

вом, что снимается вопрос о неединственности разложения движения деформируемой среды на квазитвердое и деформационное. При этом отпадает необходимость в использовании коротационных производных, поскольку жесткое движение при применении инвариантных тензоров не приводит к их изменению. Окончательный вывод о приемлемости определяющего соотношения вида (2.1) может быть сделан только на основе результатов экспериментов на сложное нагружение при больших пластических деформациях. В настоящее время такие данные, к сожалению, отсутствуют. Следует отметить, что последние получаются только на основе предварительного теоретического анализа возможных типов определяющих соотношений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лурье А. И. Нелинейная теория упругости.— М.: Наука, 1980.
2. Прагер В. Элементарный анализ определений скорости изменения напряжений // Сб. пер. Механика.— 1960.— № 3 (61).
3. Прагер В. Введение в механику сплошных сред.— М.: ИЛ, 1963.
4. Седов Л. И. Введение в механику сплошной среды.— М.: Физматгиз, 1962.
5. Oldroyd J. G. On the formulation of rheological equations of state // Proc. Roy. Soc.— 1950.— V. A200.— P. 523.
6. Cotter B. A., Rivlin R. S. Tensors associated with time-dependent stress // Quart. Appl. Math.— 1955.— V. 13.— P. 177.
7. Dafalias Y. E. Corotational rates for kinematic hardening at large plastic deformations // Trans. ASME. J. Appl. Mech.— 1983.— V. 50, N 3.
8. Gurtin M. E. and Spear K. On the relationship between the logarithmic strain rate and stretching tensor // Intern. J. Solids and Struct.— 1983.— V. 19, N 5.
9. Maaskant R., Chaaban A., Godolek P. E. G. et al. Interrelationships among stress rates // Mech. Res. Commun.— 1984.— V. 11, N 1.
10. Трусов П. В. О построении образа процесса нагружения и методе корректирующего анализа при исследовании больших пластических деформаций.— Пермь: Перм. политехн. ин-т, 1984.— М., 1984.— Деп. в ВИНТИ, № 5939—84.
11. Трусов П. В., Мулюков В. В., Онискив В. Д. Коротационные производные и определяющие соотношения в теории больших деформаций.— Пермь: Перм. политехн. ин-т, 1985.— М., 1985.— Деп. в ВИНТИ, № 8020—85.
12. Lubarda V. The elastic-plastic constitutive relation // Teor. i primen. meh.— 1981.— V. 7.— P. 101.
13. Sidoroff F. Incremental constitutive equation for large strain elastoplasticity // Intern. J. Engng Sci.— 1982.— V. 20, N 2.
14. Ленский В. С. Современные вопросы и задачи пластичности в теоретическом и прикладном аспектах // Упругость и неупругость.— М.: Изд-во МГУ, 1978.— Вып. 5.
15. Ильюшин А. А. Пластичность. Основы общей математической теории.— М.: Изд-во АН СССР, 1963.

Поступила 12/II 1986 г.

УДК 533.95 : 538.4

ОБЩИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ В РЕЛЬСОТРОННЫХ УСКОРИТЕЛЯХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Ю. Л. Башкатов, Г. А. Швецов
(Новосибирск).

Вопрос об энергетических соотношениях — один из важнейших при описании работы рельсотронных ускорителей твердых тел и рассмотрении их потенциальных возможностей. При ограниченном запасе энергии в источнике питания эффективность преобразования электромагнитной энергии в кинетическую энергию ускоряемого тела определяет, по существу, возможный масштаб эксперимента. Этой задаче посвящено большое количество работ (например, [1—9]). При анализе КПД преобразования энергии источника в кинетическую энергию тела возникает вопрос об оптимальном выборе параметров рассматриваемой системы, обеспечивающих наиболее эффективный переход энергии источника в кинетическую энергию ускоряемого тела: энергии источника, индуктивности и активного сопротивления цепи, погонной индуктивности и длины ускорителя, массы тела и других параметров, характеризующих только данный тип источников. Так как число определяющих параметров невелико, основной метод сводился к численному решению определяющих процесс ускорения уравнений в сочетании с аналитическим исследованием асимптотических режимов. Такой подход

развивается, в частности, в указанных работах. Численные решения позволяют определить оптимальные параметры системы для данного источника энергии, но не вскрывают в полной мере общие энергетические соотношения, присущие в целом рельсотронному методу ускорения твердых тел.

