УДК 532.522 : 538.4

УСТОЙЧИВОСТЬ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ СТРУИ НАМАГНИЧИВАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

В. Г. Баштовой, М. С. Краков

(Минск)

Как известно (см., например, [1]), условие устойчивости струйных течений идеальной жидкости определяется в конечном счете характером распределения давления в жидкости и его скачком на свободной поверхности струи. Так как распределение давления в намагничивающейся жидкости, как и скачок давления на ее свободной поверхности, определяется не только гидродинамическими величинами, но и магнитным полем, то следует полагать, что поведение струи намагничивающейся жидкости (в смысле ее устойчивости) будет существенно отличаться от поведения аналогичной струи немагнитной жидкости.

Поверхностные волны и устойчивость плоской свободной поверхности неподвижной бесконечно глубокой намагничивающейся жидкости изучались в ряде работ [2—5]. В этих работах установлен факт неустойчивости свободной поверхности в магнитном поле, нормальном к ней, определено критическое значение напряженности магнитного поля, выяснено стабилизирующее влияние тангенциального магнитного поля на распространяющиеся вдоль него возмущения поверхности. Механизм взаимодействия возмущений поля с бесконечно глубокой жидкостью с плоской поверхностью, приводящий к неустойчивости или стабилизации возмущений поверхности, должен проявиться и в случае струйных течений как течений со свободной поверхностью, однако на критическое значение поля и критическую длину волны окажут влияние не только параметры, определяющие устойчивость плоской поверхности бесконечно глубокой жидкости, но и изначальная кривизна поверхности, а также конечная толщина струи.

Одной из классических задач устойчивости струйных течений является задача об устойчивости осесимметричной вертикальной струи идеальной жидкости, рассмотренная еще в конце прошлого века Рэлеем [6], который показал, что такая струя всегда неустойчива: всякое возмущение с длиной волны, превышающей периметр струи, оказывается возрастающим во времени. Причиной неустойчивости являются силы поверхностного натяжения искривленной (цилиндрической) поверхности. Сила, действующая на единицу поверхности намагничивающейся жидкости, определяется не только поверхностным натяжением, но и магнитным полем. Кроме того, неоднородный характер магнитного поля приводит к неоднородному распределению давления в намагничивающейся жидкости, что существенно влияет на устойчивость поверхности жидкости. Таким образом, устойчивость осесимметричной струи намагничивающейся жидкости в магнитном поле должна иметь существенные отличия от устойчивости аналогичной струи немагнитной жидкости.

1. Постановка задачи. Движение идеальной намагничивающейся жидкости, полагающейся нетепло- и неэлектропроводной, в пренебрежении ее внутренним моментом импульса описывается системой уравнений [7, 8]

$$\rho\,[\partial\mathbf{v}/\partial t+(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}]=-\nabla p+\rho\mathbf{g}+\mu_0M\nabla H,\quad \operatorname{div}\mathbf{v}=0,$$
$$\operatorname{rot}\mathbf{H}=0,\quad \operatorname{div}\mathbf{B}=0, \tag{1.1}$$
$$\mathbf{B}=\mu\mathbf{H}=\mu_0(\mathbf{H}+\mathbf{M}),\quad \mathbf{M}=[M(H)/H]\mathbf{H}$$

с граничными условиями на свободной поверхности, разделяющей среды 1 и 2 [9]:

$$\{p+(1/2)\mu_0(\mathbf{M}\cdot\mathbf{n})^2\}=\alpha(1/R_1+1/R_2), \tag{1.2}$$
$$\{\mathbf{B}\cdot\mathbf{n}\}=0,\quad \{\mathbf{H}\times\mathbf{n}\}=0,$$

где $\{a\}=a_1-a_2$; **M** — магнитный момент единицы объема намагничивающейся жидкости; **B** и **H** — индукция и напряженность магнитного поля в жидкости; $\mathbf{n}$ — вектор нормали к свободной поверхности; p включает в себя гидростатическое давление в совокупности с давлением, обусловленным магнитострикционным эффектом (см., например, [4]); α — коэффициент поверхностного натяжения; R_1 и R_2 — главные радиусы кривизны.

