

ОЦЕНКА ПРОЧНОСТИ СВАРНОГО СОЕДИНЕНИЯ С МАЛОЙ ДИСКООБРАЗНОЙ ТРЕЩИНОЙ

А. Б. БОРИНЦЕВ, И. Ю. ДЕВИНГТАЛЬ, Ю. А. НЕОБЕРДИН,
А. В. ШВЕЦОВ

(Ленинград)

Известно [1—3], что зона термического влияния (ЗТВ) сварного соединения из-за особенностей его изготовления находится в условиях действия неоднородных непрерывно изменяющихся напряжений. Из-за действия этих термических и структурно-фазовых технологических напряжений металл ЗТВ претерпевает необратимые деформации, которые снижают его способность к упрочнению при нагружении во время эксплуатации. Кроме того, в ЗТВ по этим же причинам могут возникать технологические трещины.

В данной работе рассматривается задача по оценке влияния на прочность сварного соединения малой дискообразной технологической трещины, расположенной в плоскости тонкой ЗТВ при действии на нее внешних напряжений. При этом характер поведения металла ЗТВ в соответствии с данными [1—4] может иметь следующие свойства:

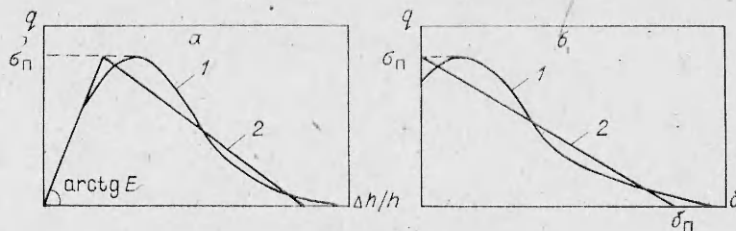
— упругие характеристики металла ЗТВ равны, а прочностные характеристики ниже, чем соответствующие характеристики окружающих объемов металла, это влечет за собой возможность локализации необратимых деформаций в относительно тонком слое металла ЗТВ, в то время как окружающие объемы металла остаются упругими;

— при одноосном растяжении сварного соединения в направлении, перпендикулярном плоскости ЗТВ (при отсутствии в ЗТВ начальных трещин), в условиях идеально мягкого нагружения разрушение металла ЗТВ происходит после небольшого деформационного упрочнения при достижении в нем предела прочности $\sigma_{\text{ц}}$, а в условиях идеально жесткого нагружения после достижения предела прочности при дальнейшем увеличении расхождения границ ЗТВ происходит плавное снижение нагрузки, связанное с накоплением уровня деформационной повреждаемости металла ЗТВ;

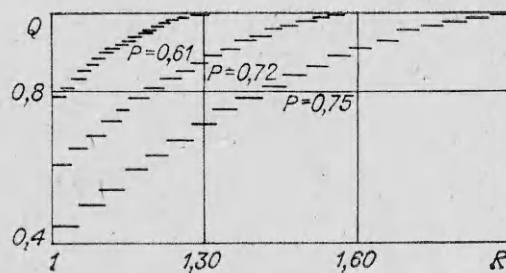
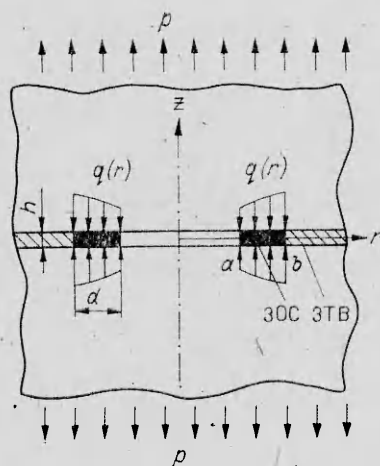
— при одноосном растяжении сварного соединения в направлении, перпендикулярном ЗТВ, в условиях промежуточных между идеально жестким и идеально мягким нагружением, после достижения предела прочности металла ЗТВ он ведет себя сначала, как в случае идеально жесткого нагружения, а после достижения в нем определенного уровня деформационной повреждаемости разрушается, как в случае идеально мягкого нагружения.

