

УДК 536.3

## **Определение температуры непрозрачного объекта по спектру теплового излучения: формы представления исходных данных и методы**

**С.П. Русин**

*Объединенный институт высоких температур РАН, Москва*

E-mail: sprusin@yandex.ru

В качестве исходных данных используются спектральные распределения интенсивностей, относительных излучательных способностей, обратных яркостных температур непрозрачного свободно излучающего объекта в конденсированном состоянии. Рассматриваются соответствующие этим распределениям методы определения термодинамической (истинной) температуры, когда излучательная способность объекта предварительно неизвестна. Обсуждаются достоинства и недостатки каждого метода и соответствующая форма представления исходных данных. Показано, что спектральное распределение обратных яркостных температур обладает наибольшей информацией об истинной температуре и излучательной способности измеряемого объекта. На основании известных экспериментальных данных для вольфрама приводятся оценки температурного интервала, к которому принадлежит истинная температура. Приведены способы дополнительной проверки достоверности полученных результатов.

**Ключевые слова:** истинная температура, излучательная способность, спектр теплового излучения.

### **Введение**

В настоящее время термометры (пирометры) излучения получают все большее распространение вследствие своего быстродействия, а также находят широкое применение в случаях, когда контакт с объектом измерения невозможен (объект движется относительно регистрирующего прибора), либо нежелателен (объект радиоактивен, химически агрессивен, находится под высоким электрическим напряжением, под действием высокочастотных электромагнитных полей и т.п.). Кроме того, в отличие от контактных термометров, пирометр позволяет регистрировать поля излучения путем изменения направления наблюдения. Стоит также отметить, что для регистрации полей излучения могут быть использованы матричные фотоприемники.

Одним из важных параметров, характеризующих функционирование объекта, является его термодинамическая (истинная) температура  $T$ . В работах [1, 2] рассматривались методы измерения потоков излучения нагретых объектов. При определении температуры  $T$  полагалось, что предварительно известны излучательная способность места визирования для данной длины волны и направления визирования, а также ослабляющее действие неизлучающей промежуточной среды, разделяющей объект и регистрирующий прибор. Вместе с тем, излучательная способность даже для одного и того же материала может существенно меняться в зависимости от температуры, направления излучения, шероховатости поверхности, степени ее окисления и загрязнения и ряда других факторов.

Наилучший выход в такой ситуации — одновременное определение температуры и спектральной излучательной способности в направлении визирования (т.е. в режиме *in situ*). Этот подход для свободно излучающих непрозрачных тел в конденсированном состоянии кратко рассматривался в работе [3] и более полно — в [4, 5]. Поясним идею этого подхода на простейшем примере.

Пусть для выбранного места визирования (изотермической площадки малых размеров) и направления визирования  $s$  зарегистрирован спектральный набор интенсивностей  $I_c(\lambda_i, s)$  для трех длин волн ( $i = 1, 2, 3$ ). Поскольку  $I_c(\lambda_i, s) = \varepsilon(\lambda_i, T, s) I_0(\lambda_i, T)$ , где  $\varepsilon(\lambda_i, T, s)$  — спектральная излучательная способность при температуре  $T$ ,  $I_0(\lambda_i, T)$  — спектральная интенсивность абсолютно черного тела (АЧТ) при температуре  $T$ , то имеется три уравнения с четырьмя неизвестными:  $\varepsilon(\lambda_1, T, s)$ ,  $\varepsilon(\lambda_2, T, s)$ ,  $\varepsilon(\lambda_3, T, s)$  и  $T$ . Для замкнутости системы полагаем, что в данном спектральном интервале излучательная способность площадки визирования линейно зависит от  $\lambda$ , т.е.  $\varepsilon(\lambda_i, T, s) = a_1 + a_2\lambda$ , где  $a_1, a_2$  — постоянные коэффициенты. В результате получаем систему из трех уравнений с тремя неизвестными  $a_1, a_2$  и  $T$ . В работе [3] аналогичный пример рассматривался для случая, когда интенсивность собственного излучения выражалась через яркостные температуры и в пределах применимости приближения Вина, а функция  $\ln \varepsilon(\lambda_i, T, s)$  линейно зависела от  $\lambda$ .

Разумеется, чем шире выбранный спектральный интервал и чем больше набор  $I_c(\lambda_i, s)$  при различных значениях  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ), тем большее число уравнений будет получено, и тем большее число параметров  $a_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) может быть использовано для построения модели  $\varepsilon(\lambda_i, s)$ . В результате получим систему из  $m$  уравнений с  $n + 1$  неизвестными. Параметрическая модель для  $\varepsilon(\lambda_i, s)$  выбирается таким образом, чтобы  $n + 1 < m$ . В этом случае система уравнений переопределена и целесообразно использовать метод наименьших квадратов (МНК). Как известно, при увеличении числа неизвестных параметров ухудшается точность определения каждого из них, в частности, температуры  $T$ . Поэтому модель для спектральной излучательной способности должна удовлетворять взаимно исключающим требованиям высокой точности при малом числе параметров. В этой ситуации необходима предварительная информация об объекте измерения на основании анализа исходных экспериментальных данных. Вместе тем, исходные экспериментальные данные могут быть представлены в разных формах и нести различную информацию. Так, например, данные могут быть представлены в виде спектральных распределений интенсивностей излучения, в относительных величинах (относительных излучательных способностей), обратных яркостных температур. Причем, на основании одного из распределений могут быть получены все остальные.

В настоящей статье рассматриваются три подхода при определении термодинамической температуры непрозрачного свободно излучающего объекта, когда экспериментальные данные спектра теплового излучения представлены в виде трех различных спектральных распределений: интенсивностей излучения, относительных излучательных способностей, обратных яркостных температур. В качестве исходных данных используются экспериментальные данные, известные из литературных источников. Обсуждаются достоинства и недостатки каждого из подходов. Показано, что наибольшую информацию о температуре и излучательной способности объекта измерения дает представление исходных данных в виде распределения обратных яркостных температур. В таком случае приводятся оценки температурного интервала, к которому принадлежит искомая температура. Для этой цели используется графическое представление исходных данных и температура спектрального отношения. Приведены способы дополнительной проверки достоверности полученных результатов.

## 1. Формы представления исходных экспериментальных данных как источник информации о температуре и излучательной способности объекта (анализ)

Рассматривается непрозрачный объект в конденсированном состоянии, свободно излучающий в окружающее пространство. Величина спектральной интенсивности  $I_c(\lambda_i)$  собственного излучения объекта такова, что излучением извне можно пренебречь. Объект. В связи с непрозрачностью объекта его термодинамическая температура  $T$  и оптические свойства отнесены к его поверхности. Среда, разделяющая прибор и объект измерения, прозрачна для излучения. Полагается, что спектр излучения регистрируется многоволновым термометром излучения или спектрометром. Во всех случаях число неизвестных параметров  $(n + 1)$  меньше числа уравнений  $(m)$ , причем  $m \gg n$ . Полагается также, что на основании предварительной информации известен температурный интервал  $[T_a, T_b]$ , к которому принадлежит искомая температура  $T$ . Неопределенность, вносимая неточностью экспериментального определения величины  $\lambda_i$ , не учитывается.

При дальнейшем изложении, для сокращения записи, вектор  $s$  направления визирования в формулах не указывается. В обозначениях излучательной способности материала  $\varepsilon(\lambda_i)$  и спектральной интенсивности  $I_c(\lambda_i)$ , как правило, не указывается температура  $T$ , которая является искомой. Не указывается также малая изотермическая площадка, на которую фокусируется измерительный прибор и от которой исходит излучение. Полагается, что все эти параметры в процессе регистрации спектра излучения не меняются.

Как уже отмечалось, одни и те же спектральные распределения тепловой энергии объекта могут быть представлены в различной форме. В текущем разделе рассматриваются информационные возможности спектральных распределений интенсивностей  $I_c(\lambda_i)$  собственного излучения объекта, относительных излучательных способностей  $\varepsilon_f(\lambda_i)$ , обратных яркостных температур  $1/T_{\text{rad}}(\lambda_i)$  и соответствующие методы определения температуры  $T$  по этим распределениям.

