

4. Аксенов А. В., Городцов В. А., Стурова И. В. Моделирование обтекания цилиндра стратифицированной идеальной несжимаемой жидкостью. — М., 1986. — (Препр./АН СССР, Ин-т пробл. механики; № 282).
 5. Ламб Г. Гидродинамика. — М.; Л.: Гостехиздат, 1947.
 6. Карман Т. Сверхзвуковая аэродинамика. — М.: ГИТЛ, 1948.

г. Москва

Поступила 11/XII 1989 г.

УДК 532.517.4 + 532.526

О. Б. Буднева, О. А. Лихачёв

ВОЗНИКНОВЕНИЕ КОГЕРЕНТНОГО КРУПНОМАСШТАБНОГО ДВИЖЕНИЯ В ПЛОСКОМ ТУРБУЛЕНТНОМ СЛЕДЕ

В работе представлены результаты теоретического исследования отклика турбулентного плоского следа на внешнее гармоническое возмущение. Идеиные предпосылки и используемый подход к данной проблеме изложены в [1]. Кроме иной, чем в [1], геометрии течения, здесь рассматривается влияние изменения турбулентной вязкости поперек потока на развитие крупномасштабных возмущений.

1. Автомодельный турбулентный плоский след. Согласно [1], для автомодельного следа введем турбулентное число Рейнольдса

$$(1.1) \quad \text{Re}_\tau = u_0 b / \nu_\tau (\equiv \text{const}),$$

где $\nu_\tau(X) \sim u_0 b$ — характерная турбулентная вязкость в поперечном сечении следа при продольной координате $X = (x - x_0)$, отсчитываемой от фиктивного начала x_0 ; u_0 , b — локальные масштабы скорости и длины. Последний вводится соотношением

$$(1.2) \quad b = (\nu_\tau X / U_\infty)^{1/2}.$$

Сила сопротивления тела при его обтекании потоком со скоростью U_∞ имеет вид

$$(1.3) \quad F = \rho \int_{-\infty}^{\infty} U(U - U_\infty) dy \quad (\equiv \rho U_\infty^2 \theta)$$

(θ — толщина потери импульса). Среднюю скорость течения в дальних автомодельных следах представим как

$$(1.4) \quad U = U_\infty [1 - \varepsilon \varphi_0(\eta)], \quad V = U_\infty \varepsilon^2 \gamma_0(\eta)$$

($\varepsilon = u_0 / U_\infty \ll 1$, $\eta = y/b$ — безразмерная поперечная координата). Соотношение (1.3) перепишем следующим образом:

$$(1.5) \quad \theta = \varepsilon b J_1 - \varepsilon^2 b J_2, \quad J_n = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_0^n(\eta) d\eta, \quad n = 1, 2.$$

Пренебрегая в (1.5) членом порядка $O(\varepsilon^2)$ и используя соотношения (1.1) и (1.2), получим выражения для локальных масштабов

$$(1.6) \quad u_0 / U_\infty = C(X / \text{Re}_\tau)^{-1/2}, \quad b = C(X / \text{Re}_\tau)^{1/2}, \quad C = (\theta / J_1)^{1/2}.$$

Представим Re_τ в виде, удобном для экспериментального определения:

$$(1.7) \quad \text{Re}_\tau = (X u_0) / (b U_\infty).$$

Согласно условию автомодельности потока, рейнольдсовы напряжения имеют вид

$$(1.8) \quad \overline{u'v'} = u_0^2 \sigma(\eta).$$

Пренебрегая вязкими напряжениями и членами порядка $O(\varepsilon^2)$ и используя соотношения (1.7) и (1.8), из осредненных уравнений движения по-