При рассмотрении поведения металла ЗТВ у края трещины оказывается целесообразным исходить из представления о полной диаграмме усилия — перемещение границ ЗТВ, которая завершается плавно понижающимся до нуля участком разупрочнения. Такая диаграмма изображена на фиг. 1, а кривой 1. При этом приняты следующие обозначения: h — начальная толщина ЗТВ; Δh — расхождение границ ЗТВ; q — усилия, приложенные по нормали к границам ЗТВ, отнесенные к единице площади поперечного сечения; $\sigma_{\text{ц}}$ — предел прочности металла ЗТВ; E — модуль упругости металла ЗТВ. При пониженной способности к упрочнению реальную диаграмму можно приближенно аппроксимировать кусочно-линейной диаграммой вида 2 на фиг. 1, а, состоящей из двух участков, один из которых соответствует условно упругому поведению металла ЗТВ вплоть до достижения предела прочности $\sigma_{\text{ц}}$, а другой — линейному разупрочнению металла ЗТВ после прохождения $\sigma_{\text{ц}}$. При этом хорошего приближения можно добиться, если при аппроксимации исходить из условия равенства площадей под реальной и аппроксимирующей ее диаграммами деформирования.

В силу сделанных допущений о поведении металла ЗТВ решение поставленной задачи об оценке статической прочности сварного соединения с малой плоской дискообразной трещиной можно строить на основе модели линейного разупрочнения металла в тонкой зоне необратимых деформаций, примыкающей к краю трещины [5—13]. Для этого нужно перестроить исходные диаграммы относительно необратимых перемещений $\delta = \Delta h - h\sigma_{\text{ц}}/E$ границ ЗТВ друг относительно друга, как показано на фиг. 1, б. Тогда идеализированная диаграмма сохранит лишь ниспадающий участок



Ф и г. 1



Ф и г. 3

Ф и г. 2

разупрочнения, показанный на фиг. 1, б линией 2. Уравнение этой линии имеет вид (1)

$$q = \sigma_{\Pi} (1 - \delta/\delta_{\Pi}), \quad 0 \leq \delta \leq \delta_{\Pi}.$$

Введенная здесь величина δ_{Π} имеет смысл предельного необратимого расхождения границ ЗТВ, при котором поверхность разрыва появляется в условиях идеально жесткого нагружения после плавного понижения усилий до нуля, и является постоянной металла ЗТВ при заданной технологии сварки. Она должна определяться из условия равенства площадей под реальной и аппроксимирующей ее диаграммами деформирования. В то же время площадь под диаграммой усилии — необратимое перемещение границ ЗТВ определяет работу, затрачиваемую на разрушение образца единичного поперечного сечения, вырезанного перпендикулярно ЗТВ, или энергию, необходимую для образования двух новых поверхностей разрыва разрушенного образца (см., например, [14, 15]). Обозначая через γ поверхностную энергию, необходимую для образования единицы новой поверхности, и используя для вычисления работы разрушения соотношение (1), нетрудно установить, что

$$(2) \quad \delta_{\Pi} = 4\gamma/\sigma_{\Pi}.$$

При отсутствии трудноосуществимой экспериментальной записи полной диаграммы усилии — перемещение границ ЗТВ в условиях идеально жесткого нагружения приведенное соотношение (2) позволяет оценивать входящую в (1) постоянную δ_{Π} через поверхностную энергию γ , методики экспериментального определения которой к настоящему времени разработаны. Кроме того, при наличии экспериментальных значений критического коэффициента интенсивности напряжений K_{Ic} , полученного на образцах достаточно большого размера с трещиной, ориентированной вдоль ЗТВ, используя (2), можно (см., например, [14, 15]) оценить величину δ_{Π} через величину K_{Ic} :

$$(3) \quad \delta_{\Pi} = 2(1 - \nu^2) \frac{\sigma_{\Pi}}{E} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_{\Pi}} \right)^2,$$

где ν — коэффициент Пуассона. Таким образом, введенная в (1) величина δ_{Π} связана с вязкостью разрушения металла ЗТВ и оказывается тем больше, чем больше эта вязкость. В данной работе исходя из соотношения (1) и оценки (3) ставится, а с использованием способов, предложенных в [11—13], решается задача об определении напряженного состояния и устойчивости разупрочняющегося металла ЗТВ вблизи фронта дискообразной технологической трещины, лежащей в плоскости ЗТВ.

