О ВЫТЕСНЕНИИ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ ПРИ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

М. Г. Бернардинер, В. М. Ентов

(Москва)

В работе существующая теория фильтрации несмешивающихся жидкостей обобщается применительно к фильтрации вязко-пластических жидкостей обладающих ненулевым начальным напряжением сдвига, и строится аналог теории фронтального вытеснения Баклея — Леверетта.

1. В теории движения многофазных жидкостей (см., например, [1-3]) предполагается, что порознь каждая из фаз движется в пористой среде в соответствии с законом фильтрации Дарси: скорость фильтрации каждой фазы считается пропорциональной градиенту давления, а эффективная проницаемость для нее зависит от распределения порового объема между фазами (насыщенности). Многочисленными исследованиями показано, что такая схематизация плодотворна и позволяет правильно описать основные черты процесса многофазного течения[1].

Ниже существующая теория обобщается на случай, когда одна или обе движущиеся в пористой среде жидкости не следуют закону фильтрации Дарси. Сама по себе нелинейность закона фильтрации может быть связана как с истинно неньютоновским поведением жидкости (ряд природных нефтей [4,5], эмульсии [6], пены и т. д.) так и с особо сильным взаимодействием (невязким) жидкости и породы (вода в глинизированном песчанике [7]). Во всех этих случаях нелинейность проявляется в области малых скоростей фильтрации. Это важно отметить, так как основной задачей теории двухфазного движения является задача о вытеснении, описывающая процесс замещения нефти водой в ходе заводнения. В этом случае область малых скоростей наиболее существенна, так как на нее приходится основная часть пласта. Проводимые в дальнейшем рассуждения опираются на глубокий анализ процессов, происходящих при вытеснении и двухфазном течении, данный Д. А. Эфросом [8].

Наиболее простой моделью жидкости, для которой закон фильтрации нелинеен в области малых скоростей, является модель вязко-пластической жидкости, в частности, используемая ниже модель Бингама — Шведова. В этом случае связь между напряжениями τ и скоростью сдвига du / dn имеет вид

$$\tau = -\tau_0 - \mu du / dn \quad (du / dn > 0), \qquad |\tau| \leqslant \tau_0 \quad (du / dn = 0) \tag{1.1}$$

где τ_0 — предельное напряжение сдвига, μ — вязкость.

2. **Нелинейная фильтрация двухфазных систем.** Покажем, прежде всего, что основные положения теории многофазной фильтрации сохраняют свой смысл и для неньютоновских жидкостей. Ядром теории является предположение о том, что распределение фаз в поровом пространстве в любой точке области фильтрации определяется капиллярными силами и не зависит от гидродинамических сил, связанных с движением жидкости (о пределах применимости этого предположения см., например, [3,8]). При этом процесс заполнения порового пространства предполагается однонаправленным (например, постепенное замещение нефти водой), причем более смачивающая жидкость заполняет преимущественно поры меньшего размера. На первый взгляд, если жидкость является вязко-пластичной и обладает ненулевым значением предельного напряжения сдвига τ_i (индекс обозначает номер фазы), то распределение фаз изменится, пластическая жидкость не сможет проникнуть в наиболее узкие поровые каналы, равно как и вытеснение ее из таких пор будет затруднено. Легко, однако, убедиться, что это не так.

---

[1] Само по себе это предположение, делаемое в явной или неявной форме, связано с тем, что внутри каждого объема, рассматриваемого как элементарный, давление, создаваемое капиллярными силами при отклонении от равновесия, значительно превосходит перепад давления за счет гидродинамических сил. В результате гидродинамические силы способны лишь незначительно изменить распределение фаз в поровом пространсгве в масштабе одного элемента. Напротив, в масштабе целого пласта непосредственное значение перепада давления, создаваемого капиллярными силами, пренебрежимо мало.

Если по тем или иным причинам распределение фаз в пористой среде оказывается неравновесным, то в зависимости от пространственного масштаба неравновесности сглаживание ее происходит по-разному. Возмущения в элементарном объеме среды сглаживаются под действем капиллярных сил, и мы имеем дело с капиллярной пропиткой. Возмущения в масштабе всего пласта выравниваются вследствие перемещения пласта под действием гидродинамического перепада (при этом скорости жидкостей в каждой точке зависят от местной насыщенности, которую уже можно считать равновесной; именно такой случай рассматривается ниже). Наконец, существует промежуточный масштаб, для которого необходимо учитывать совместно действие капиллярных и гидродинамических сил.