лучим

$$(1.9) \quad (1/2)(\varphi_0 + \eta\varphi_0') = \text{Re}_\tau \sigma'$$

(штрих обозначает производную по η). Интегрируя (1.9), находим выражение для автомодельных напряжений Рейнольдса

$$(1.10) \quad \sigma = (2\text{Re}_\tau)^{-1}\eta\varphi_0.$$

Замыкающим соотношением является гипотеза Буссинеска о турбулентной вязкости

$$(1.11) \quad \sigma = (\mu_\tau \partial U / \partial y) / (\rho u_0^2).$$

Из соотношений (1.10) и (1.11) получим выражение для автомодельного дефицита средней скорости

$$(1.12) \quad \varphi_0 = \exp(-\ln 2 \cdot \eta^2),$$

где поперечный масштаб скорости выбран согласно [1]. Введем для него обозначение L_0 . Поперечная составляющая скорости находится из уравнения неразрывности и соотношений (1.4), (1.7): $\chi_\eta = (\eta\varphi_0)/(2\text{Re}_\tau)$. Экспериментально определенная средняя скорость незначительно отличается от зависимости, следующей из (1.4) и (1.12), и имеет вид [2]

$$(1.13) \quad U/U_\infty = 1 - \varepsilon \exp(-A\eta^2 - B\eta^4), \quad A = 0,637, \quad B = 0,056.$$

Выражение для турбулентной вязкости выводится из соотношений (1.10), (1.11):

$$(1.14) \quad \mu_\tau / (\rho \nu_\tau) = A / (A + 2B\eta^2) (\equiv N).$$

Оценку роли вязких эффектов можно получить из (1.1) и (1.5): $\nu/\nu_\tau = J_1(\text{Re}_\tau/\text{Re}_\theta)$ ($\text{Re}_\theta = U_\infty\theta/\nu$). Константа J_1 , рассчитанная соответственно по (1.12) и (1.13), имеет значения: $(\pi/\ln 2)^{1/2} = 2,13$ и $2,06$. Экспериментальные исследования [2, 3] дают $J_1 = 2,06$.

Воспользуемся экспериментальными данными для определения значений Re_τ . В [3, 4] введены параметры

$$(1.15) \quad W = (u_0/U_\infty)(x/\theta)^{1/2}, \quad \Delta = L_0(x\theta)^{-1/2},$$

изменение которых вдоль потока должно демонстрировать стремление течения в турбулентном плоском следе к универсально-автомодельному. По аналогии с (1.7) введем параметр $\text{Re}_{\tau x} = W/\Delta$, что отвечает замене X на x . Это соотношение определяет локальное значение Re_τ в отличие от соотношения (1.7), которое дает среднее значение Re_τ , описывающее промежуточный автомодельный режим. На рис. 1 представлена зависимость $\text{Re}_{\tau x}$ от относительного дефицита средней скорости для различных реализаций плоского турбулентного следа (точки 1, 2 — круглый и квадратный цилиндры, 3, 4 — плоская и двойная пластины, 5 — круглый цилиндр, 6 — круглый цилиндр, обтекаемый турбулентным потоком); $\text{Re}_{\tau x}$ меняется в процессе развития следа, причем для некоторых генераторов немонотонно. Локальные значения могут быть определены и по измерениям реинольдсовых напряжений с помощью соотношения (1.10) (см. рис. 1 и результаты [5]). Эволюция потока за телами разной формы сохраняет свою индивидуальность, и это, по-видимому, связано с существованием крупномасштабных возмущений, характер развития которых зависит от $\text{Re}_{\tau x}$ и наличия внеш-