Представим сварное соединение с ЗТВ в виде неограниченной упругой среды с модулем упругости E и коэффициентом Пуассона ν , в которой расположена плоская трещина, имеющая в плане форму круга радиуса a . Пусть среда на бесконечности растягивается равномерно распределенным внешним напряжением p в направлении, перпендикулярном плоскости трещины. Выберем цилиндрическую систему координат $Ozr\phi$ так, как показано на фиг. 2. Предполагается, что в процессе нагружения у края дискообразной трещины появляется тонкая кольцевая зона ослабленных связей (ЗОС), характеризующаяся наличием необратимых расхождений δ границ ЗТВ. Радиальный размер d этой зоны зависит от величины приложенной нагрузки, заранее неизвестен и должен находиться в процессе решения задачи. Реальная трещина радиуса a условно увеличивается на размер ЗОС так, что радиус мнимой дискообразной трещины становится равным $b = a + d$. Предполагается, что берега мнимой трещины на участке ЗОС от a до b взаимодействуют друг с другом в соответствии с соотношением (1), где под $q = q(r)$ и $\delta = \delta(r)$ понимаются силы взаимодействия и расхождение берегов мнимой трещины. Из решения задачи о плоской круговой трещине радиуса b к поверхностям которой приложены нормальные самоуравновешенные осесимметрич-

ные нагрузки $s(r)$, известно (см., например, [16]) выражение для расхождения берегов трещины:

$$(4) \quad \delta(r) = \frac{8(1-\nu^2)}{\pi E} \int_0^{\pi/2} \int_{r \sin \alpha}^{b \sin \alpha} \frac{s(t)t \, dt d\alpha}{\sqrt{t^2 - r^2 \sin^2 \alpha}}, \quad 0 \leq r \leq b.$$

Для рассматриваемой в данной работе задачи нагрузки $s(t)$ определяются по формуле

$$(5) \quad s(t) = \begin{cases} p & \text{для } 0 \leq t \leq a, \\ p - q(t) & \text{для } a \leq t \leq b. \end{cases}$$

Подставляя (1) и (5) в (4), получаем интегральное уравнение для определения сил взаимодействия $q(r)$ берегов мнимой трещины на участке ЗОС от a до b :

$$(6) \quad q(r) - \frac{1}{m} \left[\int_{\arcsin \frac{a}{r}}^{\arcsin \frac{a}{r} b \sin \alpha} \int_a^{b \sin \alpha} \frac{q(t)t \, dt d\alpha}{\sqrt{t^2 - r^2 \sin^2 \alpha}} + \int_{\arcsin \frac{a}{r}}^{\pi/2} \int_{r \sin \alpha}^{b \sin \alpha} \frac{q(t)t \, dt d\alpha}{\sqrt{t^2 - r^2 \sin^2 \alpha}} \right] = \\ = \sigma_{\Pi} - \frac{1}{m} p \sqrt{b^2 - r^2} \quad \text{при } a \leq r \leq b,$$