### 1.1. Исходные данные, заданные в виде спектрального распределения интенсивностей $I_c(\lambda_i)$

Набор интенсивностей  $I_c(\lambda_i)$  позволяет записать систему уравнений

$$\varepsilon(\lambda_i)I_0(\lambda_i, T) = I_c(\lambda_i), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (1)$$

где в соответствии с формулой Планка интенсивность  $I_0(\lambda_i, T)$  АЧТ записывается в виде  $I_0(\lambda_i, T) = c_1 / \{ \pi \lambda_i^5 [\exp(c_2 / \lambda_i T) - 1] \}$ , а  $c_1 = 3,74177 \cdot 10^{-16}$  Вт·м<sup>2</sup>,  $c_2 = 1,4388 \cdot 10^{-2}$  м·К — первая и вторая постоянные излучения соответственно (см. Приложение в работе [1]).

В работе [6] был представлен численный алгоритм определения  $T$  и спектрального распределения  $\varepsilon(\lambda_i)$  по зарегистрированному набору  $I_c(\lambda_i)$ . В качестве первого приближения использовалась линейная параметрическая зависимость  $\varepsilon$  от  $\lambda_i$ . Алгоритм последовательно уточнял вид параметрической зависимости  $\varepsilon$  от  $\lambda_i$ , переходя от линейной к более сложным зависимостям. Для минимизации соответствующих функционалов использовался метод Нелдера–Мида и регуляризованный метод Гаусса–Ньютона.

Точность экспериментальных данных оценивалась величиной

$$\delta_{\text{ex}} = \left\{ \sum_{i=1}^m [\delta_{\text{exp},i} I_c(\lambda_i)]^2 \right\}^{1/2} / S = \|\delta_{\text{exp}} I_c\| / \|I_c\|, \quad (2)$$

где

$$S = \left\{ \sum_{i=1}^m I_c^2(\lambda_i) \right\}^{1/2} = \|I_c\|, \quad (3)$$

$\delta_{\text{exp},i}$  — относительная неопределенность измеренной величины  $I_c(\lambda_i)$ . Как правило, измерительные приборы конструируются таким образом, чтобы относительная неопределенность  $\delta_{\text{exp},i}$  была постоянной в широком спектральном интервале. Тогда, при  $\delta_{\text{exp},1} = \delta_{\text{exp},2} = \dots = \delta_{\text{exp},m} = \delta_{\text{exp},c}$  величина  $\delta_{\text{ex}} = \delta_{\text{exp},c}$ .

Относительная невязка определялась по соотношению

$$\delta = \left( \sum_{i=1}^m \Delta_i^2 \right)^{1/2} / S = \|\Delta\| / \|I_c\|, \quad (4)$$

где

$$\Delta_i = \varepsilon_{\text{ap}}(\lambda_i) I_0(\lambda_i, T_p) - I_c(\lambda_i), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (5)$$

$\varepsilon_{\text{ap}}$  — параметрическая модель излучательной способности,  $T_p$  — величина, принятая за значение искомой температуры.

Процесс подбора моделей продолжается до достижения условия адекватности, т.е. когда  $\delta \cong \delta_{\text{ex}}$  хотя бы на части интервала  $[T_a, T_b]$  [6]. Подбор значений  $T_p$  обычно начинают с того, что интервал  $[T_a, T_b]$  делят на  $K$  равных частей длиной  $h_T$ . Затем последовательно производят вычисления по (4) при различных  $T_{p,k} \in [T_a, T_b]$ , начиная с  $T_{p,k=1} = T_a$ , с шагом  $h_T$  до тех пор, пока не будет достигнут конец интервала — значение  $T_b$ . Если  $\delta > \delta_{\text{ex}}$  для всех  $T_{p,k} \in [T_a, T_b]$ , то число параметров модели необходимо увеличить для адекватного описания экспериментальных данных. Поскольку приближенное равенство  $\delta \cong \delta_{\text{ex}}$  не предполагает точного выполнения, то обычно полагают, что модель адекватна экспериментальным данным, как только первый раз выполняется неравенство

$$\delta < \delta_{\text{ex}}. \quad (6)$$

Особенность использования набора  $I_c(\lambda_i)$  заключается в том, что при температурах порядка 1800 К и выше, значения  $I_c(\lambda_i)$  при различных длинах волн могут различаться по величине на порядки и, следовательно, величины  $\Delta_i$  также могут отличаться между собой на порядки. Это ухудшает точность определения  $T$ . На рис. 1 представлено относительное спектральное распределение  $I_c(\lambda_i) / I_c^{\text{max}}$  в виде графика для образца из вольфрама

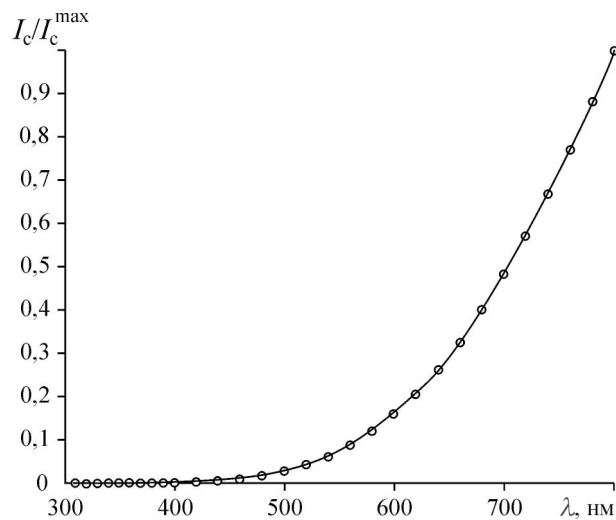


Рис. 1. Относительное спектральное распределение  $I_c(\lambda_i) / I_c^{\text{max}}$  для образца из вольфрама при  $T = 1800$  К. Построено по экспериментальным данным [7].

при  $T = 1800$  К (здесь  $I_c^{\max} = I_c(\lambda = 800 \text{ нм})$  — наибольшая величина интенсивности в спектральном интервале от 310 до 800 нм. График построен на основании спектрального распределения излучательной способности  $\varepsilon$  вольфрама при  $T = 1800$  К, полученного экспериментально в работе [7]. Отметим, что при  $\lambda_1 = 310$  нм отношение  $I_c(\lambda_i)/I_c^{\max} = 1,799 \cdot 10^{-5}$ . К особенностям подхода, основанного на использовании набора интенсивностей  $I_c(\lambda_i)$ , следует отнести то, что такая форма представления данных без их предварительного анализа не позволяет судить об интервале, к которому принадлежит искомая температура. Подбор параметрических моделей, аппроксимирующих экспериментальные данные, проводится практически вслепую. Для воспроизведения алгоритма необходимо наличие двух подпрограмм, соответствующих используемым методам минимизации, и определенной квалификации в области программирования. К достоинствам такого подхода следует отнести возможность экспериментального определения спектральных интенсивностей  $I_c(\lambda_i)$  с высокой точностью, например, методом сличения с АЧТ. Представленный алгоритм, с небольшими изменениями, может быть использован как в пределах применимости формулы Планка, так и приближения Вина.

В системе уравнений (1) искомые величины входят в сомножители произведения  $\varepsilon(\lambda_i)I_0(\lambda_i, T)$ . При дальнейшем изложении будет показано, что соответствующий алгоритм определения температуры по спектру теплового излучения можно упростить, если уравнения в (1) предварительно почленно прологарифмировать.

### 1.2. Исходные данные, заданные в виде относительного спектрального распределения интенсивностей $\varepsilon_f(\lambda_i, T_f) = I_c(\lambda_i)/I_0(\lambda_i, T_f)$

Известно, если все члены уравнения разделить на одно и то же число, то полученное таким способом новое уравнение будет равносильно исходному. Для того, чтобы в системе уравнений вида (1) элементы столбца свободных членов имели один и тот же порядок величин, в работе [8] было предложено вместо системы (1) использовать равносильную систему

$$\varepsilon_f(\lambda_i, T_f) = I_c(\lambda_i)/I_0(\lambda_i, T_f), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (7)$$

где  $\varepsilon_f(\lambda_i, T_f) = I_c(\lambda_i)/I_0(\lambda_i, T_f) = \varepsilon(\lambda_i, T)f(\lambda_i, T, T_f)$  — относительная излучательная способность,  $T_f$  — температура отнесения,  $f(\lambda_i, T, T_f) = [1 - \exp(c_2/\lambda_i T_f)]/[1 - \exp(c_2/\lambda_i T)]$ .