Рассмотрим вертикальную цилиндрическую (радиуса a) струю намагничивающейся жидкости с проницаемостью μ, окруженную средой, плотностью и намагниченностью которой можно пренебречь. Струя находится во внешнем магнитном поле $\mathbf{H}_2 = \{H_{2r}(r),\ H_{2\theta}(r),\ H_{2z}\}$, являющемся решением уравнений Максвелла и не нарушающем аксиальную симметрию струи (здесь $r,\ \theta,\ z$ — цилиндрические координаты, причем ось z совпадает с осью струи). Примером такого поля является поле $\mathbf{H}_2 = \{A/r,\ B/r,\ H_{2z} = \mathrm{const}\}$*.

Устойчивость описанной струи изучим в приближении, линейном относительно малых возмущений скорости $\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0$, давления $p' = p - p_0$, напряженности магнитного поля $\mathbf{h}_{1,2} = \mathbf{H}_{1,2} - \mathbf{H}^0_{1,2}, H'_{1,2} = H_{1,2} - H^0_{1,2}$ и намагниченности $\mathbf{m}_{1,2} = \mathbf{M}_{1,2} - \mathbf{M}^0_{1,2},\ M'_{1,2} = M_{1,2} - M^0_{1,2}$ (нулем помечены равновесные значения физических величин).

Перейдем в систему отсчета, в которой струя покоится. Тогда, вводя потенциалы возмущений скорости $\mathbf{v}' = -\nabla\varphi$ и напряженности магнитного поля $\mathbf{h}_{1,2} = -\nabla\Psi_{1,2}$ (индексы 1 и 2 относятся к полю внутри и вне струи соответственно) и линеаризуя уравнения (1.1) и граничные условия (1.2), получим уравнения для потенциалов малых возмущений (полагая зависимость намагниченности от магнитного поля линейной: $\mathbf{M} = \chi\mathbf{H}$)

$$\Delta\varphi = 0,\ \Delta\Psi_1 = 0,\ \Delta\Psi_2 = 0,$$

решения которых должны удовлетворять условиям на свободной поверхности

$$\rho\frac{\partial\psi}{\partial t} + (\mu - \mu_0)H_1\frac{\partial H_1}{\partial r}\zeta + (\mu - \mu_0)(\mathbf{H}_1\cdot\mathbf{h}_1) = \frac{(\mu-\mu_0)^2}{\mu_0}\Big(-H_{1r}\frac{\partial H_{1r}}{\partial r}\zeta - $$
$$- H_{1r}h_{1r} + H_{1z}H_{1r}\frac{\partial\zeta}{\partial z} + \frac{1}{a}H_{1r}H_{1\theta}\frac{\partial\zeta}{\partial\theta}\Big) + \alpha\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{a^2}\left(\zeta + \frac{\partial^2\zeta}{\partial\theta^2}\right) - \frac{\partial^2\zeta}{\partial z^2}\right], \tag{1.3}$$

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} - -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)_{r=a},\quad \mu_0 h_{2r} - \mu_1 h_{1r} = (\mu-\mu_0)\left(H_{2z}\frac{\partial\zeta}{\partial z} + \frac{1}{a}H_{2\theta}\frac{\partial\zeta}{\partial\theta}\right),$$

$$h_{2z} - h_{1z} = \frac{\mu-\mu_0}{\mu_0}H_{2r}\frac{\partial\zeta}{\partial z},\quad h_{2\theta} - h_{1\theta} = \frac{\mu-\mu_0}{\mu_0}H_{2r}\frac{\partial\zeta}{\partial\theta}\frac{1}{a},$$

а также условиям конечности возмущений при $r = 0$ и затухания их при $r \to \infty$. Здесь $\zeta = r - a$ есть малое радиальное отклонение точек свободной поверхности струи от равновесной цилиндрической поверхности, кроме того, в силу граничных условий для равновесной конфигурации поля $H_{2\theta} = H_{1\theta}$, $H_{2z} = H_{1z}$, $\mu_0 H_{2r} = \mu H_{1r}$ (здесь, как и в условиях (1.3), все равенства должны выполняться при $r = a$, как и везде ниже, опущен нуль, отмечающий равновесные величины).

