

3. Baker W. L., Clark M. C. et al. Electromagnetic-implosion generation of pulsed high-energy-density plasma. — J. Appl. Phys., 1978, vol. 49, N 9.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1954.
5. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
6. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.

УДК 621.039.341.6

ВЛИЯНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ НА ТЕРМОДИФфуЗИОННЫЙ ПРОЦЕСС РАЗДЕЛЕНИЯ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ

В. Н. Гусев, В. П. Провоторов

(Москва)

Термодиффузия как типичный случай необратимого процесса перераспределения молекул смеси по направлению температурного градиента широко используется в технологическом процессе разделения газовых смесей и изотопов. Для бинарной смеси поток обогащенного компонента при таком разделении выражается соотношением

$$I = \alpha \rho U - \rho D_{12} [\text{grad } \alpha - \beta_T \alpha (1 - \alpha) \text{ grad } \ln T],$$

где U — скорость; ρ — плотность; T — температура; α — массовая концентрация; D_{12} — коэффициент бинарной диффузии; β_T — термодиффузионное отношение. Для элементарного процесса термодиффузионного разделения скорость $U = 0$, и коэффициент разделения r_w в этом случае определится из приведенного выше соотношения при $I = 0$

$$r_w = \frac{\alpha_w}{1 - \alpha_w} / \frac{\alpha_\infty}{1 - \alpha_\infty} = \left(\frac{T_w}{T_\infty} \right)^{\beta_T}.$$

При $U \neq 0$ определяющими при термодиффузионном разделении становятся гидродинамические процессы. Движение смеси может существенно изменить эффективность процесса разделения. Наглядно это можно проследить на примере классической термогравитационной колонны Клузуса — Диккеля. Последняя представляет собой две вертикально расположенные поверхности, пространство между которыми заполняется разделяемой смесью. Поверхности поддерживаются при различных температурах, в результате чего в любом сечении колонны в горизонтальном направлении из-за разности температур реализуется элементарный процесс термодиффузионного разделения. В то же время из-за различия в плотности смеси вблизи холодной и горячей поверхностей в колонне возникает конвективное движение: менее нагретый газ опускается вниз, а более нагретый — поднимается вверх. В колонне осуществляется противоточное движение, результатом которого является многократное умножение элементарного процесса разделения. В то же время неравномерное распределение температуры по поверхности колонны, неустойчивость противоточного течения и другие гидродинамические явления могут существенно снизить эффективность рассмотренного выше идеализированного процесса разделения.

Исследование влияния всех этих гидродинамических явлений на процесс термодиффузионного разделения газовых смесей можно провести на основании точных решений системы полных уравнений Навье — Стокса. Однако число таких решений крайне ограничено. Для плоских и осесимметричных термогравитационных колонн результаты таких исследований можно найти в [1]. Влияние термодиффузии на сферическое расширение бинарной смеси вязкого теплопроводного газа исследовалось в [2]. При произвольном движении газовых смесей получение таких решений становится весьма сложной задачей. В этом случае целесообразно воспользоваться различными асимптотическими представлениями уравнений Навье — Стокса. Для тонких ударных и пограничных слоев результаты таких исследований приведены ниже. Такой подход, определяя сущность явления, уже в первом приближении позволяет исключить в диссипативных членах уравнений Навье — Стокса внепорядковое влияние продольных градиентов параметров потока на течения в тонких слоях.

1. Рассмотрим гиперзвуковое обтекание тупого тела потоком бинарной смеси не реагирующих газов при наличии процессов термо- и бародиффузии. Предположим, что возмущенная область течения описывается двухслойной моделью вязкого ударного слоя [3]. В плоском ($\nu = 0$) и осесимметричном ($\nu = 1$) случаях соответствующая система уравнений

в безразмерном виде запишется в виде

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial x}(r^v \rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(r^v \rho v) = 0,$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\varepsilon_1}{2} \frac{dp_w}{dx} + \chi \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 2k\rho u^2,$$

$$\rho \left(u \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} + v \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \right) - \frac{\partial j_1}{\partial y},$$

$$\rho \left(u \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} \right) = \frac{\partial q}{\partial y} + 2\chi \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu u \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad p = \rho RT, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1,$$