На основании предварительной информации величина температуры отнесения  $T_f$  выбирается возможно ближе к искомой температуре  $T$ . В этом случае на графике можно увидеть зависимость излучательной способности от  $\lambda$ , близкой к искомой, среди других зависимостей  $\varepsilon_f$  от  $\lambda$ , полученных при значениях  $T_f$ , отличных от  $T$ . Это облегчает выбор параметрической модели для зависимости  $\varepsilon$  от  $\lambda$ . Очевидно, что система уравнений (7) в относительных величинах может быть решена с использованием того же алгоритма, что и систему (1). Покажем, что этот алгоритм может быть существенно упрощен если систему (1) представить в логарифмическом виде и использовать относительную излучательную способность  $\varepsilon_f$ .

Суть подхода изложим в предположении справедливости приближения Вина. Тогда, записывая систему (7) в логарифмическом виде, получим

$$p/\lambda_i + \ln \varepsilon(\lambda_i) = \ln \{I_c(\lambda_i)/I_0(\lambda_i)\} = \ln \varepsilon_f(\lambda_i, T_f), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (8)$$

где  $p = c_2(1/T_f - 1/T)$ .

Столбец свободных членов известен, функция  $\ln \varepsilon(\lambda_i)$  аппроксимируется моделью, которая содержит  $n$  неизвестных параметров, величина  $p$  также неизвестна. Таким образом, получена система уравнений по-прежнему с  $n + 1$  неизвестными, но правые части

уже имеют один и тот же порядок величин. Для того, чтобы можно было использовать стандартный линейный МНК каждое уравнение системы (8) почленно умножается на  $\lambda_i$ , а для аппроксимации  $\ln \varepsilon(\lambda_i)$  используется полиномиальная модель. В результате получаем систему

$$p + \sum_{j=1}^n a_j \lambda_i^j = \lambda_i \ln \varepsilon_f(\lambda_i, T_f), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (9)$$

которая решается по МНК. В качестве дополнительной проверки вычисления могут быть повторены при значении  $T_f$  равном расчетной величине  $T_p$  искомой температуры.

Достоинством рассматриваемого подхода является то, что входные данные для расчета имеют один и тот же порядок величин. Используя различные значения  $T_f$ , можно получить и представить на графике зависимость  $\varepsilon_f(\lambda_i, T_f)$  от  $\lambda_i$ , близкую к зависимости  $\varepsilon(\lambda_i, T)$  от  $\lambda_i$ . Тогда, при наличии информации о форме зависимости  $\varepsilon(\lambda_i, T)$  от  $\lambda_i$  может быть оценен температурный интервал, к которому принадлежит искомая температура. Набор зависимостей  $\varepsilon_f(\lambda_i, T_f)$  от  $\lambda_i$  в интервале возможных температур облегчает также выбор класса аппроксимирующих функций.

### 1.3. Исходные данные, заданные в виде спектрального распределения яркостных температур $1/T_{\text{rad}}(\lambda_i)$ и $T_{\text{rad}}(\lambda_i)$

Для анализа используем распределение  $T_{\text{rad}}(\lambda_i)$ , построенное по спектральному распределению  $I_c(\lambda_i, T) = 1800$  К образца из вольфрама в диапазоне от 310 до 800 нм, нагретого в вакууме при температуре  $T = 1800$  К. Среднеквадратичная неопределенность экспериментального определения спектральной излучательной способности вольфрама составила 0,5 % [7]. В этом случае исходные данные имеют один тот же порядок величин. Зависимость  $\varepsilon(\lambda_i, T)$  от  $\lambda_i$  и температура  $T$  являются искомыми величинами.

Согласно определению яркостной температуры, имеет место соотношение

$$I_c(\lambda) = \varepsilon(\lambda, T) I_0(\lambda, T) = I_0(\lambda, T_{\text{rad}}). \quad (10)$$

В соответствии с формулой Планка яркостная температура  $T_{\text{rad}}(\lambda)$  рассчитывалась по соотношению

$$T_{\text{rad}}(\lambda) = c_2 / \left\{ \lambda \ln \left( c_1 / \left[ \pi \lambda^5 I_c(\lambda) \right] + 1 \right) \right\}. \quad (11)$$

На рис. 2 представлены зависимости  $1/T_{\text{rad}}$  (рис. 2а) и  $T_{\text{rad}}$  (рис. 2б) от  $\lambda$  образца из вольфрама в вакууме при  $T = 1800$  К, рассчитанные по спектральному распределению излучательной способности [7]. В соответствии с формулой Планка, спектральное распределение  $1/T_{\text{rad}}(\lambda)$  можно записать в виде [9]

$$\frac{1}{T_{\text{rad}}(\lambda)} = \frac{1}{T} - \frac{\lambda}{c_2} \left\{ \ln [\varepsilon(\lambda, T)] - \ln [\omega(\lambda, T)] \right\}, \quad (12)$$

где  $\omega(\lambda, T) = 1 - [\varepsilon(\lambda, T)] \exp(-c_2/(\lambda T))$ . Как известно, при  $\lambda T < 3 \cdot 10^{-3}$  м·К величиной  $\ln [\omega(\lambda, T)]$  можно пренебречь, и тогда, с отклонением от формулы Планка менее, чем на 1 %, имеет место приближение Вина, согласно которому

$$\frac{1}{T_{\text{rad}}(\lambda)} = \frac{1}{T} - \frac{\lambda}{c_2} \ln \varepsilon(\lambda, T). \quad (13)$$

Спектральное распределение (13) весьма информативно. Так, например, если  $\ln \varepsilon(\lambda, T)$  линейно зависит от  $\lambda$ , то величина  $\ln \varepsilon(\lambda, T) \equiv \text{const}$ . Если  $1/T_{\text{rad}}(\lambda)$  зависит от  $\lambda$  по закону алгебраического многочлена второй степени, то  $\ln \varepsilon(\lambda, T)$  линейно зависит от  $\lambda$ .

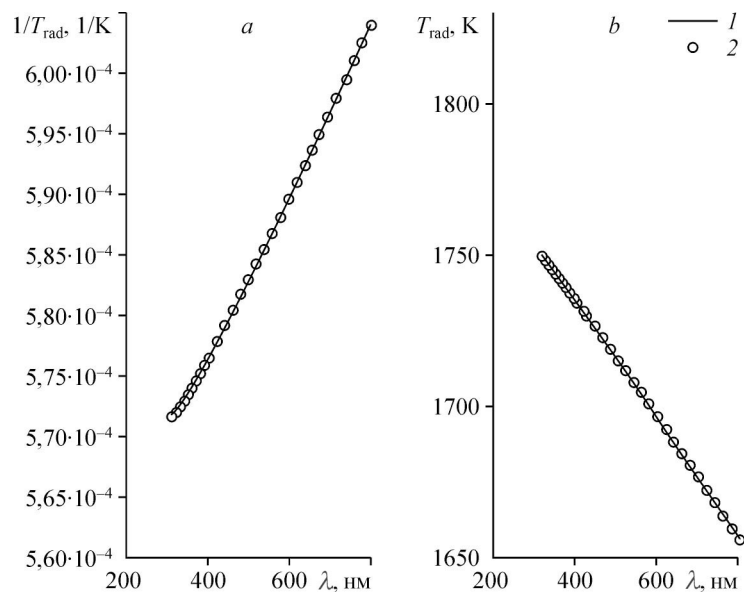


Рис. 2. Зависимость  $1/T_{\text{rad}}$  от  $\lambda$  (a) и  $T_{\text{rad}}$  от  $\lambda$  (b) образца из вольфрама при  $T = 1800$  К.

1 — расчет по спектральному распределению излучательной способности вольфрама [7], 2 — экспериментальные данные [7].