2. Дисперсионное уравнение и его анализ. Вследствие того, что вид решения уравнения Лапласа в цилиндрических координатах существенно зависит от того, периодично ли оно вдоль оси симметрии, рассмотрим возмущения поверхности заданными в виде суммы двух независимых слагаемых $\zeta = \zeta_1 + \zeta_2 = \delta_1\exp(is\theta - i\omega t) + \delta_2\exp(il\theta + ik_z z - i\omega t)$, первое

---

* В работе [12] исследовалась устойчивость струи магнитной жидкости в соленоидальном поле $\mathbf{H}_2 = \{0,\ 0,\ H_{2z} = \mathrm{const}\}$.

из которых периодично лишь по углу θ ($k_z = 0$), а второе — по обеим координатам θ и z. Вследствие периодичности решения по углу θ s и l — целые числа, принимающие независимо друг от друга все значения $s > 0$, $l \geqslant 0$ ($s = 0$ соответствует тривиальному решению $\varphi = \text{const}$). Линейная постановка задачи логично приводит к предположению о пропорциональности возмущений физических величин возмущениям поверхности, т. е. заданию их в виде $f(r, \theta, z) = f_1(r)\zeta_1 + f_2(r)\zeta_2$. Общее решение уравнения Лапласа для таких возмущений есть $f_1 = a_1 r^s + a_2 r^{-s}$, $f_2 = a_3 I_l(k_z r) + a_4 K_l(k_z r)$, где I_l и K_l — модифицированные функции Бесселя; a_i — коэффициенты, определяемые из граничных условий. Подстановка этого решения в граничные условия приводит к двум независимым дисперсионным уравнениям

$$\rho\omega^2 = \frac{s}{a}\left[-(\mu-\mu_0)H_1\frac{\partial H_1}{\partial r} - \frac{(\mu-\mu_0)^2}{\mu_0}H_{1r}\frac{\partial H_{1r}}{\partial r} + \alpha\frac{s^2-1}{a^2} + \frac{s}{a}\frac{(\mu-\mu_0)^2}{\mu_0(\mu+\mu_0)}\left(-H_{1r}^2\mu + H_{1\theta}^2\mu_0\right)\right]; \tag{2.1}$$

$$\rho\omega^2 = k_z\frac{I_l'(k_z a)}{I_l(k_z a)}\left\{-(\mu-\mu_0)H_1\frac{\partial H_1}{\partial r} + k_z\frac{(\mu-\mu_0)^2\left[\mu K_l' I_l' H_{1r}^2 + \mu_0 K_l I_l\left(H_{1z} + lH_{1\theta}^2/k_z a\right)^2\right]}{\mu_0\left(\mu K_l I_l' - \mu_0 K_l' I_l\right)} - \frac{(\mu-\mu_0)^2}{\mu_0}H_{1r}\frac{\partial H_{1r}}{\partial r} + \alpha\frac{k_z^2 a^2 + l^2 - 1}{a^2}\right\}, \tag{2.2}$$

описывающим поведение возмущений с $k_z = 0$ (уравнение (2.1)) и с $k_z \neq 0$ (уравнение (2.2)). В обоих уравнениях значения напряженности поля и его градиента берутся при $r = a$.

Наличие градиента магнитного поля, направленного к центру (что обычно имеет место в осесимметричных полях), приводит к сжатию цилиндрического столба жидкости, что в некоторой степени аналогично пинч-эффекту для электропроводных жидкостей (плазмы) [10]. Однако влияние магнитного поля на устойчивость этого столба оказывается совершенно иным. В самом деле, как уже указывалось выше, цилиндрическая струя обычной жидкости всегда неустойчива, в то время как из уравнения (2.2) следует, что осесимметричная струя намагничивающейся жидкости заведомо неустойчива, если

$$G \equiv -(\mu-\mu_0)H_1\frac{\partial H_1}{\partial r} - \frac{(\mu-\mu_0)^2}{\mu_0}H_{1r}\frac{\partial H_{1r}}{\partial r} - \frac{\alpha}{a^2} < 0 \tag{2.3}$$

