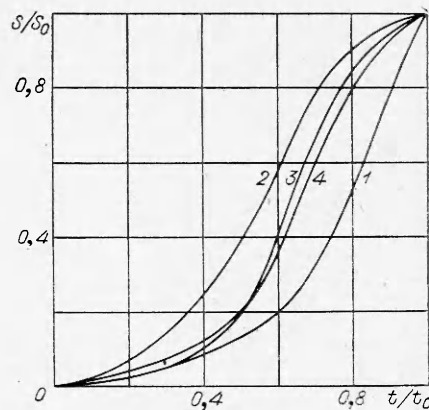


Время полного раскрытия для «шарнирной» модели в предположении постоянно действующего давления можно записать в виде

$$t_0 = \left(\frac{\pi}{4} \right)^{1/2} \left(\frac{2L\rho\delta}{p} \right)^{1/2}.$$

С учетом реально действующего на диафрагму давления в работах [1, 2] получены в аналогичных выражениях численные коэффициенты 0,91 и 0,95 соответственно. Модель свободно-сочлененной цепи дает для времени полного раскрытия значение в $\sim 1,5$ раза меньше, чем «шарнирная» модель.

На фиг. 3 показана относительная величина проходного сечения на различных стадиях процесса раскрытия диафрагмы, рассчитанная для «шарнирной» модели и свободно-сочлененной цепи (1 — модель «шарнирного» раскрытия, 2 — неупругое раскрытие, 3 — экспериментальная зависимость для толстой диафрагмы из меди, 4 — эксперимент [3]).



Фиг. 3

Поступила 31 XII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Simpson C. I. M., Chandler T. R. D., Bridgman K. B. Effect on shock trajectory of the opening time of diaphragms in a shock tube.— «Phys. Fluids», 1967, vol. 10, N 8.
2. Дунцова Ж. С., Ершов И. В., Киреев В. Т., Рузовин Е. И. Расчет движения ударной волны и параметров потока при мгновенном открытии диафрагмы в ударной трубе.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1966, № 4.
3. Rothkopf, Low W. Diaphragm opening process in shock tubes.— «Phys. Fluids», 1974, vol. 17, N 6.
4. Вакатов В. П., Карасев А. Б., Малявин В. П., Ткаченко Б. К. Исследования на электроразрядной ударной трубе.— «Журн. приклад. спектроскопии», 1971, т. 15, № 6.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. М., «Наука», 1973.

УДК 532.529.6.

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ТЕПЛОМАСООБМЕН ОКОЛО СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ

Р. И. Нигматулин, И. Х. Рахматулина

(Москва)

1. Постановка задачи и основные уравнения. Рассматривается сферически-симметричная задача, когда фазовые переходы происходят только по поверхности частицы, а возникающие при этом массовые скорости в газе во много раз меньше скорости звука. В этом случае имеет смысл использовать условие однородности давления по пространству (соответствующее обоснование имеется в [1]). Газ, окружающий каплю или частицу, однокомпонентный и является паром вещества капли или частицы (в системе нет диффузии). Пусть частица не сжимаема, в ней отсутствует движение,

но имеется теплопроводность. Газ или пар будем считать совершенным газом. Система уравнений, описывающая данный процесс, имеет вид

$$(1.1) \quad r > r_\sigma, \quad p = p(t), \quad p = \rho RT;$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho v) = 0;$$

$$(1.3) \quad \rho \frac{\partial c_v T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \rho v \frac{\partial c_v T}{\partial r} - \frac{p}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v);$$

$$(1.4) \quad r < r_\sigma, \quad \rho_2 = \frac{\partial c_s T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \left(r^2 \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad \rho_2 = \text{const},$$

где ρ — плотность; T — температура; p — давление; v — скорость; R — газовая постоянная; λ — коэффициент теплопроводности; r — радиус; t — время. Индексы 1 и 2 соответствуют значениям параметров в паре и в частице, а индекс σ — на поверхности частицы.

Первое из соотношений (1.1) есть условие однородности давления по пространству, являющееся следствием уравнения импульса в пренебрежении силами инерции, (1.2) — уравнение неразрывности в газовой фазе, (1.3), (1.4) — уравнения притоков тепла соответственно в паре и частице.