Отметим, что выражения (12) и (13) имеют постоянные слагаемые, которые содержат искомую температуру  $T$  и не зависят от  $\lambda$ , а остальные слагаемые зависят от  $\lambda$ . На основании этих выражений получаем

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{1}{T_{\text{rad}}(\lambda)} = \frac{1}{T}. \quad (14)$$

Из (14) следует ряд выводов. Во-первых, в пределе при  $\lambda \rightarrow 0$  величина  $T_{\text{rad}}(\lambda) \rightarrow T$ . Это означает, что, вообще говоря, искомая температура  $T$  может быть найдена на основании зависимости  $T_{\text{rad}}$  от  $\lambda$ . Причем, найденная величина  $T$  имеет единственное значение. Во-вторых, величина  $T$  может быть оценена как сверху, так и снизу. В связи с этим в работах [10, 11] было предложено при определении температуры по спектру теплового излучения проводить измерения при максимально коротких длинах волн, в частности, в ультрафиолетовой области. Основное возражение против такого подхода — возможное изменение зависимости излучательной способности в этой спектральной области. Кроме того, как известно, при коротких длинах волн ухудшается точность определения спектральных интенсивностей.

Существует альтернативный подход к изложенной проблеме. Поскольку постоянное слагаемое  $1/T$ , содержащее температуру, входит в выражения (12) и (13), то это означает, что постоянное, неизвестное пока слагаемое должно содержаться и в любой модели для спектрального распределения  $1/T_{\text{rad}}(\lambda)$ , причем, остальные слагаемые должны зависеть от  $\lambda$ . Таким образом, модель, адекватная экспериментальным данным, позволит определить это неизвестное постоянное слагаемое, которое как раз и будет предельным значением выражения (14). Проблема заключается в точности определения  $T$ .

В качестве примера рассмотрим спектральное распределение  $1/T_{\text{rad}}(\lambda)$ , представленное на рис. 2a. Сначала определим температурный интервал, к которому принадлежит  $T$ .

Искомая температура  $T$  должна быть больше наибольшей яркостной температуры  $T_{\text{rad}}^{\text{sup}}$  в спектральном распределении. Проведем оценку снизу: в нашем случае  $T_{\text{rad}}^{\text{sup}} = 1750$  К (округляем до ближайшего целого значения) при  $\lambda_1 = 310$  нм. Разумеется, если предварительно известно, что  $\varepsilon < 0,9$  на данном спектральном интервале, то оценка снизу может быть уточнена в соответствии с выражениями (12) или (13). Более точная оценка  $T$  снизу может быть выполнена с помощью графика рис. 3. Как следует из рис. 2а и 3, зависимость  $1/T_{\text{rad}}$  от  $\lambda$  близка к параболической. В связи с этим для аппроксимации может быть выбран полином второй степени. Для проведения параболы достаточно знать координаты трех экспериментальных точек. Причем, для оценки искомой температуры  $T$  снизу необходимо эту параболу провести так, чтобы экспериментальные точки располагались либо выше параболы, либо принадлежали ей. Для проведения параболы были выбраны две крайние экспериментальные точки спектрального интервала: точка А ( $\lambda_1 = 310$  нм) и точка В ( $\lambda_m = 800$  нм). Точка С выбиралась таким образом, чтобы почти все остальные экспериментальные точки были расположены над параболой или принадлежали ей. Наиболее подходящей оказалась точка С с абсциссой  $\lambda_2 = 370$  нм и ординатой  $1/T_{\text{rad}}(\lambda_2)$  (рис. 3). В этом случае парабола занимает одно из нижних положений и пересекает ось координат в точке, ордината которой соответствует некоторой величине  $1/T_a$ . При увеличении  $1/T_{\text{rad}}(\lambda_2)$  любая парабола, проходящая через указанные три точки, в точке пересечения с осью ординат будет иметь ординату меньшую, чем  $1/T_a$ . Соответственно, величина предполагаемой температуры будет больше, чем  $T_a$ . Это можно показать с помощью вычислительного эксперимента. Полагается, что зависимость  $1/T_{\text{rad}}$  от  $\lambda$ , близкая к реальной, также пройдет через точки А, В и С. В этом случае ордината точки С у рассматриваемой параболы будет больше, чем  $1/T_{\text{rad}}(\lambda_2)$ . Следовательно, величина  $T$  будет больше, чем  $T_a$ .

Величина нижней границы интервала ( $T_a$ ), к которому принадлежит  $T$ , определялась численно путем решения системы из трех уравнений с тремя неизвестными. Тогда на основании (13) и сделанных предположений можно записать

$$a_0 - \lambda_i a_1 - \lambda_i^2 a_2 = c_2/T_{\text{rad}}(\lambda_i) = b_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (15)$$

где  $a_0 = c_2/T_a$ .

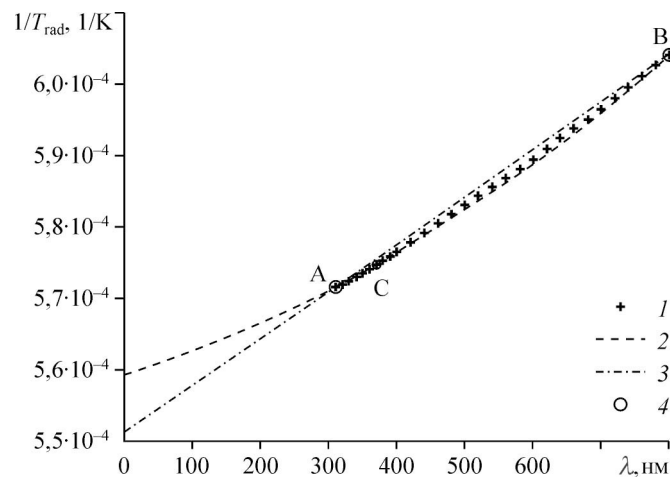


Рис. 3. Зависимость  $1/T_{\text{rad}}$  от  $\lambda$ .

1 — расчет по экспериментальным данным [7], 2 и 3 — расчет по (15) и (16) соответственно, 4 — точки, используемые при расчете по (15).



В результате оценка температуры  $T$  снизу составила  $T_a = 1788$  К. Сверху величина  $T$  может быть оценена с помощью условной температуры  $T_c$  спектрального отношения. Псевдотемпература  $T_c$  часто используется для анализе распределения энергии в спектре теплового излучения объекта измерения. В видимом участке спектра  $T_c$  называют также цветовой температурой (color temperature) [1, 4, 9]. Выберем две длины волны  $\lambda_1 = 310$  и  $\lambda_m = 800$  нм, которые ограничивают данный спектральный интервал. Для этих длин волн в пределах применения приближения Вина (13) имеем систему из двух уравнений:

$$\frac{c_2}{\lambda_1 T_{\text{rad}}(\lambda_1)} = \frac{c_2}{\lambda_1 T} - \ln \varepsilon(\lambda_1, T), \quad \frac{c_2}{\lambda_m T_{\text{rad}}(\lambda_m)} = \frac{c_2}{\lambda_m T} - \ln \varepsilon(\lambda_m, T).$$

Вычтя из первого уравнения второе и, выполнив преобразования, получим:

$$\frac{1}{T_c} = \frac{1/[\lambda_1 T_{\text{rad}}(\lambda_1)] - 1/[\lambda_m T_{\text{rad}}(\lambda_m)]}{1/\lambda_1 - 1/\lambda_m} = \frac{1}{T} + \frac{\ln \{ \varepsilon(\lambda_m, T) / \varepsilon(\lambda_1, T) \}}{c_2 (1/\lambda_1 - 1/\lambda_m)}. \quad (16)$$

На основании (16) запишем

$$T - T_c = \frac{\ln \{ \varepsilon(\lambda_m, T) / \varepsilon(\lambda_1, T) \}}{c_2 (1/\lambda_1 - 1/\lambda_m)} T T_c. \quad (17)$$

В соответствии с (17) знак разности  $T - T_c$  определяется знаком выражения  $\ln \{ \varepsilon(\lambda_m, T) / \varepsilon(\lambda_1, T) \}$ .