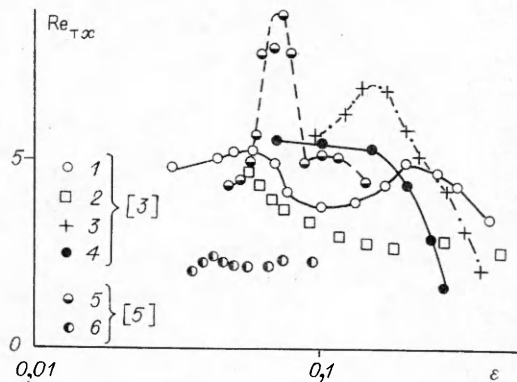


Рис. 1

них возмущений. Присутствие в фоновой турбулентности возмущений, близких наиболее опасным для данной реализации течения в следе, приводит к значительной интенсификации турбулентного обмена за счет развития и последующего разрушения крупномасштабных возмущений [5]. В [2] приведены экспериментальные значения для большого числа реализаций плоского турбулентного следа, в частности, содержатся средние значения параметров W_0 и Δ_0 (аналогичные (1.15), но с заменой x на X); $Re_\tau = W_0/\Delta_0$, рассчитанные по ним, лежат в диапазоне $3,46 \div 6,96$. Граничными значениями служат Re_τ для следа за плоской пластиной с наложенными внешними гармоническими возмущениями и сплошным плоским экраном. Вместо точного выражения (1.5) с помощью (1.15) можно получить линейную аппроксимацию, связывающую масштабы u_0 и L_0 : $\theta = \varepsilon L_0/(\Delta_0 W_0)$. Среднее значение $1/(\Delta_0 W_0) = 1,97$ может быть использовано вместо интеграла J_1 в выражениях для локальных масштабов (1.6), которые в этом случае очень хорошо описывают имеющиеся экспериментальные данные.

2. Постановка задачи. В [1] содержится подробное изложение метода исследования линейного отклика турбулентных следов на внешнее гармоническое возмущение. Отметим здесь лишь некоторые отличия, связанные с геометрией основного потока и переменной турбулентной вязкостью. Решения линейных уравнений отклика будем искать, как и в [1], в виде

$$\begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{w} \\ \tilde{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon U_\infty [u(\eta), v(\eta), w(\eta)] \\ \varepsilon^2 U_\infty^2 q(\eta)/Re_\tau \end{pmatrix} \exp(i\Theta),$$

где введены обозначения для компонент скорости (u, v, w) , соответствующих декартовой системе координат (x, y, z) . Фазу возмущений определим соотношениями

$$(2.1) \quad \partial\Theta/\partial X = \alpha^0 + (\varepsilon/Re_\tau)\alpha_1^0(X), \quad \partial\Theta/\partial z = \beta^0, \quad \partial\Theta/\partial t = -\omega^0$$

(α^0, β^0 — продольное и трансверсальное волновые числа). Согласно (2.1), фаза возмущений имеет вид $\Theta = (\alpha^0 X + \beta^0 z - \omega^0 t) + \left(\int \varepsilon \alpha_1^0(X) dX \right) / Re_\tau$.

Используя предположения, изложенные в [1], получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно амплитудных функций возмущенного движения. Эта система с помощью преобразования Сквайра приводится к одному уравнению четвертого порядка относительно поперечной составляющей скорости возмущения:

$$(2.2) \quad i[(\alpha_1 - \alpha Re_\tau \varphi_0)(D^2 - k^2) + \alpha Re_\tau D^2 \varphi_0]v - (1/2)[\eta(D^3 - k^2 D) + 2D^2 - k^2]v = N(D^2 - k^2)^2 v + 2(DN)(D^3 - k^2 D)v + (D^2 N)(D^2 + k^2)v$$

($D \equiv d/d\eta$, $k^2 = \alpha^2 + \beta^2$). Условие затухания возмущений на бесконечности может быть дополнено условиями симметрии на оси, что позволяет рассмотреть решение уравнения (2.2) на интервале $[0, \infty]$. Соответствующие граничные условия запишем как

$$(2.3) \quad v, Dv \rightarrow 0 \text{ при } \eta \rightarrow \infty,$$

$$\begin{aligned} v(0) = D^2 v(0) = 0 & \text{ для симметричных возмущений,} \\ Dv(0) = D^3 v(0) = 0 & \text{ для антисимметричных возмущений.} \end{aligned}$$

Решение вопроса о характере развития малых гармонических возмущений в турбулентном следе состоит в нахождении собственных значений α_1 и собственных функций краевой задачи (2.2), (2.3). Метод решения и необходимые подробности, связанные с граничными условиями на бесконечности, изложены в [1]. Проверка численного алгоритма проводилась на данных [6]. Задача (2.2), (2.3) сводится к хорошо изученному случаю ламинарного плоского следа в параллельном приближении, если заменить

φ_0 на $-U$ и ввести обозначение для фазовой скорости $c = -\alpha_1/(\alpha \text{Re}_T)$. Кроме того, необходимо положить $N = 1$ и исключить второй член левой части уравнения (2.2), связанный с непараллельностью течения в следе.