Из (1.4) — (1.3) можно получить соотношение

$$(1.5) \quad \frac{\gamma p}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v) = \frac{\gamma - 1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{dp}{dt}.$$

Проинтегрировав (1.5) по координате с учетом, что p и dp/dt — функции только времени, получим

$$(1.6) \quad v = \frac{r_\sigma^2}{r^3} v_{1\sigma} + \frac{\gamma - 1}{\gamma p} \left[\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{r_\sigma^2}{r^2} \lambda_{1\sigma} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{1\sigma} \right] - \frac{r^3 - r_\sigma^3}{3r^2 \gamma p} \frac{dp}{dt}.$$

Таким образом, в рамках однородной по давлению модели распределение скорости в паре в каждый момент времени однозначно задается распределением температур в нем и значениями скоростей на двух радиусах. Одно из значений скорости может быть взято на поверхности частицы, другое значение определяет dp/dt .

В качестве начальных условий выберем

$$(1.7) \quad t = 0, \quad r > r_{\sigma 0}, \quad T = T_{10}, \quad p = p_0, \quad r < r_{\sigma 0}, \quad T = T_{20},$$

где индекс 0 соответствует начальному состоянию системы.

Граничные условия на поверхности частицы или капли имеют вид

$$(1.8) \quad r = r_\sigma, \quad \rho_{1\sigma}(v_{1\sigma} - dr_\sigma/dt) = j, \quad j = -\rho_2(dr_\sigma/dt), \\ \lambda_{2\sigma}(\partial T/\partial r)_{2\sigma} = \lambda_{1\sigma}(\partial T/\partial r)_{1\sigma} - lj, \quad T_{1\sigma} = T_{2\sigma} = T_S(p),$$

где j — интенсивность фазовых переходов, отнесенная к единице поверхности и времени; l — теплота парообразования; последнее из условий (1.8) — условие фазового равновесия на поверхности частицы. Во всем остальном объеме это равновесие может отсутствовать ($T \neq T_S(p)$). При очень быстрых взрывных процессах может не выполняться фазовое равновесие и на поверхности частицы, когда фазовые переходы на ней не успевают следить за изменением давления. В этом случае необходимо привлечь кинетическое соотношение

$$(1.9) \quad j \sim F[T_{1\sigma} - T_S(p)].$$

При $F \rightarrow \infty$ конечность j обеспечивается при принятых в (1.8) условиях равновесия $T_{1\sigma} \rightarrow T_S(p)$.

Если на межфазовой поверхности нет фазовых переходов, граничные условия на ней упрощаются

$$r = r_\sigma, v_{1\sigma} = 0, \lambda_{1\sigma} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{1\sigma} = \lambda_{2\sigma} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{2\sigma}, T_{1\sigma} = T_{2\sigma}.$$

Другое граничное условие следует задавать на внешней границе системы (в паре). Рассмотрим случай, когда частица помещена в центр сферического объема, заполненного паром, радиуса r_c с приведенными ниже граничными условиями и следующим из них выражением для скорости изменения давления

$$(1.10) \quad r \rightleftharpoons r_c, \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \rho v = 0,$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{3r_\sigma^2}{r_c^3 - r_\sigma^3} \left[\gamma p v_{1\sigma} - (\gamma - 1) \lambda_{1\sigma} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{1\sigma} \right].$$

Эти условия соответствуют однородной «ячеечной» модели дисперсной смеси, согласно которой каждой частице радиуса $r_{\sigma 0}$ соответствует сферический объем радиуса r_c , concentричный с частицей. Причем радиус ячейки r_c определяется или числом частиц в единице объема смеси n , или объемным содержанием частиц в системе α_2 , или массовым содержанием пара x_1

$$n = \frac{3}{4\pi r_c^3}, \quad \alpha_2 = \frac{r_{\sigma 0}^3}{r_c^3}, \quad x_1 = \frac{(r_c^3 - r_{\sigma 0}^3) \rho_{10}}{(r_c^3 - r_{\sigma 0}^3) \rho_{10} + r_{\sigma 0}^3 \rho_2}.$$

Предполагается, что возмущения, вносимые в пар каждой частицей, локализованы внутри соответствующей ей ячейки. Если предположить отсутствие изменения объема и энергии всей смеси, идентичность всех частиц и соответствующих им ячеек, а также отсутствие обмена массой и энергией между ними, то на границах ячеек получим условия (1.10). Если радиус ячейки устремить к бесконечности ($r_c \rightarrow \infty, d_2 \rightarrow 0$) и на внешней границе поддерживать постоянные параметры, то давление в паре будет постоянно

$$(1.11) \quad r_c = \infty, T(t) = T_0, p(t) = p_0.$$

Граничные условия (1.11) соответствуют случаю, когда одиночная частица помещена в бесконечный объем и массу пара.