Из анализа экспериментальных данных, приведенных в работе [12], следует, что для многих металлов излучательная способность уменьшается при увеличении  $\lambda$ . Поэтому будем полагать, что  $\varepsilon(\lambda_m, T) / \varepsilon(\lambda_1, T) < 1$  (в дальнейшем это предположение будет проверено). Тогда из (17) следует, что  $T_c = T_b = 1815$  К больше  $T$ , т.е.  $T_a = 1788$  К  $< T < T_b = 1815$  К. В графической форме ограничение сверху представляет собой прямую линию вида  $y = k\lambda + b$ , где  $k = -\ln \varepsilon_c$ , а  $b = 1/T_c$ . Величина  $\ln \varepsilon_c = (y_1 - y_m) / (\lambda_m - \lambda_1)$  определяется по двум точкам в предположении, что  $\varepsilon(\lambda_1, T) = \varepsilon(\lambda_m, T) = \varepsilon_c$  (рис. 3).

На рис. 4 представлены зависимости  $\ln(\varepsilon_f)$  (рис. 4a) и  $\varepsilon_f$  (рис. 4b) от  $\lambda$  при изменении температуры отнесения  $T_f$  от 1785 (верхняя пунктирная линия) до 1815 К (нижняя пунктирная линия) с шагом 5 К. В соответствии с определением температуры спектрального отношения при  $T_c = 1814,7$  К величина  $\varepsilon_f(\lambda = 310 \text{ нм}) = \varepsilon_f(\lambda = 800 \text{ нм})$ . При уменьшении  $T_f$  выполняется неравенство  $\varepsilon_f(\lambda = 310 \text{ нм}) > \varepsilon_f(\lambda = 800 \text{ нм})$ . Если соединить отрезками прямых начало ( $\lambda = 310$  нм) и конец ( $\lambda = 800$  нм) каждой линии на графиках рис. 4, то при  $T_f = 1815$  К все остальные экспериментальные точки будут расположены над соответствующим отрезком прямой. При уменьшении значений  $T_f$  количество точек, расположенных над каждым отрезком прямой будет уменьшаться, и, наконец, при  $T_f = 1785$  К большинство точек окажется под отрезком соответствующей прямой. Объяснение этому факту следует из определения  $\ln \varepsilon_f$  (8): при  $T_f > T$  гипербола  $p/\lambda$  выпукла вверх, так как  $(p/\lambda)_\lambda'' = 2p\lambda^{-3} < 0$ , а при  $T_f < T$  гипербола  $p/\lambda$  выпукла вниз, так как  $2p\lambda^{-3} > 0$  (см., например, [13]). Именно сменой знака у параметра  $p$  объясняется смена выпуклости на вогнутость у гиперболы  $p/\lambda$  и появление упомянутого эффекта на рис. 4. Из (8) также следует, что влияние функции  $p/\lambda$  на график зависимости  $\ln \varepsilon_f$  от  $\lambda$  тем больше, чем больше зависимость  $\ln \varepsilon(\lambda, T)$  приближается к прямолинейной.

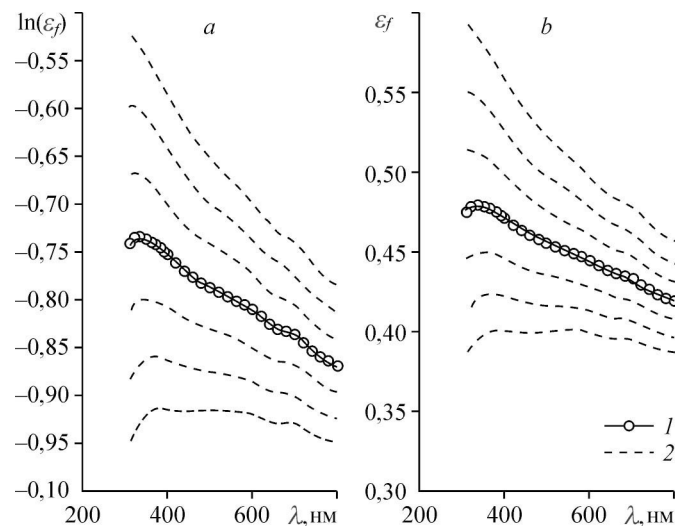


Рис. 4. Зависимость  $\ln(\varepsilon_f)$  от  $\lambda$  (a) и  $\varepsilon_f$  от  $\lambda$  (b) образца из вольфрама при различных значениях  $T_f$ .  
 1 — экспериментальные данные при  $T_f = 1800$  К [7],  
 2 —  $T_f$  меняется от 1785 до 1815 К с шагом 5 К.

Будем полагать, что  $\ln \varepsilon(\lambda_i, T) \cong \sum_{j=1}^n a_j \lambda_i^{j-1}$ . Тогда в соответствии с (13) и (15), имеем исходную систему уравнений

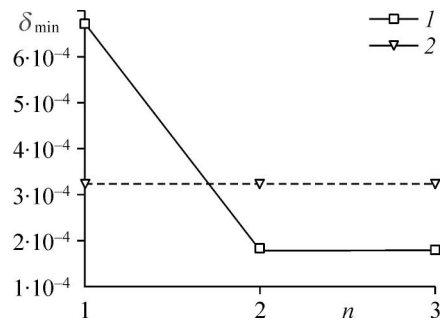
$$a_0 - \sum_{j=1}^n a_j \lambda_i^j = c_2 / T_{\text{rad}}(\lambda_i), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (18)$$

где  $a_0 = c_2 / T_{p,n}$ ,  $T_p$  — температура, рассчитанная при заданном значении  $n$ . Достоинства данного подхода заключается в том, что в отличие от спектрального распределения  $I_c(\lambda_i)$  входные данные имеют один и тот же порядок величин, поэтому нет необходимости задавать входные данные в относительных величинах. Графическое представление исходных экспериментальных данных облегчает получение предварительной информации об искомой температуре и излучательной способности объекта измерения.

## 2. Обсуждение результатов

Анализ результатов, полученных при использовании входных данных в виде спектрального распределения  $I_c(\lambda_i)$ , частично был проведен в работе [6], а для распределения  $\varepsilon_f(\lambda_i)$  — в [8]. В настоящей статье в качестве входных данных для численных расчетов было использовано распределение  $1/T_{\text{rad}}(\lambda_i)$ , основанное на экспериментальных данных [7], и соотношениях, приведенных в разделе 1.3. Указанное распределение уже рассматривалось в разделе 1.3 при анализе входных данных в графической форме. Анализ компьютерных вычислений и точности определения искомых величин проводился в предположении выполнения приближения Вина. На основании анализа экспериментальных данных [7] полагалось, что спектральные интенсивности измеряются с относительной среднеквадратичной неопределенностью  $\delta_i = 0,5\%$ . После восстановления по экспериментальным данным [7] спектральных распределений  $I_c(\lambda_i)$  полагалось, что известны только эти распределения, а термодинамическая температура  $T$  и зависимость излучательной способности  $\varepsilon$  материала объекта измерения от  $\lambda$  являются искомыми.

Рис. 5. Зависимость  $\delta_{\min}$  от  $n$  в спектральном интервале от 310 до 800 нм.  
1 —  $\delta_{\min}$ , 2 —  $\delta_{\text{exp}}$ .



## 2.1. Определение истинной температуры $T$ и спектрального распределения $\ln \varepsilon(\lambda)$

Для вычислений использовалась система уравнений (18), которая решалась по МНК при  $n = 1, 2$  и  $3$ . Значения  $\delta_{\text{ex}}$  и  $\delta$  рассчитывались по формулам вида (2) и (4) соответственно. В результате было получено, что при  $n = 1$  величина  $T_{p,1} = 1818$  К, при  $n = 2$  —  $T_{p,2} = 1800$  К, при  $n = 3$  —  $T_{p,3} = 1801$  К (данные расчета округлены до ближайшего целого). Отметим, что при  $n = 1$  значение  $T_{p,1} = 1818$  К мало отличается от  $T_c = 1815$  К. Этого следовало ожидать, т.к. значение  $T_c$  получено в предположении равенства излучательных способностей при используемых длинах волн (серое приближение).

