент сохранения магнитного потока $\varphi = i/\lambda$. В аperiодическом режиме $\varphi \approx 1$, в колебательном $\varphi \approx \lambda^{-1/4} \cos(x - x_0)$, т. е. поток колеблется в фазе с током с амплитудой, убывающей пропорционально $\lambda^{1/4}$.



Ф и г. 1



Ф и г. 2



Ф и г. 3

Таким образом, при работе на емкость магнитный поток в генераторе может не сохраняться даже при отсутствии омического сопротивления.

Обозначив W_c энергию в емкости, W_m — энергию в индуктивности, можно написать $w_c = u^2$, $w_m = i^2/\lambda$, $w = w_c + w_m$, где $w_c = W_c/W_0$; $w_m = W_m/W_0$; $w = (W_c + W_m)/W_0$. Зависимости $w_c(x)$, $w_m(x)$, $w(x)$, рассчитанные для случая $x_0 = 0,1$, $x_f = 10$, приведены на фиг. 3. В апериодическом режиме при малых x_f энергия запасается в основном в индуктивности, $w_m \gg w_c$. После окончания работы МКГ в дальнейшем она сосредоточится в емкости, но в этом случае период $2\pi\sqrt{L_f C} \gg T$, если же его выбрать $\sim T$, то заметно несохранение магнитного потока.

2. Пусть теперь $R = 0$, $L = L_0(1 - at)$. Такой закон вывода индуктивности характерен, например, для коаксиальных МКГ, МКГ со спиралью постоянного шага и т. п. Тогда (1.1) будет иметь вид

$$(1 - at)\ddot{I} - 2a\dot{I} + a^2\theta^2 I = 0,$$

решение

$$I = [C_1 J_1(y) + C_2 N_1(y)](1 - at)^{-1/2},$$

где аргумент функций Бесселя $y = 2\theta(1 - at)^{1/2}$ в отличие от x со временем убывает. Зависимость $I(y)$ обратно пропорциональна времени, поскольку $t = [1 - (y/y_0)^2]/a$, но прямо пропорциональна L . Определив C_1 и C_2 , получим

$$i = [N_0(y_0) J_1(y) - J_0(y_0) N_1(y)] \pi y_0^2 / 2y.$$

Аналогично можно получить

$$u = [N_0(y_0) J_0(y) - J_0(y_0) N_0(y)] \pi y_0 / 2.$$

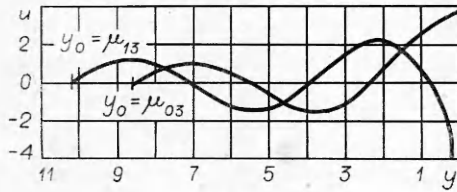
Когда $y \lesssim 0,3$,

$$i \approx [(\pi y_0 / 2)^2 N_0(y_0) + \lambda J_0(y_0)],$$

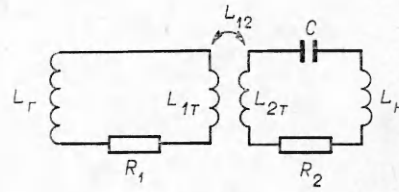
$$u \approx [(\pi y_0 / 2) N_0(y_0) - y_0(0,577 + \ln(y/2)) J_0(y_0)].$$

В этом случае конечные значения i_f и u_f зависят от начальных фаз $N_0(y_0)$ и $J_0(y_0)$. Если $J_0(y_0) \neq 0$, то $i \rightarrow \infty$ при $y \rightarrow 0$. Если же $y_0 = \mu_{0n}$, то даже при $y_f = 0$ ток конечен:

$$i_f = [N_0(\mu_{0n})] (\pi \mu_{0n} / 2)^2.$$



Фиг. 4



Фиг. 5

Если и y_0 мал, то

$$I \approx \Phi_0/L, \quad i \approx \lambda, \quad u \approx y_0 \ln(y_0/y).$$

В колебательном режиме при больших y_f

$$i \approx \lambda^{3/4} \cos(y_0 - y), \quad u \approx \lambda^{1/4} \sin(y_0 - y).$$

На фиг. 4 приведены зависимости $u(y)$ для $y_f = 0,1$, $y_0 = \eta_{03}$ и $y_0 = \mu_{03}$. Во втором случае нет роста u при $y \rightarrow 0$.