где uU_∞ , $\varepsilon_1 v U_\infty$ — компоненты скорости вдоль координат xL , $\varepsilon_1 yL$, связанных с поверхностью тела; r — безразмерное расстояние от оси симметрии до поверхности тела; L — характерная длина; k/L — кривизна поверхности; $\rho\rho_\infty/\varepsilon_1$ — плотность; $p\rho_\infty U_\infty^2/2$ — давление; $TU_\infty^2/2c_p$ — температура; $hU_\infty^2/2$ — энтальпия; $H = h + u^2$; $\varepsilon_1 = (\gamma - 1)/2\gamma$; $\chi = (\varepsilon_1 \text{Re}_0)^{-1}$; $\text{Re}_0 = \rho_\infty U_\infty L/\mu_0$; μ_0 — коэффициент вязкости при температуре торможения T_0 ; $R = 2\varepsilon_1(c_{p1}\alpha_1 + c_{p2}\alpha_2\varepsilon_2/\varepsilon_1)$ — газовая постоянная; c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении; γ — отношение удельных теплоемкостей; $j_1\rho_\infty U_\infty$, $q\rho_\infty U_\infty^3/2$ — диффузионный и тепловой потоки, которые определяются равенствами

$$(1.2) \quad j_1 = \chi \frac{\mu}{Sc} \left\{ \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} + \alpha_1(1 - \alpha_1) \left[\frac{m_2 - m_1}{m} \frac{\partial \ln p}{\partial y} + \beta_1 \frac{\partial \ln T}{\partial y} \right] \right\},$$

$$q = \chi \frac{\mu c_p}{Pr} \frac{\partial T}{\partial y} + j_1(h_1 + h_2);$$

$m = m_1\alpha_1 + m_2\alpha_2$ — молекулярный вес смеси; Sc и Pr — числа Шмидта и Прандтля. Индексом 1 обозначены величины, относящиеся к компоненту с большим молекулярным весом, 2 — с меньшим, индекс ∞ определяет параметры в невозмущенном потоке, w — на поверхности тела.

Зависимости термодинамических и переносных коэффициентов от параметров состояния смеси брались согласно экспериментальным данным [4]. Во всех последующих расчетах использовалась аргоно-гелиевая смесь.

Если температура поверхности тела значительно меньше температуры торможения, на поверхности тела выполняются граничные условия прилипания

$$(1.3) \quad u = v = 0, \quad T = T_w, \quad j_{1w} = 0.$$

Последнее условие означает, что через поверхность тела отсутствует поток диффузии, и оно будет справедливо лишь в случае, когда через поверхность тела отсутствует вдув или отсос вещества.

На внешней границе ударного слоя система (1.1) удовлетворяет обобщенным условиям Ренкина — Гюгоню, которые в случае течения бинарной смеси можно записать в виде (см., например, [3])

$$(1.4) \quad \rho v = -\sin \sigma, \quad p = \sin^2 \sigma, \quad \sin \sigma (\cos \sigma - u) = \chi \mu du/dy,$$

$$\sin \sigma (\alpha_{1\infty} - \alpha_1) = j_1, \quad \sin \sigma (H_\infty - H) = q + 2\chi \mu u du/dy,$$

где σ — угол наклона скачка, который в первом приближении совпадает с наклоном образующей поверхности тела.

Структура течения в вязком ударном слое (ниже будем называть эту область внутренней) полностью описывается системой уравнений (1.1) при граничных условиях (1.3), (1.4) на поверхности тела и на внешней границе этого слоя. При численном решении этой системы использовались независимые переменные типа Мизеса и применялась простая конечно-разностная схема типа «бокс» — схемы Келлера [5], которая экономичнее последней и имеет тот же (второй) порядок аппроксимации по обоим переменным.

Течение в области скачка уплотнения (будем называть ее внешней) в двухслойной схеме вязкого ударного слоя описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений [2]. В нашем случае она имеет вид

$$(1.5) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}}{\partial \eta} &= \hat{\mu}/(\text{Re}_0 \sin \sigma), \quad \frac{\partial \hat{v}}{\partial \eta} = (3/4)(1 - \hat{v} - \hat{p}/2), \\ \frac{\partial \hat{\alpha}_1}{\partial \eta} &= [\text{Sc}(\hat{\alpha}_{1\infty} - \hat{\alpha}_1) - A]/B, \quad \frac{\partial \hat{T}}{\partial \eta} = (\text{Pr}/c_p)(\hat{H}_\infty - \hat{H} - C), \end{aligned}$$