На рис. 5 представлена зависимость относительной невязки  $\delta_{\min}$  в точке минимума от  $n$ . Для наглядности точки соединены отрезками прямых линий. Там же штриховой линией показаны значения  $\delta_{\text{ex}}$ . При расчете  $\delta_{\text{ex}}$  по формуле вида (2) значения  $\delta_{\text{exp},i}$  в пределах приближения Вина вычислялись с помощью соотношения (см., например, [5])

$$\delta_{\text{exp},i} = \frac{\Delta(c_2/T_{\text{rad},i})}{(c_2/T_{\text{rad},i})} = \frac{\Delta T_{\text{rad},i}}{T_{\text{rad},i}} = \frac{\lambda_i T_{\text{rad},i}}{c_2} \delta_{I,i}, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

где  $T_{\text{rad},i} = T_{\text{rad}}(\lambda_i)$ ,  $I_{c,i} = I_c(\lambda_i, T)$ ,  $\delta_{I,i} = \Delta I_{c,i} / I_{c,i}$ .

В нашем случае  $\delta_{I,i} = \text{const} = \delta_I = 0,005$  и, согласно (2), (3),

$$\delta_{\text{exp}} = \frac{\delta_I \left( \sum_{i=1}^{i=m} \lambda_i^2 \right)^{1/2}}{c_2 \left( \sum_{i=1}^{i=m} T_{\text{rad},i}^{-2} \right)^{1/2}} = \frac{\delta_I \|\lambda\|}{c_2 \|1/T_{\text{rad}}\|}. \quad (19)$$

Как следует из рисунка, при  $n = 1$  модель неадекватна, т.к.  $\delta_{\min} > \delta_{\text{exp}}$ , а при  $n = 2$  модель адекватна экспериментальным данным. В качестве величины искомой температуры было выбрано значение  $T_{p,2} = 1800,1$  К.

На рис. 6 представлена зависимость расчетных значений  $\ln \varepsilon_p$  и  $\varepsilon_p$  от  $\lambda$  при  $n = 2$ .

## 2.2. Анализ точности полученных результатов

Полученные результаты могут быть подвергнуты дополнительной проверке. Во-первых, значения, рассчитанные по формуле

$$\varepsilon_{p,i}^* = \varepsilon_p^*(\lambda_i, T_p) = I_c(\lambda_i) / I_0(\lambda_i, T_p) = I_0(\lambda_i, T_{\text{rad},i}) / I_0(\lambda_i, T_p), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (20)$$

и значения  $\varepsilon_{p,i} = \varepsilon_p(\lambda_i, T_p)$ , рассчитанные по МНК, должны совпадать в пределах точности экспериментальных данных. Разумеется, что это же утверждение имеет место и для  $\ln \varepsilon_{p,i}^*$  и  $\ln \varepsilon_{p,i}$ . Во-вторых, значения температур, рассчитанные с помощью  $\varepsilon_{p,i}$  и  $T_{\text{rad},i}$ , должны быть постоянными во всем спектральном интервале (спектральном окне) от 310 до 800 нм в пределах точности экспериментальных данных. Эти два требования должны

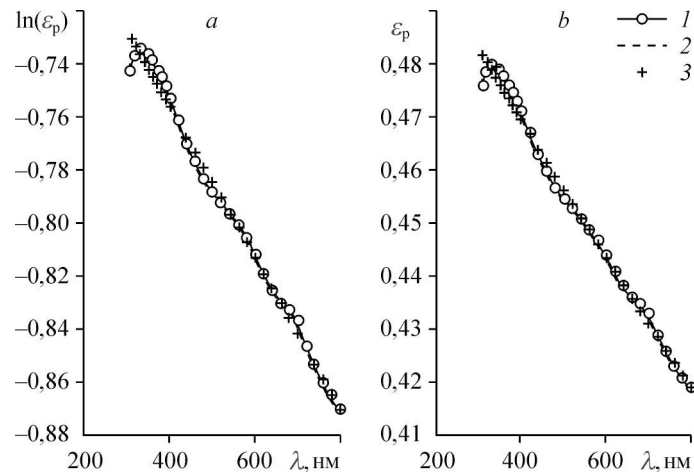


Рис. 6. Зависимость  $\ln \varepsilon_p$  (a) и  $\varepsilon_p$  (b) от  $\lambda$ .

1 — экспериментальные данные [7], 2 —  $\ln \varepsilon_p^*$  (a) и  $\varepsilon_p^*$  (b), 3 —  $\ln \varepsilon_p$  (a) и  $\varepsilon_p$  (b).

выполняться при некотором сужении спектрального окна, в котором зарегистрированы результаты измерений.

В связи с тем, что экспериментальные значения температуры в [7] ( $T = 1800$  К) и значения, полученные при расчете ( $T_p = 1800,1$  К), практически совпадают, графики зависимостей  $\ln \varepsilon$  и  $\ln \varepsilon_p^*$ , а также  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_p^*$  от  $\lambda_i$  также совпадают. Однако графики зависимостей  $\ln \varepsilon_p$ ,  $\ln \varepsilon_p^*$  и  $\varepsilon_p$ ,  $\varepsilon_p^*$  на рис. 6 различаются как по форме, так и по величине соответствующих значений:  $\ln \varepsilon_p$ , в отличие от спектрального распределения  $\ln \varepsilon_p^*$ , представляет собой полином первой степени от  $\lambda$ . Для количественной оценки отклонения  $\varepsilon_{p,i}^*$  от  $\varepsilon_{p,i}$  при каждом значении  $\lambda_i$  использовалось соотношение

$$\Delta \varepsilon_n(\lambda_i) / \varepsilon_n(\lambda_i) = (\varepsilon_{p,i} - \varepsilon_{p,i}^*) / \varepsilon_{p,i}, \quad (21)$$

где  $n$  — число параметров модели для  $\ln \varepsilon(\lambda)$ .

Предположим, что при идеальной аппроксимации экспериментальных данных с помощью параметрической модели по МНК небольшое количество точек будет последовательно расположено на рисунке: то с одной стороны графика модельной зависимости, то с другой. Если эти точки соединить отрезками прямых линий, получится ломаная зигзагообразная линия, близкая к периодической.

На рис. 7 представлена зависимость  $\Delta \varepsilon_n(\lambda_i) / \varepsilon_n(\lambda_i)$  от  $\lambda_i$  при  $n = 1$  (рис. 7a) и  $n = 2$  (рис. 7b). Штриховая линия, расположенная параллельно оси абсцисс, отделяет положительные значения от отрицательных. Как следует из рис. 7a при аппроксимации исходных данных моделью  $\ln \varepsilon(\lambda) = a_1$  основная масса точек (19 из 30-ти) на отрезке от 370 до 710 нм лежит в отрицательной области, т.е. по одну сторону графика модельной зависимости. Меньшая часть (11 точек) находится в двух положительных областях, которые расположены на концах спектрального интервала, т.е. по другую сторону графика модельной зависимости. Периодичность относительно штриховой линии отсутствует. Максимальное положительное отклонение  $\varepsilon_p(\lambda_i)$  от  $\varepsilon_p^*(\lambda_i)$  составляет 4 %, наименьшее отрицательное отклонение — -1,5 %. Соответственно максимальный размах значений составляет 5,5 %. Модельная спектральная зависимость  $\varepsilon_p^*(\lambda_i)$  пересекает спектральную

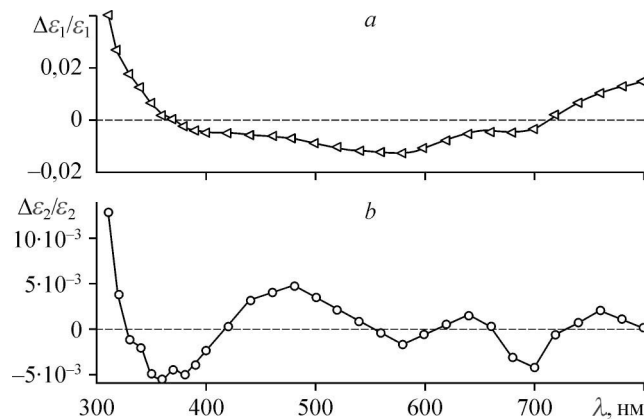


Рис. 7. Зависимости  $\Delta\varepsilon_n(\lambda_i)/\varepsilon_n(\lambda_i)$  от  $\lambda_i$ , характеризующие относительные отклонения  $\varepsilon_p(\lambda_i, T_p)$  от  $\varepsilon_p^*(\lambda_i, T_p)$  при аппроксимации  $\ln\varepsilon(\lambda)$  одним и двумя параметрами.