Основные аналитические решения, позволяющие при ряде допущений оценить скорость и КПД преобразования энергии источника в кинетическую энергию тела, получены в [1—3, 5, 6]. Не рассматривая детально сделанные авторами допущения, отметим только, что общим среди них было предположение, что активное сопротивление цепи равно нулю. Как следствие этого предположения появлялись выводы, что при правильном подборе параметров ускорителя и источника КПД преобразования энергии источника в кинетическую энергию тела может быть близким к единице. В то же время результаты численного решения уравнений и качественные соображения об омических потерях показывают, что влияние активного сопротивления цепи на скорость тела и КПД может быть весьма существенным [5—8]. Авторы работ [7, 8] отмечают, что омические потери в реальных ускорителях могут существенно ограничить возможности рельсотронных ускорителей твердых тел.

В [9] проведен, по-видимому, наиболее полный для описанных в литературе экспериментов анализ распределения энергии в цепи, состоящей из конденсаторной батареи и рельсотронного ускорителя твердых тел. При ускорении частиц массой 0,3 г достигнута максимальная скорость тела 3,3 км/с при КПД преобразования энергии источника в кинетическую энергию $\sim 1\%$. Отношение кинетической энергии тела к омической, диссипированной в плазменной перемычке, ускоряющей диэлектрическое тело, равнялось примерно 13%. В работе не приведены данные, позволяющие оценить отношение кинетической энергии тела к общим омическим потерям в цепи, однако очевидно, что оно небольшое и находится между указанными двумя значениями.

Таким образом, результаты экспериментов и численного моделирования показывают, что влияние активного сопротивления цепи на эффективность работы ускорителя может быть весьма существенным и его необходимо учитывать при оценке максимальных возможностей рельсотронных ускорителей твердых тел.

Данная работа посвящена изучению зависимости энергетических характеристик рельсотронных ускорителей от основных параметров цепи, включая активное сопротивление. Рассмотрено соотношение между кинетической энергией тела и омическими потерями в контуре.

1. Представим уравнения движения и баланса энергии в рельсотронном ускорителе в виде

$$(1.1) \quad m \frac{dv}{dt} = \frac{\lambda}{2} I^2;$$

$$(1.2) \quad W_0 = E_K(t) + E_R(t) + W(t),$$

где m и v — масса и скорость тела; $\lambda = dL/dx$ — погонная индуктивность рельсотрона; I — ток; W_0 — начальная энергия источника; $E_K(t) = mv^2/2$ — кинетическая энергия ускоряемого тела; $E_R(t) = \int_0^t RI^2 dt$ — омические потери в контуре; R — сопротивление цепи; $W(t)$ — текущее значение электрической и магнитной энергии в цепи.

Выражение (1.2) перепишем:

$$(1.3) \quad \eta_K(t) + \eta_R(t) = 1 - \varepsilon(t).$$

Здесь $\eta_K(t)$ — КПД преобразования энергии W_0 в кинетическую энергию тела; $\eta_R(t)$ характеризует долю омических потерь; $\varepsilon(t) = W(t)/W_0$.

Если предположить, что активное сопротивление цепи остается постоянным в процессе работы ускорителя, т. е. $R = R_0 = \text{const}$ и $v(0) = 0$, то, комбинируя выражение для $E_R(t)$ с уравнением (1.1), имеем

$$(1.4) \quad E_R = \frac{2mR_0 v}{\lambda};$$

$$(1.5) \quad \frac{E_K}{E_R} = \frac{v}{v_*};$$

$$(1.6) \quad v_* = \frac{4R_0}{\lambda}$$

(v_* — характеристическая скорость). При $v < v_*$ $E_K < E_R$, при $v > v_*$ $E_K > E_R$. Для иллюстрации v_* в таблице приведены ее значения, вычисленные при значениях $\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$, $2 \cdot 10^{-7}$ и 10^{-7} Гн/м, характерных

