Бланка» проведены в газоносном пласте с $m_0 = 26\%$, по проекту «Газбагги» — в газоносном пласте с $m_0 = 11{,}8\%$. В результате взрыва «Рио-Бланка» проницаемость среды ухудшилась [6], несмотря на разрыхление вблизи полости [7]. При взрыве «Газбагги» проницаемость возросла до приведенных расстояний $\bar{r} = 0{,}3$ м/кг$^{1/3}$ от заряда [5]; американские исследователи предположили, что далее этих расстояний проницаемость пласта не изменилась по сравнению с фоновой.

Приведенные данные свидетельствуют об идентичном характере разрушения и изменения фильтрационных свойств сред с одинаковой начальной пористостью в натурных и лабораторных опытах, что подтверждает объективность полученных в работе выводов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бовт А. Н., Мясников К. В. и др.** Камуфлетный взрыв в пористой среде // ПМТФ.— 1981.— № 6.
2. **Ловецкий Е. Е., Селяков В. И.** Перколяционные модели фильтрационных свойств среды // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1984.— № 3.
3. **Кадет В. В., Ловецкий Е. Е. и др.** Влияние камуфлетного взрыва на фильтрационные характеристики хрупкой среды // ПМТФ.— 1981.— № 1.
4. **Кобл Р. Л., Парих Н. М.** Разрушение поликристаллической керамики // Разрушение.— М.: Мир, 1976.— Т. 7, ч. 1.
5. **Lemon R. E., Patel H. G.** The effect of nuclear stimulation of the formation permeability and gas recovery at project Gasbuggy // J. Petrol. Technol.— 1972.— V. 24.— P. 1199.
6. **Durham W. B.** Direct observation of explosively induced damage in sandstone with application to reservoir stimulation // Scanning Electron Microscopy.— Chicago, 1981.— Pt 1.
7. **Shock R. N., Hanson M. E., Swift R. P., Walton O. R.** In situ fracture related to energy and resource recovery // High Pressure Sci. and Technol.: Proc. 7th Intern. AIRART Conf., Le Crensot. 1979.— Oxford, e. a., 1980.— V. 2.

Поступила 6/II 1986 г.

УДК 539.3

ОДИН КЛАСС СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ В ДВУМЕРНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Ю. А. Боган

(*Новосибирск*)

При изучении краевых задач для упругой среды, армированной одним семейством очень жестких волокон, в качестве предельной часто возникает модель упругой среды с нерастяжимыми волокнами: деформация вдоль заданного направления равна нулю [1]. Вопрос о корректности предельной модели практически не изучен, если не считать [2], где при довольно жестких предположениях о границе области рассмотрена краевая задача с заданным вектором напряжений на границе для нерастяжимой в заданном направлении среды и прямой арматуры.

В настоящей работе доказан ряд теорем о сходимости сингулярно возмущенных задач данного класса к решениям предельных в соответствующих гильбертовых пространствах, а также то, что предельная система уравнений может не совпадать с той, к которой приводит гипотеза нерастяжимости. Конкретный пример подобной ситуации приведен в [3].

1. В ортогональной криволинейной системе координат (α_1, α_2) на плоскости примем обобщенный закон Гука для ортотропного материала в виде [4]

$$(1.1)\qquad \sigma_{11} = \varepsilon^{-2}e_{11} + b_{12}e_{22},\ \sigma_{22} = b_{12}e_{11} + b_{22}e_{22},\ \sigma_{12} = 2e_{12},$$

где напряжения безразмерны и отнесены к модулю сдвига G; оси ортотропии совпадают с осями (α_1, α_2); $\varepsilon^{-2} = b_{11}G^{-1} \gg 1$; $\varepsilon \ll 1$; $b_{22} - \varepsilon^2 b_{12}^2 > 0$; $b_{22} > 0$. Деформации представляются через перемещения $u = (u_1, u_2)$ следующим образом:

$$e_{11} = \frac{1}{h_1}\frac{\partial u_1}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{h_1 h_2}\frac{\partial h_1}{\partial \alpha_2}u_2,$$

$$e_{22} = \frac{1}{h_2}\frac{\partial u_2}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{h_1 h_2}\frac{\partial h_2}{\partial \alpha_1} u_1,$$