Таким образом, задача сводится к решению системы уравнений (1.1), (1.3), (1.4), (1.6) с граничными условиями (1.8), (1.10) или (1.11) и начальными условиями (1.7). Система замыкается заданием функций $\lambda_1, c_V, \lambda_2, c_2$. Поскольку в рассматриваемых интервалах температур эти функции меняются мало, будем считать, что λ_1 — линейная функция температуры, λ_2, c_V, c_2 — постоянные.

Введем следующие безразмерные параметры:

$$\begin{aligned} \xi &= r/r_{\sigma 0}, \quad \xi_\sigma = r_\sigma/r_{\sigma 0}, \quad \tau = \kappa_{10} t / r_{\sigma 0}^2, \quad U = r_{\sigma 0} v / \kappa_{10}, \\ P &= p/p_0, \quad \Theta_{20} = T_{20}/T_{10}, \quad \Theta = T/T_{10}, \quad \Theta_S = T_S/T_{10}, \\ \delta &= \rho/\rho_{10}, \quad L = l/c_p T_{10}, \quad \delta_2 = \rho_2/\rho_{10}, \quad J = -\delta_2 d\xi_\sigma/d\tau, \\ \Lambda_1 &= \lambda_1/\lambda_{10}, \quad \Lambda_2 = \lambda_2/\lambda_{10} \quad (\kappa_{10} = \lambda_{10}/\rho_{10} c_p, \quad \kappa_2 = \lambda_2/\rho_2 c_2), \end{aligned}$$

где κ_{10} и κ_2 — коэффициенты температуропроводности газа и частицы.

Система уравнений, а также начальные и граничные условия в новых безразмерных переменных примут вид

$$(1.12) \quad \xi > \xi_\sigma, \quad P(\tau) = \delta\Theta, \\ \frac{\partial\Theta}{\partial\tau} = \frac{1}{\xi^2\delta} \frac{\partial}{\partial\xi} \left(\xi^2 \Lambda_1 \frac{\partial\Theta}{\partial\xi} \right) - U \frac{\partial\Theta}{\partial\xi} + \frac{\gamma-1}{\gamma\delta} \frac{dP}{d\tau}, \\ U = \frac{\xi_\sigma^2}{\xi^2} U_{1\sigma} + \frac{1}{P} \left[\Lambda_1 \frac{\partial\Theta}{\partial\xi} - \frac{\xi_\sigma^2}{\xi^2} \Lambda_{1\sigma} \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\xi} \right)_{1\sigma} \right] - \frac{\xi^3 - \xi_\sigma^3}{3\xi^2\gamma P} \frac{dP}{d\tau};$$

$$(1.13) \quad \xi < \xi_\sigma, \quad \frac{\partial\Theta}{\partial\tau} = \frac{\kappa_2}{\kappa_{10}} \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial\xi} \left(\xi^2 \frac{\partial\Theta}{\partial\xi} \right);$$

$$(1.14) \quad \tau = 0, \quad \Theta_1 = 1, \quad \Theta_2 = \Theta_{20}, \quad P = P_0 = 1;$$

$$(1.15) \quad \xi = 0, \quad \partial\Theta/\partial\xi = 0;$$

$$(1.16) \quad \delta_{1\sigma} \left(U_{1\sigma} - \frac{\partial\xi_\sigma}{\partial\tau} \right) = J, \quad \Theta_{1\sigma} = \Theta_{2\sigma} = \Theta_S(P),$$

$$\Lambda_2 \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\xi} \right)_{2\sigma} = \Lambda_{1\sigma} \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\xi} \right)_{1\sigma} - LJ;$$

$$(1.17) \quad \xi = \xi_c, \quad \partial\Theta/\partial\xi = 0, \quad \delta U = 0,$$

$$\frac{dP}{d\tau} = \frac{3\xi_\sigma^2\gamma}{\xi_c^3 - \xi_\sigma^3} \left[P U_{1\sigma} - \Lambda_{1\sigma} \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\xi} \right)_{1\sigma} \right].$$