где

$$(7) \quad m = \pi E \delta_{\Pi} / [8(1-\nu^2)\sigma_{\Pi}].$$

Коэффициент m в этом уравнении является постоянной металла ЗТВ при заданной технологии сварки, имеет размерность длины и с учетом формулы (3) выражается в виде

$$(8) \quad m = (\pi/4)(K_{Ic}/\sigma_{\Pi})^2,$$

т. е. является характеристикой вязкости разрушения металла ЗТВ. Для определения неизвестного размера b , присутствующего в уравнении (6), его необходимо дополнить условием плавности смыкания берегов мнимой трещины:

$$d\delta(r)/dr|_{r=b} = 0.$$

С учетом (4) и (5) это условие записывается в виде

$$(9) \quad pb = \int_a^b \frac{q(t) \, dt}{\sqrt{b^2 - t^2}}.$$

Полученное интегральное уравнение (6) является уравнением Фредгольма второго рода с положительно определенным ядром. Его решение при произвольной правой части существует, и оно единственно, если коэффициент m не совпадает ни с одним из собственных чисел m_i ($m_i > m_{i+1} > 0$, $i = 1, 2, 3, \dots$) соответствующего однородного интегрального уравнения. Поскольку в интегральных членах уравнения (6) присутствует размер b , фактически каждое собственное число однородного интегрального уравнения является монотонно возрастающей функцией размера b или связанного с ним размера $d = b - a$. Увеличение приложенной нагрузки p влечет за собой согласно (9) увеличение размера b (или d), а это в свою очередь приводит к увеличению собственных чисел m_i соответствующего однородного интегрального уравнения. При этом, пока первое наибольшее собственное число m_1 будет меньше постоянной материала m , решение интегрального уравнения (6) будет существовать при произвольной правой части. Необходимое условие существования решения интегрального уравнения (6) впервые нарушается, когда m_1 становится равным m . Этот момент в соответствии с [11–13] отождествляется с моментом потери устойчивости трещины в исходной физической задаче*.

Определение собственного числа m_1 однородного интегрального уравнения, соответствующего интегральному уравнению (6), и решение последнего совместно с дополнительным условием (9) при $m_i \neq m$ осуществлялось в данной работе численными методами относительно безразмерных величин:

$$R = r/a, \quad T = t/a, \quad B = b/a, \quad D = d/a, \quad Q = q/\sigma_{\Pi}, \quad P = p/\sigma_{\Pi}, \quad M = m/a, \quad M_1 = m_1/a.$$

При этом отрезок $[1, B]$ разбивался на 20 интервалов, считалось, что на каждом интервале искомое напряжение $Q(R)$ постоянно, и интегральное уравнение (6) соответствующим образом для каждого заданного значения B аппроксимировалось системой линейных алгебраических уравнений двадцатого порядка, причем интегралы по α , входящие в определение коэффициентов этой системы, вычислялись по квадратур-

* Соответствующие критические значения искомых величин ниже отмечаются значком*.

Т а б л и ц а 1

D	0,100	0,200	0,300	0,400	0,500	0,600	0,700	0,800	0,900	1,000
M_1	0,106	0,210	0,313	0,413	0,512	0,610	0,707	0,802	0,896	0,990

ной формуле Гаусса с точностью до трех знаков включительно. После этого собственное число M_1 соответствующей однородной аппроксимирующей системы вычислялось для каждого заданного значения B по методу последовательных приближений Келлога [17] с точностью до трех знаков включительно. Решение аппроксимирующей системы для заданных значений $M \neq M_1$ осуществлялось методом последовательных исключений Гаусса отдельно для первого и второго члена (при $P = 1$) правой части уравнения (6) с последующим образованием линейной комбинации двух решений с неизвестным множителем P перед вторым членом и определением P из дополнительного условия (9).

Результаты расчетов первого собственного числа M_1 однородной аппроксимирующей системы представлены в табл. 1. Видно, что первое собственное число M_1 приблизительно линейно зависит от размера D зоны ослабленных связей, т. е. $M_1 \approx D$. Критическое состояние трещины наступает, когда M_1 достигает значения M . Соответствующий критический размер D_* зоны ослабленных связей оказывается приблизительно равным величине M . В размерных величинах с помощью оценки (8) можно записать следующее соотношение:

$$(10) \quad d_* = \frac{\pi}{4} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_{II}} \right)^2.$$

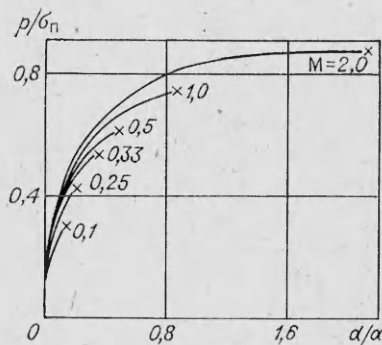
Заметим, что критический размер d_* зоны ослабленных связей для дискообразной трещины не зависит ни от величины приложенной нагрузки p , ни от размера исходной трещины a и определяется одной лишь постоянной материала m .