где $A = \hat{\varphi}_1 \left(\frac{\partial \ln \hat{v}}{\partial \eta} - \frac{\partial \ln \hat{T}}{\partial \eta} \right) + \hat{\alpha}_1 (1 - \hat{\alpha}_1) \beta_T \frac{\partial \ln \hat{T}}{\partial \eta}$, $B = 1 - \frac{2\hat{\varphi}_1}{\hat{R}} \times$
 $\times (\hat{c}_{p1}\varepsilon_1 - \hat{c}_{p2}\varepsilon_2)$, $C = \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \eta} \cos^2 \sigma + \frac{4}{3} \hat{v} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \eta} \sin^2 \sigma + (\hat{\alpha}_{1\infty} - \hat{\alpha}_1) \times$
 $\times \left(\hat{c}_{p1} - \hat{c}_{p2} + \beta_T \frac{m_2}{m_1 m_2} \hat{R} \right) \hat{T}$, $\hat{\varphi}_1 = \frac{\hat{\alpha}_1}{\omega} (1 - \hat{\alpha}_1) (1 - \omega) [1 - (1 - \omega) \hat{\alpha}_1]$,
 $\hat{u} = 1 - (1 - \hat{u}_s) \exp(-\eta)$.

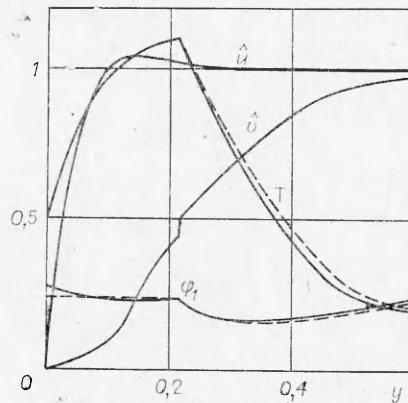
Здесь $\hat{u}U_\infty \cos \sigma$, $-\hat{v}U_\infty \sin \sigma$ — компоненты скорости вдоль координат $\hat{x}L$, $\hat{y}L$ соответственно; \hat{u}_s — значение \hat{u} на внешней границе внутренней области течения; $\hat{p}\rho_\infty U_\infty^2$ — давление; $\hat{\rho}\rho_\infty$ — плотность; $\hat{T}U_\infty^2/2c_{p\infty}$ — температура; $\hat{\mu}\mu_0$ — коэффициент вязкости; $\hat{H} = \hat{h} + \hat{u}^2 \cos^2 \sigma + \hat{v}^2 \sin^2 \sigma$; $\hat{H}_\infty = 1 + 2[(\gamma_\infty - 1)M_\infty^2]^{-1}$; M_∞ — число Маха; $\hat{c}_p = \hat{c}_{p1}\hat{\alpha}_1 + \hat{c}_{p2}(1 - \hat{\alpha}_1)$; $\hat{R} = 2\varepsilon_1[\hat{c}_{p1}\hat{\alpha}_1 + \hat{c}_{p2}(1 - \hat{\alpha}_1)\varepsilon_2/\varepsilon_1]$; $\gamma_\infty = (1 - 2\varepsilon_\infty)^{-1}$; $\omega = m_2/m_1$; $\hat{p} = \hat{\rho}\hat{R}\hat{T} \sin^2 \sigma$; $\hat{\rho}\hat{v} = 1$; значком \wedge отмечены параметры, относящиеся к внешней области течения.

Анализ системы уравнений (1.5) показывает, что гладкое сращивание внешнего решения с внутренним возможно только тогда, когда решение во внутренней области найдено во втором приближении. В данной работе решение в вязком ударном слое находилось в первом приближении. Поэтому аналогично тому, как это было сделано в [3], для нахождения решения во внешней области использовались условия сращивания величин \hat{u} , $\partial \hat{v}/\partial \hat{y}$, \hat{H} и $\hat{\alpha}_1$. Численное интегрирование системы (1.5) проводилось методом Рунге — Кутты.