$$2e_{12} = \frac{h_2}{h_1}\frac{\partial}{\partial \alpha_1}\left(\frac{u_2}{h_2}\right) + \frac{h_1}{h_2}\frac{\partial}{\partial \alpha_2}\left(\frac{u_1}{h_1}\right),$$

h_1, h_2 — параметры Ламэ (h_1, $h_2 \geqslant \mathrm{const} > 0$, $h_{k.\alpha_j}$ ($k, j = 1{,}2$)) измеримы и ограничены в компактной односвязной области Q с кусочно-гладкой границей γ. Введем гильбертово пространство V функций $v = (v_1, v_2)$, $v_k \in L^2(Q)$ ($k = 1{,}2$) с конечной нормой

$$\|v\|_V = \left\{\int_Q \left[\sum_{i,j=1}^{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial \alpha_j}\right)^2 + v_1^2 + v_2^2\right] dQ\right\}^{1/2},$$

$$dQ = h_1 h_2 d\alpha_1 d\alpha_2$$

и соответствующим этой норме скалярным произведением.

2. Рассмотрим смешанную задачу теории упругости с заданными объемными силами и заданным вектором напряжений на части границы γ_2. Предполагается, что γ представима в виде объединения $\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2$, где γ_2 состоит из связных компонент границы с уравнением $\alpha_2 = \mathrm{const}$, линейная мера γ_1 отлична от нуля, $\gamma_1 \cap \gamma_2 = \Phi$. Отметим, что в V справедливо неравенство типа Корна [5]: существует положительная постоянная $c > 0$ такая, что

$$\|v\|^2_{[H^1(Q)]^2} \leqslant c\left(\sum_{i,j=1}^{2}\|e_{ij}(v)\|^2_{[L^2(Q)]} + \|v\|^2_{[L^2(Q)]^2}\right).$$

Не выписывая явно громоздкую систему уравнений теории упругости, приведем вариационную формулировку задачи. Пусть V_0 — замкнутое подпространство V, выделяемое условием $v|_{\gamma_1} = 0$. Требуется определить двухкомпонентную функцию $u^\varepsilon = (u_1^\varepsilon, u_2^\varepsilon) \in V_0$ такую, что для каждой $v \in V_0$ имеет место интегральное тождество

$$\int_Q \sigma_{ij}(u^\varepsilon) e_{ij}(v)\, dQ = \int_{\gamma_2} \varphi_k(\alpha_1) v_k h_1 d\alpha_1 + \int_Q F_k v_k dQ \tag{2.1}$$

(по повторяющимся индексам суммирование от 1 до 2),

$$\sigma_{12}|_{\gamma_2} = \varphi_1(\alpha_1), \quad \sigma_{22}|_{\gamma_2} = \varphi_2(\alpha_1), \quad \varphi_1, \varphi_2 \in L^2(\gamma_2), \quad F_1, F_2 \in L^2(Q).$$

Лемма. При достаточно малом $\varepsilon > 0$ существуют единственное решение задачи (2.1) и равномерные по ε оценки:

$$\|u^\varepsilon\|_{V_0} \leqslant c, \quad \|e_{k2}(u^\varepsilon)\|_{L^2(Q)} \leqslant c, \quad k = 1, 2, \tag{2.2}$$

$$\varepsilon^{-2}\|e_{11}(u^\varepsilon)\|^2_{L^2} \leqslant c.$$

Доказательство леммы аналогично доказательству теоремы 1 из [6], поэтому здесь не приводится.

Из леммы вытекает, что из последовательности u^ε можно извлечь подпоследовательность (для которой сохраним прежнее обозначение) такую, что $u^\varepsilon \to u^0$ слабо в V_0 и сильно в $L^2(Q)$ по теореме вложения Реллиха. Из последнего неравенства в (2.2) следует, что $e_{11}(u^\varepsilon) \to 0$ сильно в $L^2(Q)$ и поэтому почти всюду $e_{11}(u^0) = 0$. Положим $K = \{v \in V_0;\ e_{11}(v) = 0\}$. Очевидно, что K — замкнутое подпространство V_0. Изучим два частных случая:

$$1)\ \rho = \frac{1}{h_1 h_2}\frac{\partial h_1}{\partial \alpha_2} \neq 0; \quad 2)\ \rho = 0.$$