(только в этом случае всегда найдется число k_z, достаточно малое, чтобы при $l = 0$ выражение в фигурных скобках было отрицательным и $\omega^2 < 0$, что и ведет к неустойчивости), т. е. наличие достаточно сильного градиента поля, направленного к центру, стабилизирует цилиндрический объем магнитной жидкости, в то время как самосжимающийся плазменный шнур (пинч-эффект) всегда неустойчив. В смысле влияния на устойчивость величина, стоящая в левой части неравенства (2.3), для цилиндрического столба жидкости играет ту же роль, какую для плоской поверхности раздела двух жидкостей играет величина $(\rho_1 - \rho_2)g$. Так, появление неустойчивости Рэлея — Тэйлора плоской поверхности определяется условием $(\rho_1 - \rho_2)g < 0$ (плотность нижней жидкости ρ_1), в то время как условие (2.3), являющееся его аналогом, определяет неустойчивость цилиндрической поверхности.

Продолжая исследование уравнения (2.2), отметим, что невыполнение условия (2.3) является необходимым, но недостаточным требованием, гарантирующим устойчивость осесимметричной струи. Так как $K_l'/K_l < 0$, $I_l'/I_l > 0$, то для достаточно сильного радиального поля, точнее — удовлетворяющего условию

$$\mu\left|\frac{K_l'(k_za)}{K_l(k_za)}\right|\frac{I_l'(k_za)}{I_l(k_za)}H_{1r}^2 > \mu_0\frac{(\mathbf{H}_\tau\cdot\mathbf{k})^2}{k_z^2} + (G+\alpha k^2)\left[\mu\frac{I_l'}{I_l} + \right.$$
$$\left. + \mu_0\left|\frac{K_l'}{K_l}\right|\right]\frac{\mu_0}{(\mu-\mu_0)^2k_z},$$

равновесная цилиндрическая поверхность становится неустойчивой. Для определения границы устойчивости необходимо минимизировать полученное условие по всем возможным значениям k_z и l, т. е. определить параметры наиболее неустойчивого возмущения и соответствующее ему критическое значение поля H_{1r}^*, определяемое условием

$$(2.4)\qquad (H_{1r}^*)^2 = \min_{k_z,l}\left(\left\{\mu_0\frac{(\mathbf{H}_\tau\cdot\mathbf{k})^2}{k_z^2} + \left[\mu\frac{I_l'}{I_l} + \mu_0\left|\frac{K_l'}{K_l}\right|\right]\frac{\mu_0}{(\mu-\mu_0)^2k_z}\times\right.\right.$$
$$\left.\left.\times(G+\alpha k^2)\right\}\frac{1}{\mu}\frac{I_l}{I_l'}\left|\frac{K_l}{K_l'}\right|\right).$$

Здесь $\mathbf{k} = (0,\ l/a,\ k_z)$, $\mathbf{H}_{1\tau} = \{0,\ H_{1\theta},\ H_{1z}\}$.

Минимизация условия (2.4) по всем k_z, l не представляется аналитически возможной в общем виде, поэтому рассмотрим предельные случаи, позволяющие избавиться от функций Бесселя.

Пусть $k_za \gg 1$, но при этом $l\sim 1$. В этом случае $I_l'/I_l\to 1$, $K_l'/K_l\to$ $\to -1$ и условие (2.4) принимает вид

$$(2.5)\qquad (H_{1r}^*)^2 = \min_{k_z,l}\left\{\frac{\mu_0}{\mu}\frac{(\mathbf{H}_\tau\cdot\mathbf{k})^2}{k_z^2} + (G+\alpha k^2)\frac{\mu_0(\mu+\mu_0)}{\mu(\mu-\mu_0)^2k_z}\right\} =$$
$$= \min_{k,\beta}\left\{\frac{\mu_0}{\mu}\frac{H_\tau^2\cos^2(\gamma-\beta)}{\cos^2\beta} + \left(\frac{G}{k}+\alpha k\right)\frac{\mu_0(\mu+\mu_0)}{\mu(\mu-\mu_0)^2\cos\beta}\right\},$$