В качестве примера для сферы радиуса L результаты численных расчетов при $\text{Re}_0 = 50$, $M_\infty = 5$, $t_w = T_w/T_0 = 0,5$, $\omega = 0,1$, $\varphi_{1\infty} = 0,24$ приведены на фиг. 1, где даны изменения величины $\hat{u} = u/\cos \sigma$, нормальной составляющей скорости \hat{v} , температуры T и локальной концентрации тяжелого компонента $\hat{\varphi}_1 = \omega\hat{\alpha}_1[1 - (1 - \omega)\hat{\alpha}_1]^{-1}$ на нулевой линии тока ($\beta_T \neq 0$ — сплошные, $\beta_T = 0$ — штриховые линии).

Как показывают расчеты, во фронте ударной волны роль термодиффузии в процессе разделения смеси оказывается относительно малой. Перераспределение компонентов смеси здесь будет обусловлено главным образом бародиффузионным разделением. В принятой двухслойной модели тонкого вязкого ударного слоя первого приближения влияние бародиффузии в области перехода через скачок на перераспределение компонентов смеси аналогично одномерному случаю [2, 6]. Учет пространственности течения на процесс разделения смеси при малых числах Рейнольдса Re_0 исследовался в [7, 8].

Термодиффузионное разделение смеси становится определяющим вблизи поверхности тела при малых значени-



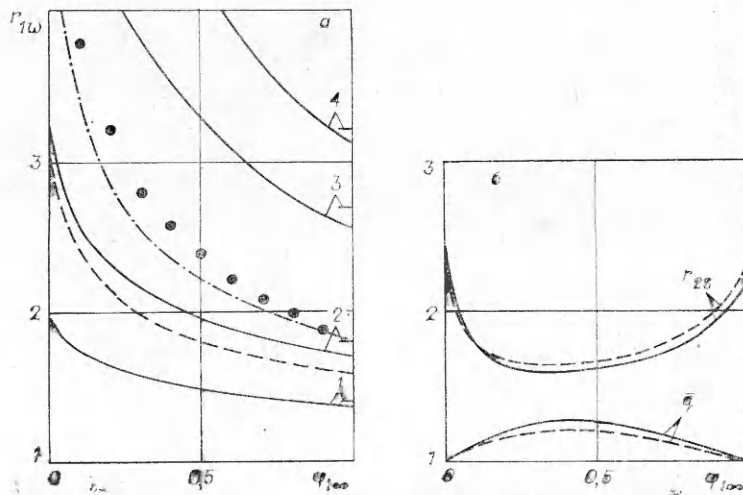
Фиг. 1

ях t_w , когда температурные градиенты в пристеночной области течения становятся большими. Бародиффузионное разделение смеси в пристеночной области вязкого ударного слоя в принятом приближении отсутствует. Последнее обстоятельство связано с принятыми здесь условиями срачивания областей в двухслойной модели вязкого ударного слоя. При гладком срачивании этот эффект при умеренных значениях Re_0 приведет к дополнительному увеличению концентрации тяжелых частиц на стенке тела. На это указывают как экспериментальные [7], так и расчетные данные [8], полученные с помощью полной системы уравнений Навье — Стокса.

При гиперзвуковом обтекании тел вязким газом число гидродинамических критериев подобия, определяющих течение, достаточно велико. К ним относятся Re_0 , M_∞ , Sc , Pr , температурный фактор t_w , начальная концентрация $\alpha_{1\infty}$ и т. д. В режиме гиперзвуковой стабилизации при $M_\infty \gg \gg 1$ число Маха исключается из системы критериев подобия, в связи с чем все последующие расчеты проводились при одном и том же числе Маха ($M_\infty = 5$). Что же касается других критериев подобия, то, как показывают расчеты, в рассматриваемых здесь задачах разделения газовых смесей существенными среди них будут Re_0 , t_w и $\alpha_{1\infty}$ при термодиффузионном разделении вблизи поверхности тела и Re_0 и $\alpha_{1\infty}$ при бародиффузионном разделении в возмущенной области течения.