Граничные условия (1.16) задаются на поверхности частицы, радиус которой $r_\sigma(t)$ или $\xi_\sigma(\tau)$ при наличии фазовых переходов изменяется во времени и должен определяться в ходе решения.

Для случая бесконечной ячейки условие (1.17) следует заменить условием

$$(1.17a) \quad \xi_c = \infty, \quad \Theta = 1, \quad P = 1.$$

При этом для сведения бесконечной области интегрирования $\xi_\sigma < \xi < \infty$ к конечной в уравнениях (1.12) проводилась замена переменной ξ на $\eta = 1/\xi$.

Как видно из системы уравнений (1.12), (1.13), начальных и граничных условий (1.14)–(1.16), (1.17a), для случая $\xi_c = \infty$ в число определяющих параметров не входит начальный радиус частицы. В силу этого безразмерное решение будет автомодельно, т. е. одинаково для всех размеров частиц. Это связано, в частности, и с тем, что в постановке задачи использовалось условие фазового равновесия на межфазовой поверхности $T_\sigma = T_S(p)$. Если учесть неравновесную кинетику фазовых переходов, допуская $T_\sigma \neq T_S(p)$, то в число определяющих параметров войдет начальный радиус частицы и характерное время кинетики неравновесных фазовых переходов (1.9), определяемое величиной F .

Расчет проводился на ЭВМ по неявной схеме первого порядка точности для системы капля воды в водяном паре с соответствующими теплофизическими параметрами [2].

2. Стационарное решение. Рассмотрен случай, когда сферическая частица помещена в бесконечный объем пара ($\xi_c = \infty$). Радиус ее, несмотря на фазовые переходы, не меняется. Температура внутри частицы поддерживается однородной и постоянной, на бесконечности параметры также сохраняются постоянными. Стационарное решение поставленной задачи можно рассматривать как предел нестационарной задачи при $\tau \rightarrow \infty$ и сохранении граничных условий. Процессы, проходящие в паре, описыва-

ются системой уравнений (1.12), которые, полагая все производные по времени равными нулю, можно свести к одному уравнению относительно Θ

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\Theta}{d\xi}\right)^2 - \frac{(1-\varepsilon)}{\xi^2} \left(\frac{d\Theta}{d\xi}\right)_{1\sigma} \frac{d\Theta}{d\xi} - \frac{\Theta}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\Theta}{d\xi}\right) &= 0, \\ U = \frac{d\Theta}{d\xi} - \frac{(1-\varepsilon)}{\xi^2} \left(\frac{d\Theta}{d\xi}\right)_{1\sigma}, \quad \left(\varepsilon = \frac{c_p T_S}{l} \left(1 - \frac{\rho_{10}}{\rho_{20}}\right)\right), \\ \Theta(1) = \Theta_S, \quad \Theta(\infty) = 1. \end{aligned}$$

В результате интегрирования получим

$$\begin{aligned} \Theta &= (d_2 e^{-d_1/\xi} - \beta)/d_1, \quad U = d_1 \Theta/\xi^2, \\ (2.1) \quad d_1 &= \ln \left(1 + \frac{1-\Theta_S}{\Theta_S} \varepsilon\right), \quad d_2 = d_1 \left(1 + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \Theta_S\right), \\ (d\Theta/d\xi)_{1\sigma} &= d_1 \Theta_S/\varepsilon, \quad \beta = (1-\varepsilon)(d\Theta/d\xi)_{1\sigma}. \end{aligned}$$

При отсутствии фазовых переходов, когда решение получается при $l = \infty$, $\varepsilon = 0$, имеем

$$\Theta = 1 - (1 - \Theta_S)/\xi, \quad U = 0.$$

В рассматриваемой стационарной задаче безразмерный поток тепла на поверхности частицы (число Нуссельта) имеет вид

$$(2.2) \quad \text{Nu}_{st} = 2 \ln [1 + \varepsilon(1 - \Theta_S)/\Theta_S] / \varepsilon(1 - \Theta_S)/\Theta_S.$$