где β — угол между волновым вектором $\mathbf{k}$ и осью z $(-\pi/2 < \beta < \pi/2)$; γ — угол между тангенциальной составляющей поля $\mathbf{H}_\tau$ и осью z. Минимизация условия (2.5) по k приводит к условию

$$(2.6)\qquad (H_{1r}^*)^2 = \min_{\beta}\left\{\frac{\mu_0}{\mu}\frac{H_\tau^2\cos^2(\gamma-\beta)}{\cos^2\beta} + 2\sqrt{\alpha G}\frac{\mu_0(\mu+\mu_0)}{\mu(\mu-\mu_0)^2\cos\beta}\right\},$$

причем k^*, соответствующее минимуму, есть

$$(2.7)\qquad k^* = \sqrt{G/\alpha}$$

и не зависит от β. Выражение под знаком min в (2.6) состоит из двух слагаемых, каждое из которых имеет ясный физический смысл по отношению к их влиянию на направление наиболее «опасных» для устойчивости возмущений. Первое слагаемое минимально для $\beta = \gamma + \pi/2$, т. е. тангенциальное магнитное поле выделяет возмущения, распространяющиеся нормально его направлению. Второе слагаемое минимально для $\beta = 0$, т. е. осевая симметрия задачи выделяет возмущения, распространяющиеся вдоль оси (действительно, наиболее «опасными» для устойчивости обычной жидкости являются возмущения с $l = 0$). Взаимодействие этих двух механизмов приводит к некоему новому направлению наиболее «опасных» возмущений.

Если $\mathbf{H}_\tau = 0$, то первое слагаемое равно нулю, вследствие чего минимум имеет место при $l = 0$; при этом

$$(H_{1r}^*)^2 = 2\sqrt{\alpha G}\,\frac{\mu_0(\mu+\mu_0)}{\mu(\mu-\mu_0)^2}. \tag{2.8}$$

Если же $\mathbf{H}_\tau \neq 0$, то непосредственное дифференцирование (2.6) по β приводит к тригонометрическому уравнению для β^*

$$\frac{\mu_0}{\mu} H_\tau^2 \sin\gamma\cos(\beta^* - \gamma) + \sin 2\beta^* \sqrt{\alpha G}\,\frac{\mu_0(\mu+\mu_0)}{\mu(\mu-\mu_0)^2} = 0, \tag{2.9}$$

определяющему направление наиболее «опасных» возмущений. Как видим, это направление определяется как величиной и направлением поля $\mathbf{H}_\tau$, так и прочими характеристиками задачи.

Отметим, что при $\beta - \gamma \neq \pi/2$ критическое поле H_{1r}^* больше значения (2.8), т. е. тангенциальное поле $\mathbf{H}_\tau$ не только изменяет направление наиболее «опасных» возмущений, но и создает дополнительный запас устойчивости.

В самом деле, если $\gamma = \pi/2$, то оба физически выделенных направления (нормальное полю и коллинеарное оси струи) совпадают и $\beta = 0$. Так как $\gamma - \beta = \pi/2$, то критическая величина поля снова определяется (2.8), т. е. азимутальное поле фактически не оказывает влияния на возмущения с $k_z \neq 0$. Если же $\gamma = 0$, то из (2.9) находим, что $\beta = 0$, однако теперь критическая напряженность поля увеличивается на $\mu_0 H_\tau^2/\mu$ по сравнению со случаем только радиального поля.

Если $k_z a \gg 1$ и $l \gg 1$, то $I_l'/I_l \approx k/k_z$ и $K_l'/K_l \approx -k/k_z$ и из условия (2.4) получим

$$(H_{1r}^*)^2 = \min_\beta \left\{\frac{\mu_0}{\mu} H_\tau^2 \cos^2(\gamma - \beta) + 2\sqrt{\alpha G}\,\frac{\mu_0(\mu+\mu_0)}{\mu(\mu-\mu_0)^2}\right\}, \tag{2.10}$$

причем k^* снова определяется выражением (2.7), а наиболее «опасными» являются возмущения, распространяющиеся в поперечном полю $\mathbf{H}_\tau$ направлении. Выражение (2.10), полученное в приближении $k_z a \gg 1$, $l \gg 1$, как и следовало ожидать, совпадает с соответствующим выражением, полученным для плоской поверхности, с той лишь разницей, что роль ρg играет величина G.