Результаты численных расчетов для коэффициента разделения для этих двух процессов приведены на фиг. 2. На фиг. 2, а даны максимальные значения коэффициента разделения r_{1w} на поверхности тела в зависимости от начальной мольной концентрации тяжелого компонента $\varphi_{1\infty}$ при $Re_0 = 50$ (сплошные линии) и значениях $t_w = 0,25; 0,1; 0,02; 0,01$ (кривые 1—4 соответственно). По мере уменьшения температурного фактора t_w и начальной концентрации $\varphi_{1\infty}$ коэффициент разделения r_{1w} растет. Его величина при стремлении $\varphi_{1\infty}$ к 1, когда коэффициент термодиффузии β_T можно считать постоянным, близка к значению $r_{1w} = i_w^{-\beta_T(\varphi_{1\infty})}$, определяющему элементарный процесс термодиффузионного разделения (отрезки прямых на фиг. 2, а). Степень разделения смеси вблизи поверхности тела практически не меняется при увеличении числа $Re_0 > 50$ и уменьшается по мере уменьшения этого критерия (при $Re_0 = 10$ и $t_w = 0,1$ значения r_{1w} приведены на фиг. 2, а штриховой линией). Аналогичный результат при рассмотрении термодиффузионного процесса разделения на основании кинетических уравнений был получен в [9].

Максимальные значения коэффициента разделения r_{2s} во фронте ударной волны в зависимости от начальной концентрации при $Re_0 = 50$ даны на фиг. 2, б (сплошная линия). Как уже отмечалось, обогащение



Фиг. 2

смеси легким компонентом в этой области обусловлено бародиффузионным процессом и поэтому, как показывают расчеты, практически не зависит от величины температурного фактора t_w . Эффективность этого процесса оказывается больше при малых относительных концентрациях компонентов смеси и, за исключением малых $\varphi_{1\infty}$, увеличивается по мере уменьшения числа Re_0 (при $Re_0 = 10$ значения r_{2s} даны на фиг. 2, б штриховой линией).

Следует отметить, что при умеренных числах Рейнольдса диффузионные процессы приводят к увеличению теплового потока q к телу при его гиперзвуковом обтекании. В критической точке тела его величина в зависимости от начальной концентрации $\varphi_{1\infty}$ при $t_w = 0,1$ и $Re_0 = 50$ и 10 (сплошная и штриховая линии соответственно) дана на фиг. 2, б. Здесь это явление обусловлено термодиффузией. К еще большему увеличению теплового потока к телу приводит бародиффузионный процесс. Проведенные в [7] измерения показали, что при $Re_0 = 80$ и $t_w = 1$ тепловой поток в критической точке тела, обтекаемого азотно-водородной смесью, в 5 раз превышает соответствующий поток при обтекании того же тела чистым азотом или водородом.

2. Исследование течений бинарных смесей газов в пограничных слоях при наличии термодиффузии было ограничено автомодельными решениями. В переменных Дородницына — Лиза

$$\xi = \int_0^x r_w^{2\nu} \rho_w \mu_w U_\infty dx, \quad \eta = \frac{r_w^\nu U_\infty}{(2\xi)^{1/2}} \int_0^y \rho dy$$

исходная система уравнений в этом случае записывается в виде

$$(2.1) \quad (Nf'')' + iff'' + \beta \left[\frac{v}{v_\infty} (g - \beta_\infty f'^2) - (1 - \beta_\infty) f'^2 \right] = 0, \\ j_1' + i\alpha_1' f = 0, \quad q' + ifg' + 2\beta_\infty (Nf'f'')' = 0.$$

Входящие в нее безразмерные потоки диффузии j_1 и тепла q определяются следующим образом:

$$j_1 = \frac{N}{Sc} [\alpha_1' + \alpha_1 (1 - \alpha_1) \beta_T (g - \beta_\infty f'^2)] (g - \beta_\infty f'^2)^{-1}, \\ q = \frac{N}{Pr} (g' - 2\beta_\infty f'f'') + \frac{j_1}{c_p} \left(c_{p1} - c_{p2} + \beta_T \frac{m_2}{m_1 m_2} R \right) (g - \beta_\infty f'^2).$$

Здесь $f' = u/U_\infty$; $g = H/H_\infty$; $N = \rho\mu/\rho_w\mu_w$; $\beta_\infty = U_\infty^2/2H_\infty$; i и β — параметры подобия Фокнера — Скэн; штрих обозначает производную по η ; индексом ∞ отмечены параметры на внешней границе пограничного слоя.