Функция ρ имеет геометрический смысл кривизны семейства линий $\alpha_2 = \mathrm{const}$. В случае 1

$$u_2^0 = -\frac{h_2}{h_{1,\alpha_2}}\frac{\partial u_1^0}{\partial \alpha_1} \in H^1(Q), \quad u_1^0 \in H^1(Q),$$

и поэтому для u_1^0 конечна норма

$$(2.3)\qquad \|u_1^0\|_L=\left\{\int\limits_Q\left[\sum_{j,s=0}^{1}\left[\left(\frac{\partial^{1+j+s}u_1^0}{\partial\alpha_1^{j+1}\partial\alpha_2^s}\right)^2+\left(\frac{\partial^{j+s}u_1^0}{\partial\alpha_1^j\partial\alpha_2^s}\right)^2\right]\right]dQ\right\}^{1/2}.$$

По теореме Банаха об изоморфизме K можно отождествить с пространством функций L, получающимся при пополнении функций v класса $C^\infty(Q)$ по норме (2.3) таких, что $v|_{\gamma_1}=0$, $\partial v/\partial\alpha_1|_{\gamma_1}=0$. Рассмотрим интегральное тождество (2.1) на функциях $v\in K$ и перейдем к пределу по уже выбранной подпоследовательности. Получим, что $u^0=(u_1^0,\ u_2^0)\in K$ удовлетворяет тождеству

$$(2.4)\qquad \int\limits_Q[b_{22}e_{22}(u^0)e_{22}(v)+4e_{12}(u^0)e_{12}(v)]\,dQ=\int\limits_{\gamma_2}\varphi_k(\alpha_1)v_kh_1d\alpha_1+\int\limits_Q F_kv_kdQ$$

для всех $v=(v_1,\ v_2)\in K$.

Предельная задача состоит в определении функций u_1^0. Дифференциальное уравнение для u_1^0 четвертого порядка составного типа с двойным семейством вещественных характеристик $\alpha_2=\mathrm{const}$. Единственность решения задачи (2.4) следует из второго неравенства Корна: на V_0 существует неравенство

$$(2.5)\qquad \int\limits_Q[e_{11}^2(v)+b_{22}e_{22}^2(v)+4e_{12}^2(v)]\,dQ\geqslant c\|v\|_{V_0}^2.$$

Если в (2.5) подставить $v=u^0$, то получим

$$a^0(u^0,\ u^0)\geqslant c\|u^0\|_L^2,$$

где $a^0(u^0,\ v)$ — билинейная симметричная форма, стоящая в левой части равенства (2.4). Из единственности u^0 вытекает, что и вся последовательность u^ε слабо сходится к u^0.

Теорема 1. При $\varepsilon\to+0$ и $\rho\neq0$ решение задачи (2.1) слабо сходится в V_0 к решению задачи (2.4).

3. В случае 2 подпространство K выделяется условием $\partial v_1/\partial\alpha_1=0$. На γ_1 по предположению $v_1=0$ и из неравенства типа Пуанкаре

$$\int\limits_Q v^2dQ\leqslant c\int\limits_Q\left(\frac{\partial v}{\partial\alpha_1}\right)^2dQ$$

следует, что $u_1^0=0$ почти всюду в Q. Тогда

$$e_{22}(u^0)=\frac{1}{h_2}\frac{\partial u_2^0}{\partial\alpha_2},\quad 2e_{12}(u^0)=\frac{h_2}{h_1}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}\left(\frac{u_2^0}{h_2}\right).$$

Рассмотрев интегральное тождество (2.1) на K и перейдя к пределу при $\varepsilon\to+0$, получим, что u_2^0 является решением вариационной задачи

$$(3.1)\qquad \int\limits_Q[b_{22}e_{22}(u^0)e_{22}(v_2)+4e_{12}(u^0)e_{12}(v)]\,dQ=\int\limits_{\gamma_2}\varphi_2(\alpha_1)v_2h_1d\alpha_1+\int\limits_Q F_2v_2dQ$$

для каждой $v_2\in H^1(Q)$, $v_2|_{\gamma_1}=0$. Уравнение для u_2^0 эллиптическое, задача (3.1) имеет единственное решение при $\varphi_2(\alpha_1)\in L^2(\gamma_2)$, $F_2\in L^2(Q)$. Из единственности предела вытекает, что исходная последовательность u^ε сходится к u^0.