Пусть происходит вытеснение из пористой среды жидкости с предельным напряжением сдвига τ_2, причем это истинное предельное натяжение сдвига, т. е. при напряжениях меньших τ_2, движения жидкости не происходит вовсе. Вытесняющая жидкость имеет напряжение сдвига τ_1. Поверхностное напряжение на границе фаз обозначим через σ, так что на границе раздела существует некоторый капиллярный скачок давления $p_c = | p_1 - p_2 |$, причем $p_1 < p_2$, если $\sigma > 0$, и более смачивающая жидкость вытесняет менее смачивающую. Величина капиллярного скачка давления p_c при фиксированных прочих условиях определяется средним радиусом кривизны поверхности раздела фаз и в результате [1-3] зависит от насыщенности s, $p_c = p_c(s)$.

Предположим, что объем, заполненный вначале второй жидкостью, заполняется затем частично (до насыщенности s) первой жидкостью, которая для определенности предполагается более смачивающей. Рассмотрим характер распределения обеих фаз по порам. Ясно, прежде всего, что напряжения τ_i должны быть очень малы, так как иначе ни о каком вытеснении жидкости в реальных пластовых условиях не может быть и речи. Действительно, если обозначить через Δp характерное значение прикладываемого извне перепада давления, через L — отвечающее ему расстояние (макромасштаб), и через d — характерный размер пор пористой среды (внутренний масштаб)[1], то очевидна оценка

$$\alpha \Delta p / L > \tau_i / d \qquad (i = 1,2) \tag{2.1}$$

где коэффициент α порядка единицы. Как обычно в теории фильтрации, будем рассматривать лишь элементы пористой среды, большие по сравнению с внутренним масштабом d. При характерном размере такого элементарного макрообъема D перепад давления на нем порядка $\Delta pD / L$. Если допустить, что распределение фаз по порам заметно отличается от того, которое соответствует локальному капиллярному равновесию, то капиллярный скачок давления, равный по порядку величины σ / d, будет приводить фазы к равновесию. Если размер элемента достаточно мал

$$D \ll \sigma L / (\Delta p d) \tag{2.2}$$

то равновесное распределение фаз под действием капиллярных сил будет устанавливаться настолько быстро, что при решении гидродинамических задач его можно считать равновесным все время. В силу условия $d \ll D$ для этого необходимо

$$d^2 < \sigma L / \Delta p < \alpha \sigma d / \tau_i \tag{2.3}$$

(последнее в силу (2.1)), что обычно и выполняется в нефтепромысловой практике. Следовательно, при тех же условиях

$$\tau_i \ll \sigma / d \tag{2.4}$$

и можно пренебречь и влиянием неньютоновских свойств жидкости на перераспределение фаз. Иными словами, фазы распределяются в соответствии с условиями капиллярного равновесия так, как если бы сил сопротивления не было вовсе, и в каждый момент любая из фаз движется в занятом ею объеме норового пространства так, как если бы этот объем был поровым пространством некоторой однородной среды, а другая фаза вовсе отсутствовала бы.

С изменением насыщенности свойства этих фиктивных «пористых сред» будут изменяться. В частности, будет меняться важнейшая с гидродинамической точки зрения характеристика — средний размер пор, занятых данной жидкостью d_i.

Будем, как обычно, понимать под s насыщенность пористой среды первой, смачивающей фазой. Полагая, что смачивающая фаза избирательно заполняет вначале меньшие поры, приходим к выводу, что изменение величин d_i с изменением насыщенности s качественно следует фиг. 1, где через d обозначен средний по всему норовому объему размер пор. Из условия независимости движения фаз следует, что скорость фильтрации данной фазы определяется ее свойствами, градиентом давления и геометрией занятого ею объема, но не свойствами другой фазы. Свойства вязко-пластической жидкости характеризуются вязкостью μ и начальным напряжением сдвига τ_i, а геометрия занятого ею объема — характерным размером пор $d_i(s)$, так что

$$\mathbf{u}_i = -\frac{d_i^2(s)}{\mu_i} \operatorname{grad} p f \left(\frac{\tau_i}{d_i \,|\operatorname{grad} p|} \right) \tag{2.5}$$

[1] За внутренний масштаб часто принимают величину $\sqrt{k / m}$, где k — проницаемость, а m — пористость среды. При этом для однотипных сред $d = C\sqrt{k / m}$ и коэффициент пропорциональности C может достигать нескольких десятков.