Амплитуда возмущений изменяется вдоль потока по степенному закону [1]

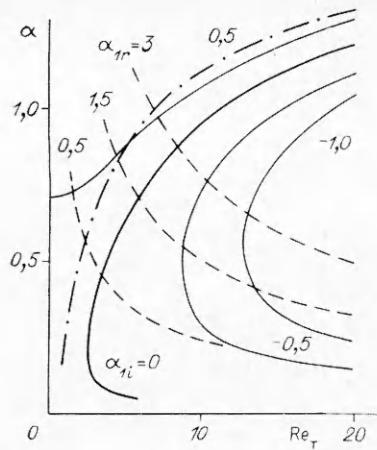
$$(2.4) \quad (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w})/U_\infty \sim \varepsilon X^{i\alpha_1}.$$

Наряду с автомоделной частью $\varepsilon \sim X^{-1/2}$ показатель степени содержит число, характеризующее затухание или возрастание возмущений. Это число зависит от длины волны возмущений, а также от Re_T . Из (2.4) следует, что при $-0,5 < \alpha_{1i} < 0$ интенсивность возмущений уменьшается вниз по потоку, тем не менее их амплитуда растет относительно среднего движения. Это приводит к существенному влиянию возмущений на среднее течение.

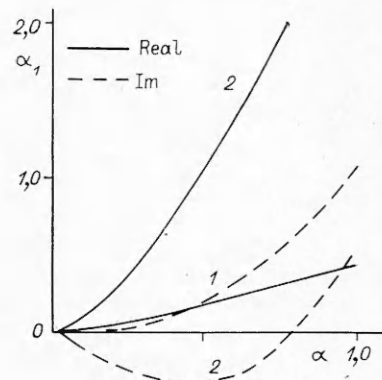
3. Результаты численных расчетов и их обсуждение. В уравнение (2.2) наряду со средним профилем скорости входит переменная вязкость, которая определяет влияние турбулентности на развитие крупномасштабных возмущений. Для свободных сдвиговых потоков роль вязкости сводится к стабилизации возмущений, и поэтому учет изменения эффективной вязкости поперек потока приведет лишь к некоторому ослаблению этого воздействия, так как турбулентная вязкость уменьшается к периферии потока. В соответствии с изложенным нетрудно понять модификацию результатов при учете переменной вязкости. В силу определенных вычислительных трудностей, связанных с граничными условиями на внешней границе потока, первоначально более детально исследуем постоянную турбулентную вязкость ($N \equiv 1$). Согласно теореме Сквайра, о характере развития трехмерных возмущений можно судить, исследовав двумерные возмущения, поэтому будем рассматривать случай $\beta = 0$. Из теории гидродинамической устойчивости известно, что для плоских свободных сдвиговых потоков существуют два типа неустойчивых возмущений: симметричные и антисимметричные. Как правило, менее опасны симметричные возмущения.

Расчеты, выполненные в данной работе, показали, что турбулентный поток в следе неустойчив относительно этого типа возмущений при $\text{Re}_T > 37,7$. Модель переменной вязкости (1.14) дает значительно меньшее значение критического числа Рейнольдса $\text{Re}_{T*} = 22,8$ при $\alpha_* = 0,352$ с $c (= -\alpha_{1r}/\alpha \text{Re}_T) = -0,76$ (фазовая скорость этих возмущений составляет $3/4$ максимального значения дефицита средней скорости). Однако даже в данном случае экспериментальные значения Re_T меньше этой величины. Значит, можно сделать вывод, что плоский турбулентный след устойчив к малым симметричным крупномасштабным возмущениям. При экспериментальном изучении когерентных структур в турбулентном плоском следе обнаружены структуры той и другой симметрии [7, 8], хотя антисимметричные более вероятны. По-видимому, присутствие симметричных когерентных структур является следствием их нелинейного, возможно, резонансного взаимодействия с антисимметричными структурами.