Теорема 2. В случае 2 решение задачи (2.1) слабо сходится в V_0 к решению задачи (3.1)

4. Пусть h_1, $h_2=1$, система координат $(\alpha_1,\ \alpha_2)$ совпадает с ортогональной декартовой $(x_1,\ x_2)$, Q — прямоугольник на плоскости, $Q=\{(x_1,\ x_2):\ 0\leqslant x_1\leqslant 1,\ 0\leqslant x_2\leqslant h\}$. Граничные условия смешанной

задачи примем в виде, отличном от постановки п. 1:

(4.1) $$u_k^\varepsilon|_{x_2=0,h}=0,\ \sigma_{1k}(u^\varepsilon)|_{x_1=0,1}=0,\ k=1,\ 2.$$

Изучим предельное поведение при $\varepsilon\to+0$ задачи (4.1). Оценки (2.2) при этом сохраняются; пусть $V_0=\{v=(v_1,v_2),\ v_k\in H^1(Q),\ v_k|_{x_2=0,h}=0,\ k=1,2\}$. Как и выше, из последовательности u^ε можно выделить подпоследовательность (для которой сохраним прежнее обозначение), слабо сходящуюся в V_0 к элементу $u^0=(u_1^0,u_2^0)\in V_0$, при этом $\partial u_1^0/\partial x_1=0$, $u_1^0=u_1^0(x_2)$, $u_1^0(0)=u_1^0(h)=0$ (в слабом смысле). Пусть K — подпространство V_0, выделяемое условием $\partial v_1/\partial x_1=0$. Рассмотрим интегральное тождество

(4.2) $$\int_Q\sigma_{ij}(u^\varepsilon)e_{ij}(v)\,dx=\int_Q F_kv_kdx$$

на подпространстве K и перейдем к пределу при $\varepsilon\to+0$. Получим, что u_1^0, u_2^0 удовлетворяют интегральному тождеству

(4.3) $$\int_Q\left[b_{22}\frac{\partial u_2^0}{\partial x_2}\frac{\partial v_2}{\partial x_2}+\left(\frac{\partial u_1^0}{\partial x_2}+\frac{\partial u_2^0}{\partial x_1}\right)\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2}+\frac{\partial v_2}{\partial x_1}\right)\right]dx=\int_Q F_kv_kdx$$

для каждой $v=(v_1,v_2)\in K$. Интегральное тождество (4.3) можно записать в виде

(4.4) $$\int_Q\left[b_{22}\frac{\partial u_2^0}{\partial x_2}\frac{\partial v_2}{\partial x_2}+\frac{\partial u_2^0}{\partial x_1}\frac{\partial v_2}{\partial x_1}\right]dx+\int_0^h\frac{\partial u_1^0}{\partial x_2}\frac{\partial v_1}{\partial x_2}dx_2+\int_0^h\frac{\partial u_1^0}{\partial x_2}(v_2(1,x_2)-$$
$$-v_2(0,x_2))\,dx_2+\int_0^h\frac{\partial v_1}{\partial x_2}(u_2^0(1,x_2)-u_2^0(0,x_2))\,dx_2=\int_0^h\hat F_1(x_2)v_1dx_2+$$
$$+\int_Q F_2v_2dx,\quad \hat F_1(x_2)=\int_0^1F_1(x_1,x_2)\,dx_1.$$

Так как $u_1^0\in H^1(Q)$ и зависит только от x_2, то $u_1^0\in H_0^1(0,h)$. Единственность решения предельной задачи очевидна (разность двух решений может быть только жестким перемещением, которое ввиду однородных граничных условий при $x_2=0,h$ обращается в нуль). Функции u_1^0, u_2^0 удовлетворяют в смысле распределений системе уравнений

(4.5) $$b_{22}\frac{\partial^2u_2^0}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2u_2^0}{\partial x_1^2}=F_2,$$
$$\frac{\partial^2u_1^0}{\partial x_2^2}-\frac{\partial}{\partial x_2}\left[u_2^0(1,x_2)-u_2^0(0,x_2)\right]=\hat F_1$$

и граничным условиям

(4.6) $$u_k^0|_{x_2=0,h}=0,\ k=1,\ 2,\ \left.\frac{\partial u_1^0}{\partial x_2}+\frac{\partial u_2^0}{\partial x_1}\right|_{x_1=0,1}=0.$$

При этом $u_2^0\in H^1(Q)$, $u_1^0\in H_0^1(0,h)$.