Граничные условия задачи записываются в виде

$$(2.2) \quad \eta = 0: f = f_w = \text{const}, f' = 0, g = t_w, (1 - 2\alpha_1)j_1 = \\ = f_w(1 - \alpha_1)\alpha_1, \\ \eta = \eta_\infty: f' = 1, g = 1, \alpha_1 = \alpha_{1\infty}.$$

При рассмотрении автомодельных решений различают два основных случая $i = 1$ и 0. При $\beta_\infty = 0$ первый случай определяет течение в пограничном слое в окрестности критической точки клина с углом раствора $\beta = 2n/(n+1)$ ($U_\infty \sim x^n$). В гиперзвуковом приближении ($\beta_\infty \rightarrow 1$) этот случай соответствует течению в пограничном слое на теле при степенной зависимости давления p от координаты x ($p \sim x^n$). В этом случае параметр подобия $\beta = -\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{n}{n+1}$.

Случай $i = 0$ при $\beta_\infty = 0$ и всех значениях β соответствует течению пограничного слоя для потенциальных течений с $U_\infty \sim x^{-1}$. В зависимости от знака U_∞ они будут либо течением от источника, либо течением от стока и могут рассматриваться как течения в расширяющихся или сужающихся

ся каналах с плоскими стенками. В этом случае при отсутствии отсоса или вдува ($f_w = 0$) система уравнений (2.1) при граничных условиях (2.2) упрощается и допускает частные интегралы

$$(2.3) \quad (Nf'')' + \beta[\alpha(g - \beta_\infty f'^2) - (1 - \beta_\infty)f'^2] = 0,$$

$$i_1 = 0, \quad \frac{N}{Pr} g' + 2\beta_\infty N \left(1 - \frac{1}{Pr}\right) f' f'' = \text{const.}$$

Особенный случай $2i - \beta = 0$, $\beta_\infty = 0$ соответствует течению пограничного слоя для потенциальных течений $U_\infty \sim e^{ax}$, где a — положительная или отрицательная постоянная. По аналогии с предыдущим случаем такие течения могут быть реализованы в расширяющихся или сужающихся каналах с экспоненциальной образующей.

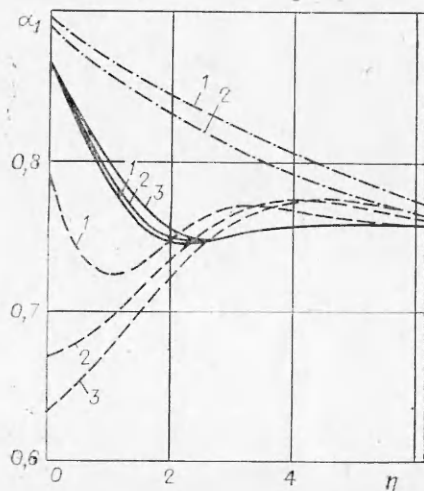
Система уравнений (2.1) при различных значениях параметров i , β , β_∞ с граничными условиями (2.2) интегрировалась численно при помощи конечно-разностной схемы второго порядка точности. При этом решение конечно-разностной системы уравнений находилось методом прогонки [10] с последующим привлечением итерационного процесса. Некоторые результаты численных расчетов даны ниже.

Распределение массовой концентрации тяжелого компонента α_1 в пограничном слое при $\alpha_{1\infty} = 0,76$ ($\varphi_{1\infty} = 0,24$) приведены на фиг. 3. Штрихпунктирные линии ($\beta_\infty = 0$) относятся к случаю $i = 0$ и $2i - \beta = 0$, сплошные ($\beta_\infty = 0$) и штриховые ($\beta = 0$, $\beta_\infty = 0,89$) — к случаю $i = 1$. При $\beta_\infty = 0$ температурный фактор в приведенных расчетах оставался постоянным $t_w = 0,1$, при $\beta_\infty = 0,89$ он изменялся.

При $i = 1$, $\beta_\infty = 0$ (сплошные линии на фиг. 3) термодиффузионное разделение смеси вблизи поверхности охлажденного тела увеличивается при переходе от ускоренных ($\beta > 0$) к замедленным ($\beta < 0$) потенциальным течениям. Об этом свидетельствуют приведенные на фиг. 3 зависимости $\alpha_1(\eta)$, соответствующие плоскому течению вблизи критической точки ($\beta = 1$, кривая 1), продольному обтеканию пластины ($\beta = 0$, кривая 2) и замедленному плоскому течению с предотрывным профилем скорости ($\beta = -0,5$, кривая 3). Отметим здесь, что осесимметричное течение вблизи критической точки реализуется при $\beta = 0,5$. Для безотрывных течений замедление движения приводит к увеличению массовой концентрации тяжелого компонента в пограничном слое на несколько процентов. Массовая концентрация α_{1w} на охлаждаемой поверхности на этих режимах при изменении β практически не меняется, в связи с чем максимальные значения коэффициента разделения r_{1w} во всех рассмотренных выше случаях будут совпадать с полученными ранее значениями r_{1w} для осесимметричной критической точки при гиперзвуковом обтекании затупленного тела (см. фиг. 2, а).