Что касается возмущений с $k_z = 0$, описываемых уравнением (2.1), то они приводят к неустойчивости струи, если

$$H_{1r}^2\mu - H_{1\theta}^2\mu_0 > \frac{\mu_0(\mu+\mu_0)}{(\mu-\mu_0)^2}\,\frac{a}{s}\left(G + \alpha\,\frac{s^2}{a^2}\right),$$

откуда

$$(H_{1r}^*)^2 = \frac{\mu_0}{\mu}(\mathbf{H}_\tau\cdot\mathbf{k}_0)^2 + 2\sqrt{\alpha G}\,\frac{\mu_0(\mu+\mu_0)}{\mu(\mu-\mu_0)^2}, \tag{2.11}$$

причем $\mathbf{k}_0 = \{0,\ 1,\ 0\}$, и $k^* = s^*/a = \sqrt{G/\alpha}$.

Так как возмущения периодичны по θ, то s^* должно быть целым. Если $a\sqrt{G/\alpha}$ не есть целое число, то критическое число s^* отвечает тому из чисел $[a\sqrt{G/\alpha}]$ и $[a\sqrt{G/\alpha}] + 1$, для которого меньше величина H_{1r}^* (здесь

$[a]$ означает целую часть числа a). Как видим, наличие поля $H_{1\theta}$ увеличивает пороговую величину поля, выше которой возмущения с $k_z = 0$ неустойчивы.

Таким образом, наличие тангенциального поля оказывает, в отличие от плоской поверхности, существенное влияние на появление неустойчивости осесимметричной струи. В самом деле, при наличии поля $\mathbf{H}_\tau = \{0, H_\theta, H_z\}$ направление наиболее «опасных» возмущений с $k_z \neq 0$ вследствие влияния осевой симметрии неперпендикулярно вектору $\mathbf{H}_\tau$ (что имело место для плоской поверхности), из-за чего критическая величина поля H^*_{1r} становится больше, чем в отсутствие касательного поля $\mathbf{H}_\tau$. Если составляющая касательного поля H_θ отлична от нуля, то возрастает порог неустойчивости и для возмущений с $k_z = 0$. То, какие из возмущений (с $k_z = 0$ или с $k_z \neq 0$) начнут развиваться раньше, зависит от сравнения соответствующих критических значений поля, однако в общем случае оба порога выше, чем при $\mathbf{H}_\tau = 0$. Еще раз отметим, что изменение порога имеет место при наличии у поля $\mathbf{H}_\tau$ как азимутальной, так и аксиальной компонент. Наличие лишь одной компоненты (порог остается неизменным) изменяет вид развивающихся возмущений: наиболее неустойчивы возмущения с волновым вектором, перпендикулярным имеющейся компоненте тангенциального поля. Если тангенциальное поле отсутствует, оказывается, что то, какой из двух типов возмущений (с $k_z = 0$ или с $l = 0$) более неустойчив в радиальном поле, определяется магнитной проницаемостью жидкости. Из сравнения минимумов выражений (2.4) при $l = 0$ и (2.11), например, для струи радиусом $a = 5\sqrt{\alpha/G}$, следует, что для $\mu/\mu_0 < 1{,}35$ более неустойчивы возмущения с $k_z = 0$, а для $\mu/\mu_0 > 1{,}35$ ситуация противоположна: порог меньше для возмущений с $l = 0$.

Стабилизирующее действие однородного аксиального магнитного поля оказалось легко наблюдаемый экспериментально. В проведенных авторами опытах вертикальная цилиндрическая струя намагничивающейся жидкости имела в критической точке, где она разбивается на капли, отстоящей от начала истечения на расстоянии 58 мм, диаметр 1 мм и полностью стабилизировалась на всем экспериментальном участке длиной 150 мм вертикальным однородным магнитным полем напряженностью 130 кА/м. При этом намагниченность жидкости составляла 12 кА/м.