Как правило, $\varepsilon = c_p T_S/l \ll 1$, поэтому соотношение (2.2) можно упростить

$$\text{Nu}_{st} = 2 - c_p(T_{10} - T_S)/l.$$

В отсутствие фазовых переходов ($l = \infty$) на поверхности частицы предельное или стационарное число Нуссельта равно 2. В противном случае, когда имеет место испарение или вдув ($T_{10} > T_S$), $\text{Nu}_{st} < 2$, а когда имеет место конденсация или отсос ($T_{10} < T_S$), $\text{Nu}_{st} > 2$ на поверхности сферы постоянного радиуса.

Характерное время изменения размера частицы

$$t_\sigma = 2\rho_{20}r_{\sigma 0}^2 l / 3\lambda_{10} \text{Nu}_{st} \Delta T$$

много больше характерного времени выравнивания температур в газовой фазе $t_1 = r_{\sigma 0}^2/\chi_1$, ($t_1/t_\sigma \simeq 10^{-4}$). Поэтому распределение температур (2.1), полученное в предположении, что радиус частицы не меняется, можно рассматривать как соответствующее текущему радиусу $r_\sigma(t)$.

Таким образом, решение (2.1) практически описывает квазистационарное поведение системы и при изменении радиуса частицы, происходящем из-за испарения или конденсации. Закон движения границы определяется соотношением

$$dr_\sigma/dt = \lambda_{10} \text{Nu}_{st} (T_{10} - T_S) / 2r_\sigma \rho_2 l.$$

Аналогичное соотношение приведено в работе [3].

3. Результаты решения. Просчитывались варианты с различными начальными перепадами температур в фазах и различными отношениями начального радиуса частицы к радиусу ячейки. Для иллюстрации вли-

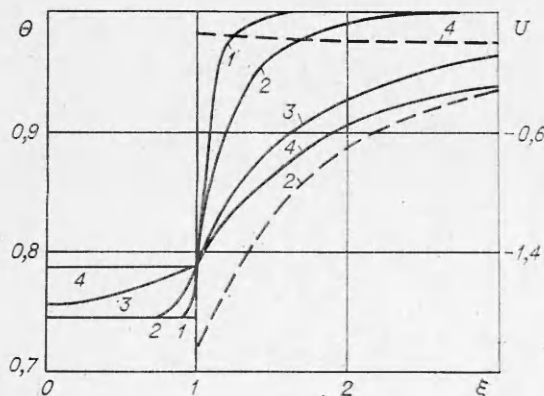
яния фазовых переходов рассматривались случаи с нулевой интенсивностью фазовых переходов.

Рассмотрены три температурных режима при начальном давлении $p_0 = 1$ бар, $T_{s0} = 373$ К и двух значениях массового содержания пара $x_1 = 1$ ($\alpha_2 = 0$) и $x_1 = 0,1$ ($\alpha_2 = 0,8 \cdot 10^{-2}$):

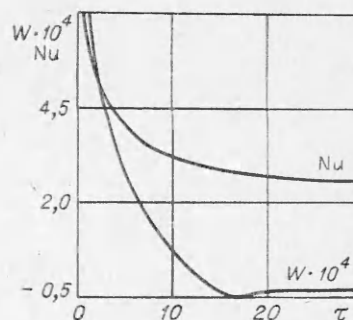
I	$T_{10} = 473$ К, $T_{20} = 353$ К;
II	$T_{10} = 373$ К, $T_{20} = 293$ К;
III	$T_{10} = 473$ К, $T_{20} = 378$ К.