Решение алгебраической системы, аппроксимирующей уравнение (6), осуществлялось при заданном значении M и при увеличении размера D с некоторым шагом вплоть до превышения его критического значения D_* . Одновременно вычислялся определитель системы. При этом, как и ожидалось, определитель был положительным, пока размер D был меньше D_* , а как только размер D оказывался больше D_* , определитель менял знак и становился отрицательным. Заметим, что это обстоятельство удобно использовать при решении задач с линейным разупрочнением, так как оно позволяет решать вопрос об устойчивости трещины без привлечения специальных методов определения характеристических чисел путем простого наблюдения за знаком определителя, вычисляемого в ходе решения алгебраической системы, аппроксимирующей соответствующее интегральное уравнение.

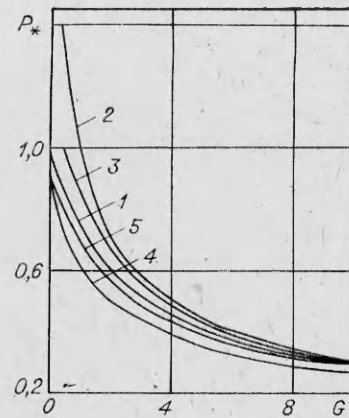
На фиг. 3 показано распределение напряжений в ЗОС, полученное в результате решения аппроксимирующей системы при $M_1 = 1$ для трех размеров ЗОС: $D = 0,3$; $0,6$ и $0,9$. Видно, что напряжение $Q(R)$ плавно повышается от некоторого значения Q (1) на краю трещины ($R = 1$) до единицы в конце ЗОС ($R = B$). С увеличением приложенной нагрузки P и с соответствующим увеличением размера ЗОС напряжение Q (1) на краю трещины снижается, принимая минимальное значение (для каждого заданного значения M свое) в критическом состоянии. Значения напряжений Q_* (1) в критическом состоянии для разных значений M приведены во второй строке табл. 2. Эти данные позволяют определить с помощью соотношения (1) соответствующие безразмерные критические раскрытия трещины $\delta_*(1)/\delta_{II}$, приведенные в третьей строке табл. 2. Анализ данных табл. 2 показывает, что ниспадающий участок диаграммы усилие — перемещение может быть устойчиво реализован почти полностью лишь при достаточно малых значениях M , что соответствует большим размерам трещины a или малым значениям постоянной материала m , это, согласно (8), соответствует малой вязкости разрушения металла ЗТВ. В противном случае, т. е. когда размер трещины a мал или когда металл ЗТВ достаточно вязок, ниспадающий участок диаграммы усилие — перемещение в устойчивом состоянии полностью не реализуется. В пределе бесконечно малого размера трещины ниспадающий участок диаграммы усилие — перемещение в рассматриваемых здесь условиях мягкого нагружения вообще не реали-

Т а б л и ц а 2

M	0,10	0,25	0,33	0,50	1,00	2,00
$Q_*(1)$	0,09	0,12	0,16	0,23	\ 0,39	0,56
$\delta_*(1)/\delta_{II}$	0,91	0,88	0,84	0,77	0,61	0,44



Ф и г. 4



Ф и г. 5

зается и разрушение происходит в соответствии со вторым предположением, сделанным в начале данной работы. При этом напряжение $q(r)$ в ЗОС становится приблизительно постоянным, равным $\sigma_п$.