Кроме того, изменяя расход жидкости, удавалось даже добиться перехода изначально капельного режима течения в струйный при включении поля указанной напряженности.

Авторы выражают благодарность Ю. Д. Баркову и В. И. Архипенко за помощь в проведении эксперимента.

Поступила 6 VI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бай Ши-и.** Теория струй. М., ГИФМЛ, 1960.
2. **Cowley M. D., Rosensweig R. E.** The interfacial stability of a ferromagnetic fluid.— «J. Fluid Mech.», 1967, vol. 30, pt 4, p. 671—688.
3. **Zelaso R. E., Melcher J. R.** Dynamics and stability of ferrofluids: surface interactions.—«J. Fluid Mech.», 1969, vol 39, N 1.
4. **Тарапов И. Е.** Поверхностные волны и неустойчивость свободной поверхности намагничивающейся жидкости.— ПМТФ, 1974, № 4.

5. **Баштовой В. Г., Краков М. С.** О возбуждении волн на поверхности магнитной жидкости бегущим магнитным полем.— «Магнитн. гидродинамика», 1977, № 1.
6. **Стретт Дж. В. (Лорд Рэлей).** Теория звука. Т. 2. М., ГИТТЛ, 1955.
7. **Neuringer J. L., Rosensweig R. E.** Ferrohydrodynamics.— «Phys. Fluids», 1964, vol. 7, N 12.
8. **Баштовой В. Г., Берковский Б. М.** Термомеханика ферромагнитных жидкостей.— «Магнитн. гидродинамика», 1973, № 3.
9. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Электродинамика сплошных сред. М., Физматгиз, 1959.
10. **Берковский Б. М., Орлов Л. П.** К исследованию формы свободной поверхности и аналога пинч-эффекта в намагничивающихся жидкостях.— «Магнитн. гидродинамика», 1973, № 4.
11. **Тарапов И. Е.** Некоторые вопросы гидростатики намагничивающихся и поляризующихся сред.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1974, № 5.
12. **Тактаров Н. Г.** Распад струи магнитной жидкости.— «Магнитн. гидродинамика», 1975, № 2, с. 35—38.

УДК 532.5 : 532.135

ПРИСТЕННОЕ ТУРБУЛЕНТНОЕ ДВИЖЕНИЕ СЛАБЫХ РАСТВОРОВ ПОЛИМЕРОВ В ГЛАДКИХ ТРУБАХ

Ф. Г. Галимзянов

(Уфа)

Экспериментально установлено, что при турбулентном движении жидкости добавка растворимого полимера придает дополнительные свойства этому движению. Наиболее существенным новым свойством является снижение гидравлического сопротивления такого раствора. Анализ результатов экспериментов [1—4] показывает, что молекулы полимера уменьшают величины турбулентной вязкости слабого полимерного раствора в сравнении с турбулентной вязкостью обычной жидкости. Механизм изменения величины турбулентной вязкости можно объяснить снижением молекулами полимера интенсивности продольных и поперечных пульсаций скоростей в турбулентном ядре потока.

Известно, что незначительные полимерные добавки в жидкость не влияют на свойства ламинарного движения. Поэтому можно считать, что слабые полимерные растворы на вязкий подслой непосредственно влияния не оказывают. Утолщение вязкого подслоя [1, 5, 6] можно объяснить только вторичным влиянием турбулентного ядра на этот подслой. Это имеет место потому, что новое равновесие между пониженным касательным напряжением Рейнольдса в ядре потока и касательным напряжением на границе вязкого подслоя происходит за счет утолщения этого подслоя.

Таким образом, модель пристенного турбулентного движения слабых растворов полимеров представляется состоящей из вязкого подслоя, обладающего физико-механическими свойствами (коэффициентами переноса) основной жидкости, и турбулентного ядра с пониженными параметрами турбулентного переноса под действием молекул полимера. Между вязким подслоем и турбулентным ядром возникает кинематическое и динамическое взаимодействие. Это взаимодействие нестационарное, однако при экспериментальных исследованиях кинематические параметры осредняются в пространстве и во времени.

Принятая модель турбулентного движения позволяет использовать уравнение Буссинеска с учетом влияния полимерных добавок