На фиг. 1, 2 приведены результаты решения для режима I при $x_1 = 1$. Кривые 1—4 (фиг. 1) представляют распределения температур (сплошные линии) и скоростей (штриховые) соответственно в моменты времени $\tau = 0,01; 0,5; 10; \infty$. Давление и температура поверхности частицы, определяемая условием равновесия фаз, сохраняются постоянными. При $\tau \rightarrow \infty$ кривые температур и скоростей стремятся к предельным или к квазистационарным конфигурациям (2.1), линейный масштаб в которых определяется текущим размером частицы $r_\sigma(t)$, а $Nu \rightarrow Nu_{st}$. Причем в газовой фазе предельное распределение температур достигается к моменту $\tau > 10$. В частице однородный профиль устанавливается позже при $\tau > 10\kappa_{10}/\kappa_2$ в силу того, что $\kappa_{10} > \kappa_2$. В каждый момент времени распределения температур и скоростей монотонны. В отсутствие фазовых переходов скорость имеет экстремум, который со временем смещается от частицы. На фиг. 2 показано изменение числа Нуссельта (безразмерный поток тепла в частицу) и безразмерной скорости фазового перехода $W = J/\delta_2$. В рассматриваемом случае происходит полное испарение частицы, но ему вначале предшествует конденсация пара. Это связано с тем, что во времена $t \ll r_{s0}^2/\kappa_2$ прогревается только узкий слой в частице у ее поверхности. Это приводит к появлению больших градиентов температур в частице, так что $LJ = \Lambda_{1\sigma}(\partial\theta/\partial\xi)_{1\sigma} - \Lambda_2(\partial\theta/\partial\xi)_{2\sigma} < 0$. При $\tau > 40$ температурный профиль внутри частицы становится более пологим, конденсация сменяется испарением.

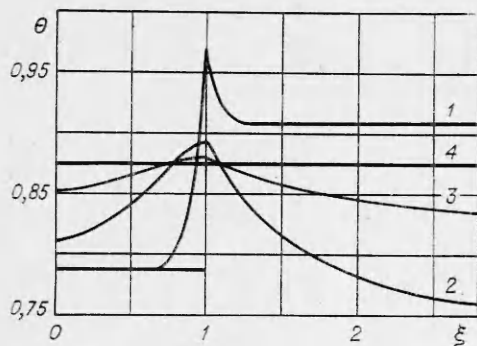
В случаях, когда частица помещена в конечный объем пара, решение существенно меняется. Основное отличие состоит в том, что давление в паре со временем меняется. При наличии фазовых переходов температура поверхности также меняется в соответствии с условием равновесия $T_\sigma = T_s(p)$. На фиг. 3, 4 показаны изменения безразмерных температуры, давления, интенсивности фазовых переходов для режима II при $x_1 = 0,1$



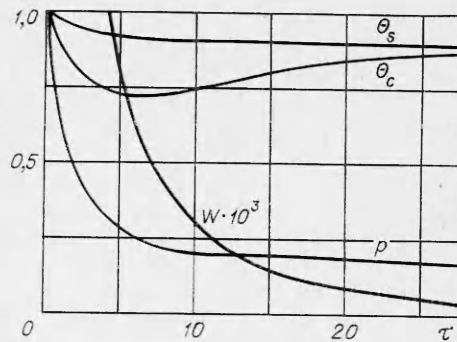
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