На фиг. 4 показаны зависимости размера зоны ослабленных связей d/a от величины приложенной нагрузки $p/\sigma_п$, полученные для различных значений параметра M . Несмотря на то что вблизи фронта трещины предполагалось локальное разупрочнение металла ЗТВ, глобальная кривая, описывающая поведение металла с трещиной, имеет только возрастающий участок вплоть до наступления критического состояния, отмеченного на фиг. 4 крестиками, что и наблюдается в реальных опытах при мягком нагружении. При этом сопротивление разрушению металла ЗТВ с трещиной, описываемое глобальной кривой на фиг. 4, и соответствующие критические нагрузки p_* оказываются тем выше, чем больше значение параметра M , т. е. чем меньше размер исходной трещины a и чем больше постоянная материала m , прямо пропорциональная квадрату вязкости разрушения металла ЗТВ. В пределе бесконечно малого размера трещины критическая нагрузка p_* стремится к пределу прочности $\sigma_п$ бездефектного материала.

На фиг. 5 нормированные критические нагрузки $P_* = p_*/\sigma_п$ для дискообразной трещины, полученные в данной работе, сопоставляются с нормированными критическими нагрузками по другим, получившим наибольшее распространение критериям.

Критическая нагрузка для дискообразной трещины, полученная по теории крупного разрушения, определяется по формуле Зака (см., например, [16, 18])

$$P_* = \sqrt{\frac{\pi E \gamma}{2(1-\nu^2)a}}.$$

Соответствующая нормированная нагрузка с учетом (2), (7) запишется в виде

$$(11) \quad P_* = 1/\sqrt{G},$$

где $G = a/m$ — эквивалентный размер трещины.

В случае, когда напряжения в тонкой ЗОС у края дискообразной трещины постоянны и равны $\sigma_п$, что соответствует модели Леонова — Панасюка (см., например, [16]), размер зоны ослабленных связей d и раскрытие трещины $\delta(a)$ в зависимости от приложенной нагрузки p определяются соответственно по формулам

$$(12) \quad d = a[1/\sqrt{1 - (p/\sigma_п)^2} - 1];$$

$$(13) \quad \delta(a) = [8(1 - \nu^2)\sigma_п/\pi E]a[1 - \sqrt{1 - (p/\sigma_п)^2}].$$

Беря для этой модели в качестве постоянной металла ЗТВ предельное расхождение границ ЗТВ, равное $0,5 \sigma_п$ (так, чтобы площадь под диаграммой идеальной текучести при постоянном напряжении $\sigma_п$ равнялась площади под диаграммой разупрочнения, описываемой линией 2 на фиг. 1, б), предполагая, что раскрытие трещины $\delta(a)$ никогда (в том числе и в критическом состоянии) не превосходит предельного расхождения границ ЗТВ, т. е. $\delta(a) \leq 0,5 \sigma_п$, и используя соотношения (2), (7) и (13), получим верхнюю оценку для нормированной критической нагрузки

$$(14) \quad P_* = \sqrt{4G - 1}/(2G),$$

где G может принимать значения, большие 0,5. Подстановка (14) в (12) дает соответствующую верхнюю оценку для критического размера ЗОС: $d_* = 0,5m(1 - 0,5m/a)$, где $a > 0,5m$. Согласно этой формуле, наименьшая верхняя оценка для d_* имеет место

в случае бесконечно большой трещины и оказывается равной $0,5m$. Использование указанной величины $d_* = 0,5m$ в качестве нижней оценки критического размера ЗОС и подстановка его в (12) дают соответствующую нижнюю оценку нормированной критической нагрузки

$$(15) \quad P_* = \sqrt{4G+1}/(2G+1).$$

В аналогичных обозначениях можно записать известные (см., например, [18]) формулы для критических нагрузок у дискообразной трещины, исходя из общего интегрального вариационного принципа теории трещин, предложенного в [19]. При этом для случая постоянства раскрытия трещины и для случая пропорциональности раскрытия трещины величине приложенной нагрузки имеют место соответствующие следующие нормированные критические нагрузки:

$$(16) \quad P_* = (\sqrt{4G+1}-1)/(2G);$$

$$(17) \quad P_* = 1/\sqrt{G+1}.$$

Нагрузки P_* , вычисленные в данной работе исходя из решения интегрального уравнения (6) при заданном значении $M = 1/G$, превышают нагрузки, определенные по формуле (15), не более чем на 1%. Поэтому на фиг. 5 им соответствует кривая 1, кривые 2—5 соответствуют формулам (11), (14), (16) и (17). Сопоставление кривой 1 с кривыми 2—5 показывает, что если металл ЗТВ вязок или радиус трещины мал (пными словами, если G мало), то расхождения в результатах становятся заметными, причем формулы (11) и (14) перестают работать при значениях G , меньших соответственно значений 1 и 0,5. При $G = 0,5$ значение P_* , полученное по формуле (11), больше 1, что противоречит реальным опытам, значение P_* , полученное по формуле (14), превышает значение P_* , полученное в данной работе, на 14%, а значения P_* , полученные по формулам (15)—(17), меньше значения, полученного в данной работе, соответственно на 1; 17 и 7%. Приведенное сопоставление результатов показывает, что для рассматриваемой дискообразной трещины с линейным разупрочнением материала в тонкой ЗОС нормированные критические нагрузки достаточно точно можно определить по формуле (15) без осуществления численного решения интегрального уравнения (6). При этом величина критической нагрузки меньше соответствующих величин, полученных из моделей, основанных на представлении о неубывающей диаграмме деформирования, и больше соответствующих величин, полученных из консервативных оценок [18], не учитывающих конкретный характер поведения материала у кончика трещины.

В заключение отметим, что реальный металл ЗТВ в той или иной степени имеет тенденцию к упрочнению, в связи с этим для правильного описания поведения трещины необходимо использовать, вообще говоря, более сложную идеализированную диаграмму усиления — перемещение границ ЗТВ, включающую не только участки упругости и линейного разупрочнения, но и участок упрочнения. Идеализированная диаграмма, включающая участки упругости, упрочнения и разупрочнения, должна, очевидно, привести к повышению критической нагрузки при одном и том же размере эквивалентной трещины по сравнению с рассмотренной в данной работе диаграммой, включающей только участок упругости и разупрочнения, но имеющей ту же площадь, что и диаграмма с тремя участками. Поэтому при отсутствии экспериментальной записи полной диаграммы усиления — перемещение границ ЗТВ, но при наличии характеристики прочности σ_c и вязкости разрушения K_{Ic} металла ЗТВ для получения наиболее консервативной оценки критической нагрузки необходимо исходить из рассмотренной в данной работе идеализированной диаграммы с двумя участками, для которой предельное необратимое расхождение границ ЗТВ оценивается по формуле (3).

ЛИТЕРАТУРА

1. Технология электрической сварки металлов и сплавов плавлением. М.: Машиностроение, 1974.
2. Земзин В. Н., Шрон Р. З. Термическая обработка и свойства сварных соединений. Л.: Машиностроение, 1978.
3. Чарухина К. Е., Голованенко С. А., Мастеров В. А., Казаков Н. Ф. Биметаллические соединения. М.: Металлургия, 1970.
4. Махутов Н. А., Тананов А. И. и др. Методы определения характеристик вязкости разрушения плакированных металлов. — Завод. лаборатория, 1982, № 1.
5. Broberg K. V. Recent progress in applied mechanics. N. Y., 1967.
6. Новожиллов В. В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности. — ПММ, 1969, т. 33, № 2.
7. Гудьер Дж. Математическая теория равновесных трещин. — В кн.: Разрушение. М.: Мир, 1975, т. 2.
8. Макклиток Ф. Пластические аспекты разрушения. — В кн.: Разрушение. М.: Мир, 1976, т. 3.
9. Кадашевич Ю. И., Кузьмин М. А., Луценко А. Н. О локальных напряжениях разрушения и их влиянии на процесс деформирования. — В кн.: Статика и динамика сложных механических систем и строительных конструкций. Л.: ЛИСИ, 1981.