Теорема 3. При $\varepsilon\to+0$ решение краевой задачи (4.1) слабо сходится в V_0 к решению краевой задачи (4.5), (4.6).

Из второго уравнения (4.5) можно определить $u_1^0(x_2)$ как функцию от $\hat F_1$ и u_2^0 и получить для u_2^0 нелокальную краевую задачу.

5. Для среды, нерастяжимой в направлении оси α_1, закон связи между напряжениями и деформациями имеет вид

(5.1) $$\sigma_{11}=q+b_{12}e_{22},\ \sigma_{22}=b_{22}e_{22},\ \sigma_{12}=2e_{12},\ e_{11}=0,$$

где q — новая неизвестная функция (множитель Лагранжа), имеющая физический смысл реакции среды на наличие кинематического ограничения. Так же как при решении краевых задач для уравнений Навье — Стокса, q можно определить независимо от поля перемещений. Запишем систему уравнений, соответствующую закону (5.1), в дифференциальной форме

$$L_1(u) = \frac{\partial}{\partial\alpha_1}(h_2 q) + P_1(u) = F_1 h_1 h_2, \tag{5.2}$$

$$L_2(u) = -(q + b_{12}e_{22}(u))\frac{\partial h_1}{\partial\alpha_2} + P_2(u) = F_2 h_1 h_2, \quad e_{11}(u) = 0.$$

Пусть K — подпространство V_0, выделяемое условием $e_{11}(v) = 0$. Если первое уравнение системы (5.2) умножить на v_1, второе — на v_2, результаты сложить и провести интегрирование по частям, получим, что u_1 и u_2 удовлетворяют интегральному тождеству (2.4), член с q выпадает благодаря тому, что $(q, e_{11}(u))_{L^2} = 0$. Наоборот, если относительно обобщенного решения системы (5.2) известно, что оно является достаточно гладким, (2.4) можно преобразовать к виду

$$\int\limits_Q [(P_1(u) - F_1)v_1 + (P_2(u) - F_2)v_2]\,dQ = 0$$

при $v \in K$. Но тогда из результатов [7] (следствие (4.1)) вытекает, что существует функция $q \in L^2(Q)$ такая, что в смысле распределений имеет место система уравнений (5.2).

Т е о р е м а 4. При $\varepsilon \to +0$ решение задачи (2.1) сильно сходится к u^0 в V_0, при этом $\|u^\varepsilon - u^0\|_{V_0} \leqslant c\varepsilon$.

Предположим для простоты, что граничные условия на γ_2 однородные. Тогда

$$a^\varepsilon(u^\varepsilon - u^0, v) = \int\limits_Q \varepsilon^{-2}e_{11}(u^\varepsilon)e_{11}(v)\,dQ + \int\limits_Q b_{22}e_{22}(u^\varepsilon - u^0)e_{22}(v)\,dQ + \tag{5.3}$$

$$+ \int\limits_Q 4e_{12}(u^\varepsilon - u^0)e_{12}(v)\,dQ = -\int\limits_Q qe_{11}(v)\,dQ.$$

Положим в (5.3) $v = u^\varepsilon - u^0$ и оценим правую часть следующим образом:

$$\left|\int\limits_Q qe_{11}(u^\varepsilon - u^0)\,dQ\right| \leqslant \|q\|_{L^2}\|e_{11}(u^\varepsilon)\|_{L^2} \leqslant \frac{1}{2\varepsilon^2}\|e_{11}(u^\varepsilon)\|^2_{L^2} + \frac{\varepsilon^2}{2}\|q\|^2_{L^2}.$$

Поэтому

$$c_1\|u^\varepsilon - u^0\|^2_{V_0} \leqslant \frac{\varepsilon^{-2}}{2}\int\limits_Q e^2_{11}(u^\varepsilon)\,dQ + \int\limits_Q b_{22}e^2_{22}(u^\varepsilon - u^0)\,dQ +$$

$$+ \int\limits_Q 4e^2_{12}(u^\varepsilon - u^0)\,dQ \leqslant \frac{\varepsilon^2}{2}\|q\|^2_{L^2}.$$

Отсюда

$$\|u^\varepsilon - u^0\|_{V_0} \leqslant c_2\varepsilon, \quad \|\varepsilon^{-2}e_{11}(u^\varepsilon)\|^2_{L^2} \leqslant c_3 \tag{5.4}$$

и постоянные c_2 и c_3 не зависят от ε. Из второго неравенства в (5.4) вытекает, что $\varepsilon^{-2}e_{11}(u^\varepsilon)$ сходится к функции q_0 слабо в $L^2(Q)$. По-видимому, имеет место совпадение q и q_0.