v_* , км/с	R_0 , Ом	λ , Гн/м	v_* , км/с	R_0 , Ом	λ , Гн/м	v_* , км/с	R_0 , Ом	λ , Гн/м
10	10^{-3}	$4 \cdot 10^{-7}$	20	10^{-3}	$2 \cdot 10^{-7}$	40	10^{-3}	10^{-7}
30	$3 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-7}$	60	$3 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-7}$	120	$3 \cdot 10^{-3}$	10^{-7}
50	$5 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-7}$	100	$5 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-7}$	200	$5 \cdot 10^{-3}$	10^{-7}

для рельсотронных ускорителей квадратного, прямоугольного и коаксиального сечений. Следует обратить внимание, что соотношение между кинетической энергией тела и омическими потерями в цепи (1.5) не зависит от формы импульса тока.

Комбинация выражений (1.3), (1.5) позволяет получить зависимости η_K , η_R и v от v_* :

$$(1.7) \quad \eta_K = \frac{\frac{v}{v_*}}{1 + \frac{v}{v_*}} (1 - \epsilon);$$

$$(1.8) \quad \eta_R = \frac{1 - \epsilon}{1 + \frac{v}{v_*}};$$

$$(1.9) \quad v = v_* \left(\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{2W_0}{mv_*^2} (1 - \epsilon)} - \frac{1}{2} \right).$$

Если предположить, что к концу ускорения $\epsilon \rightarrow 0$, выражения (1.7)–(1.9) позволяют оценить максимальные значения $\eta_K(\infty)$, $\eta_R(\infty)$, v_∞ . При $R_0 = 0$ $v_* = 0$ и максимум v_∞ , как и следовало ожидать для бездиссипативной системы, равен

$$(1.10) \quad v_A = \sqrt{\frac{2W_0}{m}}.$$

Подставляя (1.9) в (1.7) и (1.8) и пронормировав (1.9) на (1.10), находим

$$(1.11) \quad \eta_K(\infty) = 1 - \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} + A + \frac{1}{2}}};$$

$$(1.12) \quad \eta_R(\infty) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} + A + \frac{1}{2}}};$$

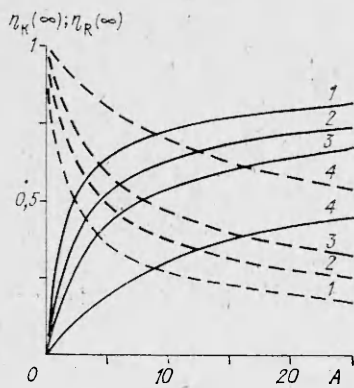
$$(1.13) \quad \frac{v_\infty}{v_A} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{\frac{1}{4} + A + \frac{1}{2}}};$$

$$(1.14) \quad A = \frac{2W_0}{mv_*^2}.$$

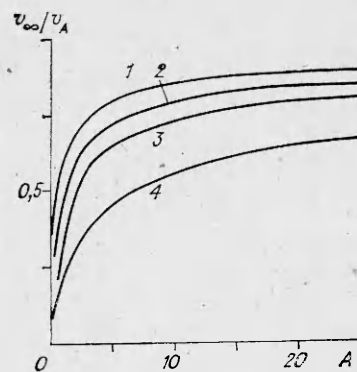
Из выражений (1.11) – (1.13) вытекает, что $\eta_K(\infty)$, $\eta_R(\infty)$ и v_∞/v_A зависят только от одного безразмерного параметра A , составленного из определяющих параметров системы W_0 , m , R_0 , λ , известных в начальный момент времени; A можно рассматривать как критерий подобия при описании работы рельсотронных ускорителей твердых тел.

Безразмерные параметры v_* и A аналогичны используемым в магнитной гидродинамике характеристическим числам: альфвеновской скорости и числу Альфвена с тем отличием, что v_* характеризует скорость, при которой кинетическая энергия тела равна омическим потерям в цепи, а параметр A равен отношению начальной энергии источника к условной кинетической энергии тела, движущегося со скоростью v_* .