Для малых y

$$\varphi \approx [(\pi y/2)^2 N_0(y_0) + J_0(y_0)].$$

С уменьшением y φ уменьшается. При $y \rightarrow 0$ $\varphi \rightarrow J_0(y_0)$. Если мал y_0 , то $\varphi \approx 1$. В колебательном режиме $\varphi \approx \lambda^{-1/4} \cos(y_0 - y)$.

Таким образом, в отличие от экспоненциального при равномерном выводе индуктивности апериодический в начале работы МКТ процесс не может сменяться колебательным, а колебательный при достаточно большом T сменяется к концу работы МКТ апериодическим.

3. Если $R \neq 0$, (1.1), (1.2) могут быть решены для ряда частных случаев.

Пусть R постоянно, $L_1 = L_0(1 - at)$. Тогда (1.1) запишется в виде

$$(1 - at)\ddot{I} + a(v - 2)\dot{I} + a^2\theta^2 I = 0,$$

где $v = R/aL_0$. С учетом начальных условий получим

$$i = [N_v(y_0)J_{v-1}(y) - J_v(y_0)N_{v-1}(y)](\pi y_0/2)(y/y_0)^{v-1}.$$

Здесь от R зависит показатель функции Бесселя, поэтому необходимо пользоваться зависимостями J_v и N_v от v и y [8]. Аналогично

$$u = [N_v(y_0)J_v(y) - J_v(y_0)N_v(y)](\pi y_0/2)(y/y_0)^v.$$

При $R = 0$ $v = 0$, при $R = -\dot{L}$ $v = 1$, в этом интервале критерий перехода к апериодическому режиму в зависимости от v будет для тока между η_{01} и μ_{11} . При $v > 1$ нет возрастания амплитуды тока, переход к апериодике с увеличением v сдвигается в сторону больших y . Для колебательного режима ($y \gg 1$, $y \gg v$)

$$i \approx \lambda^{(3-2v)/4} \cos(y_0 - y), \quad u \approx \lambda^{(1-2v)/4} \sin(y_0 - y).$$

Очевидно, что амплитуда I возрастает, если $v < 3/2$, амплитуда U — при $v < 1/2$.

Предположим теперь, что $L = L_0 \exp(-at)$ при постоянном R/L . Тогда из (1.1) имеем

$$\ddot{I} + a(v - 2)\dot{I} + (a^2\theta^2 e^{at} - v + 1)I = 0,$$

решение

$$I = [C_1 J_v(x) + C_2 N_v(x)] x^{-v/2},$$

где $\nu = R/aL$. При данных начальных условиях

$$C_1 = I_0[AN_\nu(x_0) - BN_{\nu+1}(x_0)], \quad C_2 = I_0[AJ_\nu(x_0) + BJ_{\nu+1}(x_0)],$$

где A и B — постоянные, выражающиеся довольно громоздкими многочленами, зависящими от ν и x_0 . Для больших x_0

$$i \approx [A \cos(x - x_0) + B \sin(x - x_0)](2/\pi)^{1/2} x^{(1-\nu)/2}.$$

Несколько проще выглядит эта зависимость при других начальных условиях.

При численном решении (1.1), (1.2) величину I_0 для более полного использования возможностей МКГ необходимо выбирать максимально возможной для данного генератора безотносительно от способа его создания в таком контуре. Если при постоянном I_0 уменьшать C , возрастает амплитуда первой волны U , а дальнейшее возрастание амплитуды U в ходе работы МКГ может быть менее существенным, такой режим фактически представляет разрыв начального тока.