6. Выше предполагалось, что объемные силы не зависят от ε. Тогда в пределе деформация $e_{11}(u^0) = 0$. Однако возможна ситуация, в которой $e_{11}(u^0) \neq 0$. Пусть Q — ограниченная область на плоскости, система ортогональных координат декартова, на границе области заданы нулевые перемещения. Вариационная задача ставится следующим образом: определить двухкомпонентную функцию $u^\varepsilon \in [H^1_0(Q)]^2$, удовлетворяющую

для каждой $v = (v_1, v_2) \in [H_0^1(Q)]^2$ интегральному тождеству

$$a^\varepsilon(u^\varepsilon, v) = \int_Q [F_1 \varepsilon^{-2} v_1 + F_2 v_2]\, dx, \quad F_1, F_2 \in L^2(Q). \tag{6.1}$$

Подобного рода зависимость правой части от ε можно получить, если предположить, что первоначально на границе заданы ненулевые перемещения. При приведении задачи к однородной получим интегральное тождество (6.1). В этом случае норма u^ε, вообще говоря, неограниченна в $[H_0^1(Q)]^2$. Изучим вопрос о предельном поведении задачи (6.1) при $\varepsilon \to +0$.

Введем гильбертово пространство W функций, полученных пополнением функций класса $C_0^\infty(Q)$ по норме

$$\|u\|_W = \left\{\int_Q \left[u^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x_1}\right)^2\right] dx\right\}^{1/2}.$$

На функциях из W справедливо неравенство типа Пуанкаре

$$\int_Q u^2 dx \leq c \int_Q \left[\frac{\partial u}{\partial x_1}\right]^2 dx.$$

Можно доказать, что функции из W принимают нулевое значение в среднем на любой связной компоненте границы, не имеющей горизонтальной касательной.

Теорема 5. При $\varepsilon \to +0$ u_1^ε сходится слабо в W к решению уравнения

$$\frac{\partial^2 u_1^0}{\partial x_1^2} = F_1; \quad F_1 \in L^2(Q), \quad u_1^0 \in W,$$

а u_2^ε сходится слабо в $H_0^1(Q)$ к решению уравнения

$$b_{22} \frac{\partial^2 u_2^0}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_2^0}{\partial x_1^2} = F_2 - (1 + b_{12}) \frac{\partial^2 u_1^0}{\partial x_1 \partial x_2}, \quad u_2^0 \in H_0^1(Q). \tag{6.2}$$

Отметим, что правая часть (6.2) принадлежит $H^{-1}(Q)$. Доказательство теоремы 5 аналогично доказательству теоремы 3 из [8] и поэтому опускается.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Пипкин А. С.** Конечные деформации идеальных волокнистых композитов // Механика композиционных материалов.— М.: Мир, 1978.— Т. 2.
2. **Morland L. W.** Existense of solutions of plane traction problems for inextensible transversely isotropic elastic solids // J. Austral. Math. Soc. Ser. B.— 1975.— V. 19, N 1.
3. **Боган Ю. А.** О второй краевой задаче теории упругости для существенно анизотропной плоскости с эллиптическим отверстием // ПМ.— 1981.— Т. 17, № 9.
4. **Лехницкий С. Г.** Анизотропные пластинки.— М.: Гостехиздат, 1947.
5. **Шойхет Б. А.** О теоремах существования в линейной теории оболочек // ПММ.— 1974.— Т. 38, № 3.
6. **Дюво Г., Лионс Ж.-Л.** Неравенства в механике и физике.— М.: Наука, 1980.
7. **Rostamian R.** Internal constraints in linear elasticity // J. Elast.— 1981.— V. 11, N 1.
8. **Боган Ю. А.** Некоторые сингулярно возмущенные краевые задачи для трансверсально изотропного упругого цилиндра // Динамика твердого деформируемого тела.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1984.— Вып. 66.

Поступила 18/III 1986 г.