В [1, 2, 4–6], где дан анализ работы рельсотронных ускорителей с питанием от конденсаторной батареи, широко используется введенный



Р и с. 1



Р и с. 2

Л. А. Арцимовичем с сотрудниками [1] параметр $q = \lambda^2 C_0^2 U_0^2 / 2mL_0$ (λ — погонная индуктивность рельсотрона, C_0 — емкость батареи, U_0 — напряжение на батарее, m — масса тела, L_0 — начальная индуктивность контура). Из сравнения A и q видно, что параметр A более общий, нагляднее физически и учитывает активное сопротивление цепи. Связь между A и q можно представить в виде $A = q\rho_0^2 / 8R_0^2$ ($\rho_0 = \sqrt{L_0/C_0}$ — волновое сопротивление).

2. Простые аналитические соотношения между E_K и E_R , выражения для η_K , η_R , v могут быть получены для случая, когда сопротивление цепи изменяется в процессе работы рельсотрона. Полагая

$$(2.1) \quad R = R_0 + \alpha v/v_\infty, \quad \alpha = \text{const},$$

следуя рассуждениям, приведенным выше при анализе энергетических характеристик для $R = R_0 = \text{const}$, имеем

$$(2.2) \quad \frac{F_K}{E_R} = \frac{\frac{v}{v_*}}{1 + \frac{2\alpha}{\lambda v_\infty} \frac{v}{v_*}};$$

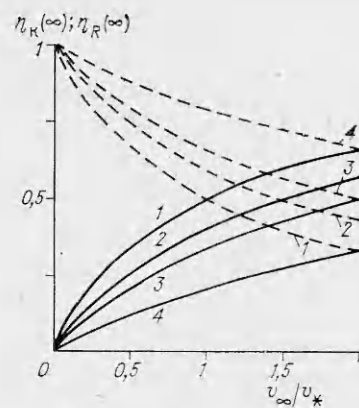
$$(2.3) \quad \eta_K = \frac{\frac{v}{v_*} (1 - \varepsilon)}{1 + \frac{v}{v_*} \left(1 + \frac{2\alpha}{\lambda v_\infty}\right)};$$

$$(2.4) \quad \eta_R = \frac{\left(1 + \frac{2\alpha}{\lambda v_\infty} \frac{v}{v_*}\right) (1 - \varepsilon)}{1 + \frac{v}{v_*} \left(1 + \frac{2\alpha}{\lambda v_\infty}\right)};$$

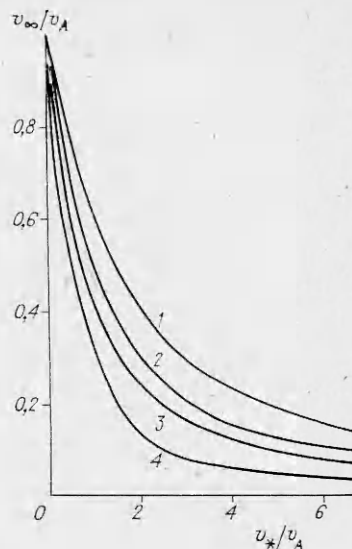
$$(2.5) \quad \frac{v}{v_*} = \frac{\sqrt{\frac{1}{4} + A(1 - \varepsilon) \left(1 + \frac{2\alpha}{\lambda v_\infty}\right)} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{2\alpha}{\lambda v_\infty}}.$$

Здесь v_* и A по-прежнему определяются выражениями (1.6) и (1.14); v_∞ — скорость, когда закончится ускорение. Подставляя (2.5) в (2.3) и (2.4), получим аналитические зависимости η_K , η_R и v от ε , A , α/R_0 , v_*/v_∞ , максимальные значения которых при $\varepsilon = 0$ равны

$$(2.6) \quad \eta_K(\infty) = 1 - \frac{1}{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{A}{\left(1 + \frac{\alpha}{2R_0}\right)^2}}};$$