Частота $(LC)^{-1/2}$ колебаний в контуре может превышать эквивалентную частоту, характерную для данного МКГ, при работе на индуктивную и омическую нагрузки определяющуюся в основном свойствами генератора. Это увеличит сопротивление генератора и вызовет дополнительные потери энергии. По-видимому, необходимы специальные разработки конструкции МКГ, предназначенные для работы с емкостной нагрузкой.

4. Эквивалентная схема МКГ с емкостью во вторичной цепи трансформатора представлена на фиг. 5, где L_1 и L_2 , R_1 и R_2 — соответственно индуктивности и сопротивления первичного и вторичного контуров, $L_1 = L_r + L_1$, L_r — рабочая индуктивность МКГ, L_{1r} — индуктивность первичной обмотки, $L_2 = L_{2r} + L_n$, L_2 — индуктивность вторичной обмотки, L_{12} — взаимная индукция, I_1 и I_2 — соответственно токи в первичном и вторичном контурах, определяющиеся уравнениями

$$(4.1) \quad \begin{aligned} L_1 \dot{I}_1 + (L_1 + R_1)I_1 + L_{12}\dot{I}_2 &= 0, \\ L_2 \ddot{I}_2 + R_2 \dot{I}_2 + L_{12}\ddot{I}_1 + I_2/C &= 0. \end{aligned}$$

При $R_1, R_2 = 0$, $U_0 = 0$, $I_{20} = 0$, $I_1 = \Phi_0/L_1 - L_{12}I_2/L_1$. Поскольку второй член по абсолютной величине становится по сравнению с первым заметным только в конце работы МКГ, то влияние I_2 на работу МКГ практически не сказывается даже при высокочастотных колебаниях во вторичной цепи; I_2 представляется суммой тока МКГ с индуктивностью L_2 вторичной цепи при отсутствии емкости и тока, колеблющегося в начале работы с частотой $\sim (L_2 C)^{-1/2}$, которая затем уменьшается. При $T \ll (L_2 C)^{1/2}$, где $L_2 = (L_1 - L_{12}^2/L_2) L_2^2/L_{12}^2$, колебания во вторичной цепи не возникают.

Если $L_1 = L_0/(1 + at)$ (такая зависимость, не столь характерная для МКГ, ближе подходит к выводу индуктивности секционированных спиралей), то при принятых допущениях (4.1) решается аналитически:

$$i_2 = [N_1(z_0)J_1(z) - J_1(z_0)N_1(z)]\pi z_0 l(1 + \alpha)/(k^2 z),$$

где $i_2 = -I_2 L_2 / L_{12} I_{10}$; $l = L_0 / L_{1r}$; $\alpha = L_n / L_{2r}$; k — коэффициент связи трансформатора; I_{10}, I_{20}, L_0 — начальные значения I_1, I_2, L_1 ; $\theta = 1/a \sqrt{L_2 C}$;

$$z = [2l/(\theta k^2)](1 + \alpha)^{1/2}[1 + \alpha - k^2(1 + at)/l]^{1/2}.$$

При работе МКГ z уменьшается от $z_0 = (2l/\theta k^2)\sqrt{(1 + \alpha)(1 + \alpha - k^2/l)}$ до $z_f = [2l/(\theta k^2)](1 + \alpha)(1 + \alpha - k^2)^{1/2}$. Если $z_f > \mu_{11}$, то i_2 имеет колебательную составляющую для больших z_f

$$i_2 \approx [2l(1 + \alpha)z_0^{1/2}/(k^2 z^{3/2})] \sin(z_0 - z).$$

При $z_0 < \eta_{11} i_2 \approx (1 - z_0^2/z^2) l(1 + \alpha)/k^2$, т. е. ток такой же, как в случае работы МКГ при отсутствии емкости во вторичном контуре.

Интегрируя выражение для i_2 , получим $u = F/\theta$, где $u = -U(L_2 C)^{1/2}/(I_{10} L_2)$; $F = [N_1(z_0)J_0(z) - J_1(z_0)N_0(z)] \times (\pi z_0/2) + 1$. Для больших z_f $u \approx [(z_0/z)^{1/2} \cos(z_0 - z) - 1]/\theta$, для малых z_0 $u \approx (z_0 - z)^2/2\theta z$.