При $\beta < -0,5$ в пограничном слое появляются возвратные течения. Дальнейшее торможение потока на этих режимах будет ограничено условиями устойчивости таких течений.

Особый интерес в задачах разделения представляют течения в каналах с прямолинейными ($i = 0$) или экспоненциальными ($2i - \beta = 0$) образующими. Степень разделения в них оказывается существенно выше. На это указывает приведенное на фиг. 3 распределение $\alpha_1(\eta)$, соответствующее случаю $i = 0$ (штрихпунктирная линия 1). Увеличение массовой концентрации тяжелого компонента в таком течении связано с возрастанием градиента температуры за счет уменьшения характерного попереч-



Фиг. 3

ного размера течения. Решение системы уравнений (2.1) в этом случае эквивалентно соответствующему внутреннему решению задачи при $i = 1$ и $\beta \rightarrow +\infty$. Такие же, как и выше, степени разделения реализуются в каналах с экспоненциальными образующими ($2i - \beta = 0$). Согласно численным расчетам, профили концентраций поперек пограничного слоя в этих течениях практически совпадают. Лишь при наличии развитых зон возвратных течений степень разделения в таких каналах начинает уменьшаться (штрихпунктирная линия 2 на фиг. 3).

Максимальные значения коэффициента разделения r_{1w} на поверхности рассматриваемых каналов в зависимости от начальной концентрации тяжелого компонента $\varphi_{1\infty}$ при $t_w = 0,1$ приведены на фиг. 2, а (штрихпунктирная линия). При всех значениях $\varphi_{1\infty}$ эффективность разделения газовых смесей в каналах оказывается выше и определяется элементарным процессом термодиффузионного разделения (кружки на фиг. 2, а). При $\beta_T = \beta_{T\infty} = \text{const}$ последнее следует из второго уравнения (2.3)

$$r_{1w} = [(1 - \beta_{\infty})/t_w]^{\beta_{T\infty}}$$

При малых концентрациях одного из компонентов смеси, когда коэффициент термодиффузии β_T в пограничном слое изменяется мало, полученные численные значения r_{1w} совпадают с аналитическими.

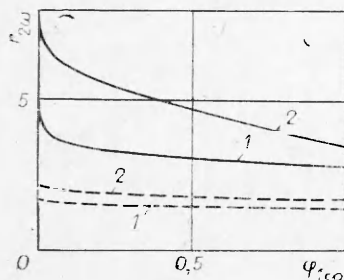
Наибольший практический интерес представляет случай гиперзвукового течения смеси газа ($\beta_{\infty} \rightarrow 1$); при этом распределение концентраций поперек пограничного слоя при $t_w < 1$ имеет немонотонный характер. Это связано с тем, что при увеличении числа Маха $M_{\infty} = [2\beta_{\infty}/(\gamma - 1) \times (1 - \beta_{\infty})]^{1/2}$ отношение температуры газа на внешней границе пограничного слоя к температуре торможения потока уменьшается:

$$T_{\infty} = T_0 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{\infty}^2\right)^{-1} = T_0 (1 - \beta_{\infty}).$$

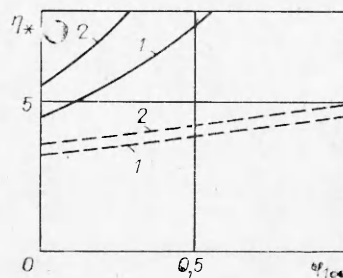
Концентрация тяжелого компонента в этой области, так же как и в пристеночной, будет увеличиваться. При $t_w = 0,1$ зависимость $\alpha_1(\eta)$ дана на фиг. 3 (штриховая линия 1).