Р и с. 3



Р и с. 4

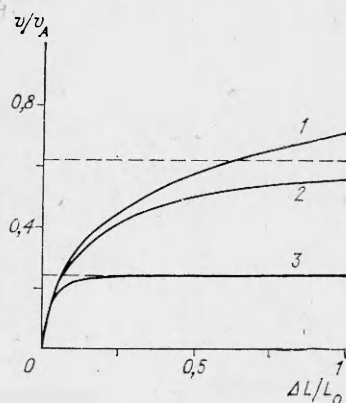
$$(2.7) \quad \eta_R(\infty) = \frac{1}{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{A}{\left(1 + \frac{\alpha}{2R_0}\right)^2}}};$$

$$(2.8) \quad \frac{v_\infty}{v_A} = \frac{\sqrt{A}}{\left(1 + \frac{\alpha}{2R_0}\right) \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{A}{\left(1 + \frac{\alpha}{2R_0}\right)^2}}\right)}.$$

Параметр α/R_0 характеризует приращение сопротивления цепи при работе рельсотронного ускорителя. При $\alpha = 0$ выражения (2.2) — (2.8) совпадают, как и следовало ожидать, с (1.11) — (1.13). Зависимости $\eta_K(\infty)$, $\eta_R(\infty)$ (сплошные и штриховые линии) и v_∞/v_A от A представлены на рис. 1, 2, от v_∞/v_A — на рис. 3, а зависимость v_∞/v_A от v_*/v_A — на рис. 4.

Кривые 1—4 на рис. 1—4 построены соответственно для $\alpha/R_0 = 0$; 1; 2; 6.

Выражения (1.5) — (1.13), (2.1) — (2.8) позволяют проанализировать энергетические соотношения в рельсотронном ускорителе в общем случае. Введение характеристической скорости v_* дает возможность оценить скорость тела и КПД преобразования энергии источника в кинетическую энергию тела через исходные параметры системы W_0 , m , R_0 , λ , известные в начальный момент времени, и приращение сопротивления цепи к окончанию ускорения тела. Заметим, что в нашем анализе не конкретизирован вид источника электромагнитной энергии; W_0 может быть энергией, запасенной как в конденсаторной батарее, так и в индуктивном



Р и с. 5

накопителе или в каком-либо другом источнике. Подставляя в полученные формулы конкретное выражение W_0 , можно продолжить анализ применительно к данному виду источника. В частности, когда W_0 — энергия, запасенная в индуктивном накопителе, и $R = \alpha v/v_\infty$, можно получить аналитические зависимости скорости тела, η_K и η_R от приращения индуктивности $\Delta L = \lambda x$ (x — расстояние, пройденное телом). Рис. 5 иллюстрирует зависимость v/v_A от $\Delta L/L_0$ (кривые 1—3 отвечают $\alpha/\lambda v_A = 0$; 0,5; 2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Арцимович Л. А., Лукьянов С. Ю. и др. Электродинамическое ускорение ступок плазмы // ЖЭТФ.— 1957.— Т. 33, № 3.
2. Linhart J. G. A simplified analysis of the dynamics of plasma guns // Nuclear Fusion.— 1961.— V. 1, N 2.
3. Бондалетов В. Н. Определение электромагнитных сил, их работы и электромеханического КПД в контурах с токами // Электричество.— 1966.— № 1.
4. Дубовой Л. В., Березин Ю. А. К выбору оптимальных параметров рельсотронного ускорителя плазмы // ЖТФ.— 1964.— Т. 34, № 10.
5. Новгородцев А. Б., Шнейерсон Г. А. Энергетические соотношения в колебательном контуре, используемом для ускорения проводников электромагнитными силами // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.— 1970.— № 2.
6. Шнейерсон Г. А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов.— Л.: Энергоиздат, 1981.
7. Burgess T. J., Cowan M. Multistage induction mass accelerator // IEEE Trans. on Magnetics.— 1984.— V. MAG — 20, N 2.
8. Sadelin D. R. Efficiency equations of the rail gun // Ibid.
9. Clark G. A., Bedford A. J. Performance results of a small — calibre electromagnetic launcher // Ibid.

Поступила 21/V 1986 г.