10. Степанов С. Л. Упругопластическое разрушение тонкой пластины с учетом утонения материала у вершины трещины. — В кн.: Прочность и надежность конструкций. Куйбышев: АИ, 1981.
11. Anderson H., Bergkvist H. Analysis of a non-linear crack model. — J. Mech. and Phys. Solids, 1970, vol. 18, N 1.
12. Petukhov I. M., Linkov A. M. The theory of post-failure deformations and the problem of stability in rock mechanics. — Int. J. Rock Mech. and Mining Sci. and Geomech. Abstr., 1979, vol. 16, N 2.
13. Боринцев А. Б. Об устойчивости тонкой локальной зоны необратимых деформаций. — В кн.: Проблемы механики деформируемого твердого тела. Л.: ЛГУ, 1982, вып. 14.
14. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974.
15. Райс Дж. Математические методы в механике разрушения. — В кн.: Разрушение. М.: Мир, 1975, т. 2.
16. Панасюк В. В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. Киев: Наук. думка, 1968.
17. Верлань А. Ф., Сучиков В. С. Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. Справочное пособие. Киев: Наук. думка, 1978.
18. Партон В. З., Морозов Е. М. Механика упругопластического разрушения. М.: Наука, 1974.
19. Морозов Е. П., Фридман Я. Б., Полак Л. С. О вариационных принципах развития трещин в твердых телах. — ДАН СССР, 1964, т. 156, № 3.

Поступила 28/II 1984 г.

УДК 539.376

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ЗАДАЧА СТАЦИОНАРНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ СТОХАСТИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

Н. Н. ПОПОВ, Ю. П. САМАРИН

(Куйбышев)

Приводится решение пространственной задачи стационарной нелинейной ползучести среды, когда упругими деформациями допустимо пренебречь. Среда считается стохастически неоднородной, так что тензоры напряжений и деформаций являются случайными функциями пространственных координат. Аналогичная задача для тонкой стохастически неоднородной пластинки в условиях плоского напряженного состояния рассматривалась в [1, 2].

Установлено, что случайные вариации механических свойств материала способны оказывать существенное влияние на оценку работоспособности конструкций в условиях ползучести, а использованный в данной работе метод линеаризации правомерно применять к довольно широкому классу реальных материалов. Показано также, что даже в случае, когда детерминированная часть тензора напряжений отвечает плоскому напряженному состоянию, флуктуации напряжений в направлении всех трех главных осей являются величинами одного порядка.

Пусть компоненты тензора напряжений σ_{ij} удовлетворяют уравнениям равновесия

$$(1) \quad \sigma_{ij,j} = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3),$$

а компоненты тензора скоростей деформаций ϵ_{ij} — условиям

$$(2) \quad \Lambda_{ijk} \Lambda_{lmn} \epsilon_{km,jn} = 0,$$

которые получаются из уравнений совместности для деформаций путем дифференцирования по времени (Λ_{ijk} — единичный антисимметричный псевдотензор).

Уравнения (1) и (2) замыкаются определяющим соотношением, которое принимается в соответствии с нелинейной теорией течения:

$$(3) \quad \epsilon_{ij} = A(\sigma_{ij} - (1/3)\delta_{ij}\sigma_{mm}).$$

Здесь A — случайная функция, описывающая стохастические свойства материала:

$$(4) \quad A = cs^n[1 + \alpha U(x_1, x_2, x_3)],$$

$$\langle U \rangle = 0, \langle U^2 \rangle = 1, 0 < \alpha < 1, s^2 = (1/2)(3\sigma_{ij}^* \sigma_{ij} - \sigma_{ii}^* \sigma_{jj}).$$

С помощью случайной функции $U(x_1, x_2, x_3)$ описываются флуктуации механических свойств, а число α играет роль коэффициента вариации этих свойств. Для реальных материалов α может изменяться в пределах от 0,05 до 0,5. Например, коэффициент вариации α для стали ЭИ 395, рассчитанный по результатам испытаний, заимствованный из [3], оказался равным 0,18, а для стали ЭИ 454 $\alpha = 0,39$.