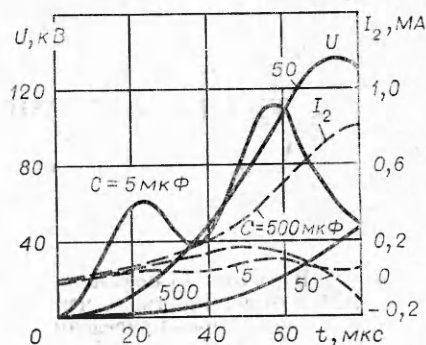
Отсюда $w_c = u^2 k^2/[l(1 + \alpha)]$, $w_m = i_2^2 \alpha k^2/[l(1 + \alpha)^2]$.

На фиг. 6 представлены зависимости $I_2(t)$ и $U(t)$, рассчитанные для трансформаторного генератора К-160 [9], нагруженного на различные емкости. Вторичная цепь генератора замыкается за 80 мкс до конца работы, на этом участке $L_1(t) \approx 91 \cdot 10^{-9} - 10,6 \cdot 10^{-4}t - 1,95t^2 + 6,2 \cdot 10^{-4}t^3$, $R_1(t) \approx 8,8 \cdot 10^{-5} - 0,83t$. Вторичная обмотка имеет 16 витков, $L_{1T} = 26$ нГ, $L_{2T} = 6,8$ мкГ, $L_{12} = 0,4$ мкГ, $k = 0,96$, $\alpha = 0,44$, $R_2 = 2 \cdot 10^{-2}$ Ом, $I_{10} = 5,4$ МА.

Рассмотренные примеры показывают, что при определенных условиях МКГ может эффективно работать и на емкостные нагрузки. Характер работы МКГ при этом может существенно отличаться от работы на индуктивные и омические нагрузки. Основное отличие связано с возможностью существования колебательной составляющей тока в МКГ. Даже при отсутствии омических сопротивлений магнитный поток в контуре МКГ может не сохраняться.

В колебательном режиме выходная энергия МКГ растет медленнее, но в аperiodическом она в основном сосредоточена только в индуктивности. Возможны и другие варианты схемы включения емкости, например: емкость, параллельная индуктивной или омической нагрузке, введение в цепи элементов коммутации токового контура и т. п.

Для работы с емкостными нагрузками целесообразно применять специально разработанные МКГ. Использование такого МКГ позволило бы, например, получать от конденсаторных батарей несколько равноценных токовых полуволн. Осуществление открытого колебательного контура с питанием от МКГ позволит преобразовать энергию МКГ в энергию радиоволн. Большой интерес может также представлять работа МКГ на линии с распределенными параметрами.



Фиг. 6

Поступила 5 VIII 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Людаев Р. З. и др. Магнитная кумуляция. — ДАН СССР, 1965, т. 165 № 1.
2. Биченков Е. И. Взрывные генераторы. — ДАН СССР, 1967, т. 174, № 4.
3. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. М.: Мир, 1972.
4. Комин А. В., Кучинский В. Г. Мощные импульсные источники питания. Обзор ОК-21. Л.: НИИЭФА, 1978.
5. Лидоренко И. С. Аномальная электрическая емкость и экспериментальные модели гиперпроводимости. — ДАН СССР, 1974, т. 216, № 6.
6. Павловский А. И., Босамыкин В. С. Безжелезные линейные индукционные ускорители. — Атомн. энергия, 1974, т. 37, № 3.
7. Carruthers R. The storage and transfer of energy. — In: High Magnetic Fields. N. Y., 1962.
8. Янке Е. и др. Специальные функции. М.: Наука, 1968.
9. Павловский А. И. и др. Формирование и передача на расстояние электромагнитных импульсов магнитокумулятивных генераторов. Магнитокумулятивные генераторы с трансформаторным выводом энергии. — В кн.: Доклады на II Междунар. конф. по генерированию мегатауссовых магнитных полей. Вашингтон, 1979.