Степень разделения газовых смесей в гиперзвуковом случае может быть существенно увеличена при $t_w > 1$. Значительное снижение температуры газа на внешней границе пограничного слоя за счет гиперзвукового разгона потока, например, в сопле с одновременным увеличением температуры стенки приведет к существенному увеличению температурных градиентов в пограничном слое и тем самым интенсифицирует термодиффузионное разделение смеси. Как показывают расчеты, такое разделение становится эффективным уже при $\beta_{\infty} = 0,89$ (штриховые линии 2 и 3 на фиг. 3 соответствуют $t_w = 1$ и 2).

Максимальные значения коэффициента разделения r_{2w} в гиперзвуковом случае при $\beta_{\infty} = 0,89$ и 0,99 (штриховые и сплошные линии соответственно) приведены на фиг. 4. Кривые 1 относятся к случаю $t_w = 1$, кривые 2 — к $t_w = 2$. С ростом M_{∞} степень разделения газовых смесей в гиперзвуковом случае становится весьма высокой. Для элементарного процесса термодиффузионного разделения такие значения r_{2w} могут быть получены только при очень малых значениях температурного фактора t_w .



Фиг. 4



Фиг. 5

Для определения в гиперзвуковом пограничном слое областей течения, обогащенных легким и тяжелым компонентами смеси, на фиг. 5 приведена координата η_* , при которой $\varphi_1 = \varphi_{1\infty}$ (обозначения такие же, как на фиг. 4). Эти результаты показывают, что с ростом числа Маха все большая часть пограничного слоя, эффективная толщина которого, как известно, при этом возрастает, обогащается легким компонентом. В связи с последними данными необходимо еще отметить, что в отличие от классической термодиффузионной колонны, противоточное движение в которой может быть неустойчивым, течение в гиперзвуковом пограничном слое при отрицательных градиентах давления (например, течение в сопле) будет всегда устойчивым.

Поступила 24 II 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Джонс К., Ферри В. Разделение изотопов методом термодиффузии. М.: ИЛ, 1947.
2. Гусев В. Н., Рябов В. В. Сферическое расширение бинарной смеси газов в затопленное пространство. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 2.
3. Cheng H. K. The blunt body problem in hypersonic flow at low Reynolds number. JAS Paper N 63—92, 1963.
4. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Физматгиз, 1963.
5. Keller H. B. A new difference scheme for parabolic problems. — In: Numerical Solution of Partial Differential Equations. Vol. 2. N. Y.: Academic Press, 1971.
6. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных газодинамических явлений. М.: Наука, 1966.
7. Бочкарев А. А., Косинов В. А. и др. Обтекание затупленного тела сверхзвуковой струей азота и азотоводородной смеси низкой плотности. — ПМТФ, 1972, № 6.
8. Рябов В. В. Численное исследование сверхзвукового обтекания сферы бинарной смесью газов. — В кн.: Молекулярная газовая динамика. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1980.
9. Romani F., Schilder R., Wortberg G. Theoretical and experimental investigation of thermal diffusion in binary mixtures of noble Gases. — In: Rarefied Gas Dynamics. Vol. 2. Paris: CEA, 1979.
10. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.

УДК 532.516

ЗАХВАТ ЖИДКОСТИ ПРИ ИЗВЛЕЧЕНИИ ИЗ НЕЕ ЦИЛИНДРА

В. И. Байков, З. П. Шульман, К. Энгельгардт

(Минск, Берлин)

Знание толщины пленки на поверхности извлекаемого из жидкости цилиндрического тела важно, например, при нанесении изоляции на провода, а также в производстве стеклянного и синтетического волокон. Рассматривавшаяся в [1—3] теория ограничена областью малых скоростей извлечения цилиндра. Развиваемый ниже подход пригоден для весьма широкого диапазона скоростей извлечения.

1. Пусть из достаточно большого объема жидкости с постоянной скоростью U вертикально вверх извлекается цилиндр радиуса R (фиг. 1). Толщина пленки, остающейся на его поверхности, определяется взаимодействием внутреннего трения, массовых сил и поверхностного натяжения. Степень влияния перечисленных сил на захват жидкости определяется в первую очередь скоростью извлечения и физическими свойствами среды. Жидкость в пленке одновременно увлекается цилиндром и стекает под действием сил тяжести обратно в ванну. Поэтому на поверхности пленки должна существовать линия застоя, где направление течения изменяется на противоположное. Проходящие через нее линии тока отделяют