На рис. 2 представлены области существования устойчивых и неустойчивых антисимметричных возмущений. Минимальное число Рейнольдса, при котором существуют нейтральные возмущения, равно 2,66, ему отвечают $\alpha_* = 0,17$, $\alpha_{1r} = 0,1$ ($c = -0,22$). На рис. 3 изображена зависимость собственного значения α_1 от волнового числа α для $\text{Re}_T = 1$ и 7 (кривые 1 и 2 соответственно). При $\text{Re}_T \rightarrow 0$ собственное значение имеет асимптоту $\alpha_1 = i\alpha^2$. Нейтральная кривая для модельной вязкости (1.14) нанесена на рис. 2 штрихпунктирной линией. Рассчитать критическое значение Re_T не удалось, так как при уменьшении α необходимо отодвигать внешнюю границу с условиями прилипания на ней, что сопряжено с уменьшением точности расчетов. Характер изменений поведения этой нейтральной кривой находится в полном согласии с изложенным выше.



Р и с. 2



Р и с. 3

При обтекании турбулентным потоком цилиндров различной формы [5] зарегистрировано, что след за генератором развивается автомодельно в соответствии с соотношением (1.6). Однако его ширина росла значительно быстрее, когда во внешнем потоке присутствовали крупномасштабные возмущения. В то же время наличие мелкомасштабных возмущений, соизмеримых с диаметром цилиндра, не влияло на формирование следа. Внешние крупномасштабные возмущения интенсифицируют турбулентный обмен в следе, стимулируя возникновение собственных гидродинамических неустойчивостей. В случае невозмущенного набегающего потока роль внешнего воздействия выполняют условия создания следа такие, как наличие возмущений в пограничном слое на теле, отрыв потока, сопровождающийся формированием вихревых структур.

Неустойчивость турбулентных свободных сдвиговых потоков к крупномасштабным возмущениям является, по-видимому, тем механизмом, который отвечает за поддержание необходимого уровня турбулентных пульсаций, а также за увеличение их масштаба вниз по потоку. Линейная теория гидродинамической устойчивости вязких потоков позволяет определить характерный масштаб наиболее опасных внешних возмущений, которые стимулируют быструю эволюцию потока к предельному автомодельному режиму.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лихачёв О. А. Возникновение когерентного движения в турбулентных спутных потоках // ПМТФ.— 1991.— № 2.
2. Wignanski I., Champagne F., Marasli B. On the large-scale structures in two-dimensional, small-deficit, turbulent wakes // J. Fluid Mech.— 1986.— V. 168.— P. 31.
3. Sreenivasan K. R. Approach to self-preservation in plane turbulent wakes // AIAA J.— 1981.— V. 19, N 10.
4. Narasimha R., Prabhu A. Equilibrium and relaxation in turbulent wakes // J. Fluid Mech.— 1972.— V. 54, N 1.
5. Symes C. R., Fink L. E. Effects of external turbulence upon the flow past cylinders // Lecture notes in physics.— 1978.— V. 75.— P. 86.
6. Гольдштик М. А., Штерн В. Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность.— Новосибирск: Наука, 1977.
7. Taneda S. Visual observation on the amplification of artificial disturbances in turbulent shear flows // Phys. Fluids.— 1983.— V. 26, N 10.
8. Antonia R. A., Britz D. Phase averaging in the turbulent far-wake // Exp. Fluids — 1989.— V. 7, N 2

г. Новосибирск

Поступила 3/Х 1989 г.,
в окончательном варианте — 8/II 1990 г.