$n = 1$  (a), 2 (b).

зависимость  $\varepsilon_p(\lambda_i)$  всего в двух точках. Ранее было показано, что эта модель неадекватна входным данным.

Как следует из рис. 7b, при аппроксимации исходных данных зависимостью  $\ln\varepsilon(\lambda) = a_1 + a_2\lambda$  количество точек в положительной и отрицательной областях распределены примерно поровну. В зависимости  $\Delta\varepsilon_2(\lambda_i)/\varepsilon_n(\lambda_i)$  от  $\lambda_i$  наблюдается периодичность. Спектральная зависимость  $\varepsilon_p^*(\lambda_i)$  семь раз пересекает спектральную зависимость  $\varepsilon_p(\lambda_i)$ . Максимальное положительное отклонение  $\varepsilon_p(\lambda_i)$  от  $\varepsilon_p^*(\lambda_i)$  составляет 1,3 %, наименьшее отрицательное отклонение — 0,6 %, максимальный размах значений — 1,9 %. Ранее было показано, что эта модель адекватна входным данным.

Для определения влияния сужения спектрального окна на величину расчетной температуры была выбрана модель  $\ln\varepsilon(\lambda) = a_1 + a_2\lambda$ , адекватная входным данным. Полученные результаты показаны на рис. 8. Вначале полагалось, что в процессе вычислений используется данные, зарегистрированные во всем спектре: от  $\lambda_1 = 310$  нм до  $\lambda_m = 800$  нм. Затем происходило сужение спектрального окна либо со стороны длинноволновой части спектра, либо со стороны коротковолновой части спектра с некоторым шагом, зависящим от наличия экспериментальных точек.

На рис. 8a представлены значения  $T_p$ , когда с сужением спектрального окна происходило со стороны длинноволновой части спектра за счет уменьшения конечной величины интервала  $\lambda_m$  (от 310 нм до  $\lambda_m = \text{var}$ ). Начальный интервал составлял [310,  $\lambda_m = 800$  нм], конечный интервал — [310,  $\lambda_m = 560$  нм], с шагом по  $\lambda_m$  40 нм. Как следует из рис. 8a, значения  $T_p$  при таком сужении спектрального окна меняются от 1800,1 К (при  $\lambda_m = 800$  нм) до 1797,6 К (при  $\lambda_m = 560$  нм). Причем, при сужении спектрального окна с [310,  $\lambda_m = 800$  нм] до [310,  $\lambda_m = 600$  нм] значения  $T_p$  меняются от 1800,1 до 1801,5 К соответственно. В этом случае максимальный размах значений составляет 1,4 К. Одновременно с определением значений  $T_p$  вычислялись и значения температуры  $T_c$  спектрального отношения. При использовании спектрального окна [310,  $\lambda_m = 800$  нм]  $T_c = 1814,7$  К. При сужении спектрального окна до [310,  $\lambda_m = 600$  нм] величина  $T_c$  уменьшается до 1810 К. Такое уменьшение  $T_c$  согласуется с графиком зависимости  $1/T_{\text{rad}}$  от  $\lambda$  (рис. 2a). При сужении спектрального интервала со стороны длинноволновой части спектра величина  $\lambda_m$

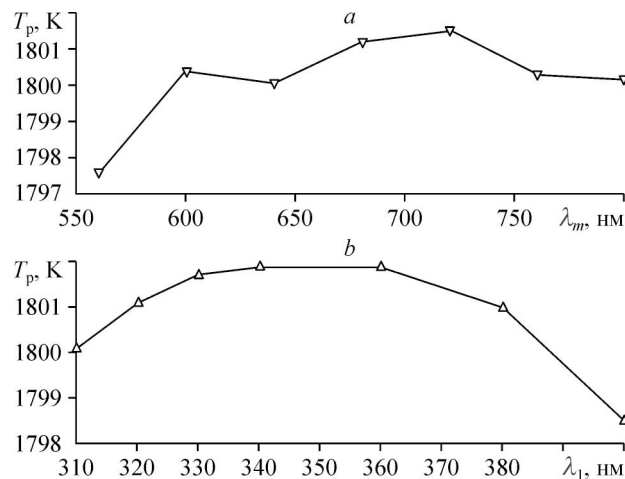


Рис. 8. Влияние сужения спектрального окна на величину расчетной температуры  $T_p$  для модели  $\ln \varepsilon(\lambda) = a_1 + a_2 \lambda$ .

*a* — сужение спектрального окна со стороны длинноволновой части спектра (от 310 нм до  $\lambda_m = \text{var}$ ),  
*b* — сужение спектрального окна со стороны коротковолновой части спектра (от  $\lambda_1 = \text{var}$  до 800 нм).

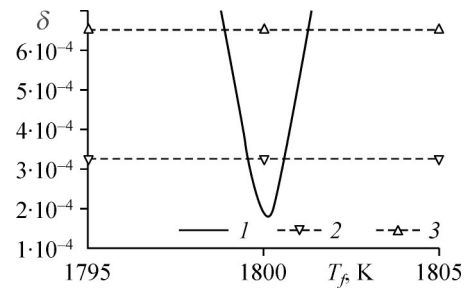
уменьшается и прямая, проведенная через точки с абсциссами 310 нм и  $\lambda_m$ , будет пересекать ось ординат в точках, ординаты которых при каждом новом сужении интервала увеличиваются.

На рис. 8*b* представлены значения  $T_p$ , когда сужение спектрального окна происходило со стороны коротковолновой части спектра. Спектральное окно сужалось от  $[\lambda_1 = 310, 800 \text{ нм}]$  до  $[\lambda_1 = 400, 800 \text{ нм}]$  с шагом по  $\lambda_1$  10 или 20 нм. Максимальный размах значений составлял 1,6 К. Значения  $T_p$  в этих окнах менялись от 1800,1 К (при  $[\lambda_1 = 310, 800 \text{ нм}]$ ) до 1798,5 К (при  $[\lambda_1 = 400, 800 \text{ нм}]$ ). Значения  $T_c$  при и таком сужении спектрального интервала возрастают от 1814,7 К при использовании окна  $[\lambda_1 = 310, 800 \text{ нм}]$  до 1822,1 К при использовании окна  $[\lambda_1 = 400, 800 \text{ нм}]$ . Тенденция к увеличению  $T_c$  также согласуется с графиком зависимости  $1/T_{\text{rad}}$  от  $\lambda$  (рис. 2*a*). При сужении спектрального интервала со стороны коротковолновой части спектра величина  $\lambda_1$  увеличивается и прямая, проведенная через точки с абсциссами  $\lambda_1$  и 800 нм, будет пересекать ось ординат в точках, ординаты которых при каждом новом сужении интервала уменьшаются.

Отметим, что при сужении спектрального интервала условие адекватности (6) выполнялось во всех случаях.

Итак, точность определения искомой температуры  $T$  зависит от ширины спектрального окна. При условии адекватности параметрической модели, использование экспериментальных данных во всем спектральном окне  $[\lambda_1 = 310, 800 \text{ нм}]$ , конечно, увеличивает точность определения  $T_p$ . При достаточном количестве экспериментальных точек, некоторое сужение спектрального окна не должно повлиять на величину  $T_p$ . Однако сужать окно путем последовательного увеличения  $\lambda_1$  нецелесообразно. Это приводит к значительному ухудшению точности определения  $T_p$ , величина  $T_b$  увеличивается, а значит и расширяется температурный интервал  $[T_a, T_b]$ . Кроме того, чем меньше  $\lambda_1$ , тем ближе  $1/T_{\text{rad}}$  к  $1/T$  (разумеется, при условии, что величина  $\ln \varepsilon(\lambda)$  мало изменяется). Можно показать, что чувствительность рассмотренных методов в коротковолновой области выше, чем в длинноволновой области спектра. Сужение спектрального окна путем уменьшения величины  $\lambda_m$ , в нашем случае, приводит к уменьшению величины  $T_b$ .