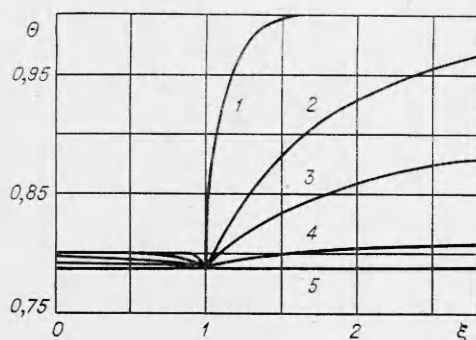


Фиг. 4

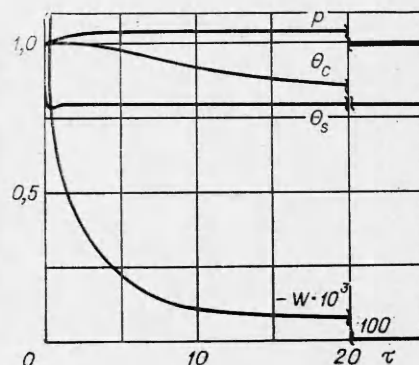
($\alpha_2 = 0,8 \cdot 10^{-2}$). Конденсация пара приводит к расширению остающейся массы пара, вследствие чего происходит его существенное охлаждение, которое сначала не может быть компенсировано теплом, выделяющимся при конденсации (фиг. 3, где кривые 1—4 соответствуют моментам времени $\tau = 0,5; 10; 20; \infty$). Температура на границе ячейки опускается до 269 К (фиг. 4). В дальнейшем тепло, выделяющееся при конденсации, нагревает пар. Температуры частицы и пара при $\tau \rightarrow \infty$ выравниваются, и процесс асимптотически прекращается. Распределение температур и скоростей в каждый момент времени монотонно. В данном случае получено значительное понижение давления (примерно в пять раз) за время порядка r_{c0}^2/κ_{10} (см. фиг. 4), что свидетельствует об эффективности даже малого по объему впрыска холодных капель в пар при аварийном повышении давления.

В отсутствие фазовых переходов при $x_1 < 1$ и $T_{10} > T_{20}$ давление пара также понижается, но уже только за счет его охлаждения вследствие теплопроводности.

На фиг. 5, 6 приведено решение для режима III при $x_1 = 0,1$ ($\alpha_2 = 0,8 \cdot 10^{-2}$). В системе происходит испарение частицы. Температурные кривые 1—5 на фиг. 5 соответствуют моментам времени $\tau = 0,01; 2; 15; 50; \infty$. Давление в системе растет от $p_0 = 1$ до $p = 1,03$ бар, а затем понижается до $p = 0,98$ бар. Это понижение давления связано с тем, что фазовый переход практически прекращается, а теплообмен еще имеет место (см. фиг. 6). Отметим, что при $x_1 < 1$ конденсация не всегда сменяется испарением в режиме I.



Фиг. 5



Фиг. 6

Во всех рассмотренных вариантах размер частицы r_0 менялся мало. В случае $x_1 = 1$ (бесконечный объем пара) это связано с тем, что расчеты велись до выхода на квазистационарный режим. Для описания дальнейшего поведения системы, как уже указывалось, можно использовать стационарное решение (2.1).

В «ячеечной» постановке малое изменение радиуса к моменту установления равновесия является следствием того, что рассматривались варианты с малым массовым содержанием пара в ячейке $x_1 = 0,1$.

Поступила 21 VI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С. Теплообмен газового пузырька с жидкостью.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1974, № 5.
2. Вукалович М. П. Таблицы термодинамических свойств воды и водяного пара. М.— Л., «Энергия», 1965.
3. Вильямс Ф. А. Теория горения. М., «Наука», 1971.

УДК 532.5.013.2+534.222.2

ДИНАМИКА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

В. К. Кедринский, В. Т. Кузавов

(Новосибирск)

Уравнение одномерной пульсации цилиндрической полости в сжимаемой жидкости было получено в [1, 2] в рамках приближенной теории Кирквуда—Бете [3], основанной на аппроксимации функцией $G = r^{1/2} \Omega$ инварианта, распространяющегося вдоль характеристики со скоростью $c + u$, где $\Omega = \omega + u^2/2$ — кинетическая энтальпия; $\omega = \int dp/\rho$ — энтальпия; u — скорость частицы жидкости; r — координата; c — местная скорость звука.

При выводе этого уравнения было использовано условие для G

$$(1) \quad \frac{\partial}{\partial t} [r^{1/2} (\omega + u^2/2)] = - (c + u) \frac{\partial}{\partial r} [r^{1/2} (\omega + u^2/2)]$$

и уравнения неразрывности и сохранения импульса, на основании которых производилась замена частных производных на полные в (1) [2]. Уравнение пульсации полости получено в следующем виде (полагаем $r = R$, $u = dR/dt$):

$$(2) \quad R[1 - (dR/dt)/c] d^2 R/dt^2 + (3/4)(dR/dt)^2 [1 - (dR/dt)/3c] = \\ = \omega [1 + (dR/dt)/c]/2 + R(d\omega/dt) [1 - (dR/dt)/c],$$

где R — радиус полости; t — время. Значение энтальпии ω на стенке полости со стороны жидкости определяется на основании уравнения Тэта [3] в виде

$$\omega = \frac{nB}{(n-1)\rho_0} \left[\left(1 + \frac{p(R) - p_\infty}{B} \right)^{1-1/n} - 1 \right],$$