Рис. 9. Зависимость относительной невязки  $\delta$  от  $T_f$  для модели  $\ln \varepsilon(\lambda) = a_1 + a_2 \lambda$  при  $T_p = 1800,1$  К.  
 1 —  $\delta$ , 2 —  $\delta_{\text{ex}}$  при  $\delta_f = 0,005$ , 3 —  $\delta_{\text{ex}}$  при  $\delta_f = 0,01$ .



На рис. 9 представлена зависимость относительной невязки  $\delta$  от температуры отнесения  $T_f$  для модели  $\ln \varepsilon = a_1 + a_2 \lambda$ . Коэффициенты  $a_1$ ,  $a_2$  и температура  $T_p = 1800,1$  К определялись по МНК. Величина  $\delta_{\text{ex}}$  определялась по (19) для двух случаев:  $\delta_f = 0,005$  (это значение принято в работе [7]) и  $\delta_f = 0,01$ . В соответствии с условием (6) истинная температура  $T$  принадлежит интервалу [1799,6 К; 1800,6 К]. Наличие интервала в 1 К объясняется высокой точностью определения интенсивностей  $I_c$  собственного излучения. В метрологии принято определять неопределенность измеряемой величины также с удвоенным значением  $\delta_f$ , поэтому, наряду с оценкой температурного интервала при  $\delta_f = 0,005$ , проведена оценка интервала при  $\delta_f = 0,01$ . Как следует из вычислений и графика рис. 9, в этом случае  $T$  принадлежит интервалу [1798,8 К; 1801,3 К].

### Заключение

В качестве первичных данных использовался набор спектральных интенсивностей, зарегистрированных в направлении нормали к поверхности для свободно излучающего непрозрачного объекта в конденсированном состоянии. На первом этапе спектральные интенсивности и их точность восстанавливались с помощью формулы Планка по экспериментальным данным, полученным при определении спектрального распределения излучательной способности вольфрама при постоянной температуре. В частности, использовались экспериментальные данные, представленные в работе [7], которые охватывают широкий, в том числе коротковолновый, участок спектра теплового излучения. На втором этапе полагалось, что известен только набор спектральных интенсивностей, а термодинамическая температура и зависимость излучательной способности от длины волны является искомой.

В результате анализа методов определения температуры при использовании трех различных форм задания спектра теплового излучения объекта, были сделаны следующие выводы.

1. Зарегистрированный спектр теплового излучения измеряемого объекта может быть представлен в виде спектральных распределений интенсивностей, либо относительных излучательных способностей, либо яркостных температур. Причем, каждый из наборов может быть преобразован в два других с помощью формулы Планка. Набор интенсивностей при различных длинах волны может различаться на порядки. Это снижает точность вычислений и затрудняет предварительный анализ данных. Кроме того, соответствующий алгоритм определения истинной температуры требует использования, как правило, нестандартных подпрограмм и определенной квалификации в области программирования.

2. Показано, что исходные спектральные распределения интенсивностей и относительных излучательных способностей целесообразно предварительно прологарифмировать и систему уравнений для определения температуры представить в логарифмической форме. Спектральное распределение обратных яркостных температур уже предполагает наличие системы уравнений в логарифмической форме. Во всех этих случаях для получения искоемых величин может быть использован стандартный МНК.

3. Представление исходных данных в виде спектрального распределения обратных яркостных температур  $1/T_{\text{rad}}(\lambda_i)$  или  $c_2/T_{\text{rad}}(\lambda_i)$ , обладает некоторым преимуществом перед распределением интенсивностей. Так, например, это распределение имеет, как

правило, один и тот же порядок величин. Спектральное распределение  $1/T_{\text{rad}}(\lambda_i)$  удобно интерпретировать в графической форме. Зависимость  $1/T_{\text{rad}}$  от  $\lambda$  имеет только два слагаемых, одно из которых содержит искомую температуру и не зависит от  $\lambda$ , другое слагаемое, пропорциональное длине волны, не содержит температуру в явном виде и зависит только от  $\lambda$ . В связи с этим график зависимости  $1/T_{\text{rad}}$  от  $\lambda$  позволяет оценить температурный интервал, к которому принадлежит  $T$ . Сужение указанного температурного интервала может быть осуществлено с помощью температуры спектрального отношения.

4. Использование спектрального распределения  $\varepsilon_f(\lambda_i)$  полезно в тех случаях, когда известен интервал, к которому принадлежит  $T$ , и необходимо выбрать класс функций для аппроксимации  $\ln \varepsilon$  или  $\varepsilon$  материала объекта измерения.

5. Получена дополнительная оценка качества аппроксимационной модели путем сопоставления спектрального распределения излучательной способности, определенной по МНК, со значениями, полученными в результате отнесения исходных данных к температуре, рассчитанной по МНК. Показано, что их относительное различие не должно превышать относительную неопределенность экспериментальных данных.

6. Расчетное значение искомой температуры может существенно зависеть ширины выбранного спектрального интервала (окна). В связи с этим необходимо выполнять проверку адекватности модели для различных спектральных окон. При постоянстве расчетных значений искомой температуры в различных окнах целесообразно выбрать результаты, полученные в спектральном окне наибольшей ширины. Предложен один из возможных способов оценки истинной температуры свободно излучающего объекта по спектру теплового излучения.

7. Методическая неопределенность полученных результатов для всех трех рассмотренных методов определения температуры по спектру теплового излучения будет тем меньше, чем больше будет значение параметра  $c_2/(\lambda T)$ . Этот вывод следует, например, из записи формулы Планка в логарифмической форме с использованием яркостных температур.

### Список литературы

1. Radiometric temperature measurements. I. Fundamentals / Eds. by Z.M. Zhang, B.K. Tsai, G. Mashin // Experimental Methods in the Physical Sci. Elsevier, 2009. Vol. 42. 343 p.
2. Radiometric temperature measurements. II. Applications / Eds. by Z.M. Zhang, B.K. Tsai, G. Mashin // Experimental Methods in the Physical Sci. Elsevier, 2010. Vol. 43. 478 p.
3. Nutter G.D. General considerations influencing the design of a high accuracy pyrometer // Temperature. Its Measurement and Control in Science and Industry. N.Y.: Reynolds Publishing Corporation, Chapman & Hall, 1962. Vol. 3, Part 1. P. 537–550.
4. Свет Д.Я. Оптические методы измерения истинных температур. М.: Наука, 1982. 295 с.
5. Снопко В.Н. Основы методов пирометрии по спектру теплового излучения. Минск: Ин-т физики им. Б.И. Степанова НАН Белоруси, 1999. 224 с.
6. Леонов А.С., Русин С.П. О решении обратной задачи определения температуры по спектру теплового излучения нагретых тел // Теплофизика и аэромеханика. 2001. Т. 8, № 3. С. 475–486.
7. Larrabee R.D. Spectral emissivity of tungsten // J. Optical Society of America. 1959. Vol. 49, No. 6. P. 619–625.
8. Русин С.П. Восстановление температуры непрозрачных тел по спектру теплового излучения: использование относительной излучательной способности для выбора оптимального спектрального участка // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20, № 5. С. 643–659.
9. Киренков И.И. Метрологические основы оптической пирометрии. М.: Издательство стандартов, 1976. 140 с.
10. Coates P.B. Multi-wavelength pyrometry // Metrologia. 1981. Vol. 17, No. 3. P. 103–109.
11. Girard F., Battuello M., Florio M. Multiwavelength thermometry at high temperature: why it is advantageous to work in the ultraviolet // Int. J. Thermophys. 2014. Vol. 35. P. 1401–1413.
12. Латышев Л.Н., Петров В.А., Чеховской В.Я., Шестаков Е.Н. Излучательные свойства твердых материалов: справочник / под ред. А. Е. Шейндлина. М.: Энергия, 1974. 472 с.
13. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Наука, 1966. 607 с.

*Статья поступила в редакцию 15 января 2018 г.,  
после доработки — 23 марта 2018 г.*