Допуская здесь возможность разложения функции f[1], получим:

$$\mathbf{u}_i = -C\frac{d_i^2}{\mu_i}\operatorname{grad} p\left(1 - B\frac{\tau_i}{d_i\,|\operatorname{grad} p\,|}\right) \tag{2.6}$$

Проделанные рассуждения предполагают, что рассматриваемая фаза непрерывно заполняет занимаемый ею объем, т. е. является связной. Условие связности выполняется, когда насыщенность пористой среды данной фазой велика, когда же насыщенность снижается доля, приходящаяся на обособленные капли жидкости, постепенно возрастает, пока, наконец, при некоторой насыщенности вся фаза не разбивается на отдельные капли и движение ее прекращается. На кривых фазовых проницаемостей этому отвечает обращение соответствующих фазовых проницаемостей в нуль.

Учитывая это обстоятельство, перепишем соотношение (2.6) в виде

$$\mathbf{u}_i = -\frac{k_i(s)}{\mu_i}\operatorname{grad} p\left(1 - B\frac{\tau_i}{d_i\,|\operatorname{grad} p\,|}\right)$$

$$k_i(s) \equiv kf_i(s) \leqslant Cd_i^2(s) \tag{2.7}$$

При этом в силу сказанного в п. 1 фазовые проницаемости $k_i(s)$ зависят от насыщенности s так же, как фазовые проницаемости для обычных ньютоновских жидкостей.

Удобнее переписать закон фильтрации (2.7) в виде

$$\mathbf{u}_i = -\frac{k}{\mu_i}f_i(s)\left(\operatorname{grad} p - \gamma_i\frac{\operatorname{grad} p}{|\operatorname{grad} p\,|}\right) \tag{2.8}$$

Здесь предполагается, что при $|\mathbf{u}_i| > 0$ по модулю первый член больше второго; в противном случае $\mathbf{u}_i = 0$. Соотношение (2.8) является обобщением на случай двухфазной фильтрации закона фильтрации с начальным градиентом, используемого для описания фильтрации вязко-пластических жидкостей [9,10] и движения воды в глинизированных пористых средах [11]. Величины предельных градиентов $\gamma_i = B\tau_i / d_i$ соответствующих фаз оказываются в данном случае функциями насыщенности.

Соотношения (2.7) и (2.8) представляют собой искомое обобщение основных соотношений двухфазной фильтрации на случай движения вязко-пластических жидкостей. При этом должна быть дополнительно определена безразмерная постоянная B и зависимости $d_i(s)$. Как и соотношения теории двухфазной фильтрации вязких жидкостей, выражения (2.8) перестают быть применимыми в тех областях, где насыщенность претерпевает резкие изменения.

Такие области резкого изменения насыщенности отвечают фронту вытеснения; вблизи фронта вытеснения капиллярные силы и гидродинамические сопоставимы по величине, неравенство (2.2) нарушается, и нельзя уже ожидать, что фазы движутся, не взаимодействуя. В области фронта становится сомнительным само понятие фазовых проницаемостей (это обстоятельство указано Г. И. Баренблаттом), поскольку характер движения фаз остается до сих пор невыясненным. Области резкого изменения насыщенности в дальнейшем из рассмотрения исключены.

3. Фронтальное вытеснение неньютоновских жидкостей. Теория Баклея — Леверетта. Рассмотрим простейшую задачу об одномерном фронтальном вытеснении неньютоновских жидкостей в постановке Баклея — Леверетта [1–3]. Считая обе жидкости несжимаемыми, имеем:

$$u_1 + u_2 = u(t) \tag{3.1}$$

где $u(t)$ — известная функция времени. Пренебрежем далее различием давлений в жидкостях и положим

$$p_1 = p_2 = p(x, t) \tag{3.2}$$

Из уравнений (2.8), записанных для каждой из фаз, имеем

$$\frac{u_1\mu_1 + Bkf_1(s)\,\tau_1 / d_1}{kf_1(s)} = \frac{u_2\mu_2 + Bkf_2(s)\,\tau_2 / d_2}{kf_2(s)} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

С другой стороны, складывая уравнения (2.8), получим (считая $u > 0$, $\partial p / \partial x < 0$)

$$u = u_1 + u_2 = -\left(\frac{kf_1(s)}{\mu_1} + \frac{kf_2(s)}{\mu_2}\right)\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{kf_1(s)\,\gamma_1}{\mu_1} - \frac{kf_2(s)\,\gamma_2}{\mu_2}$$

Выражая отсюда $\partial p / \partial x$ и подставляя в предыдущие соотношения, получим

$$u_1 = u\frac{f_1(s)}{f_1(s) + \mu f_2(s)} + \frac{f_1(s)\,f_2(s)}{\mu_2\,[f_1(s) + \mu f_2(s)]}(\gamma_2 - \gamma_1); \qquad \mu = \frac{\mu_1}{\mu_2} \tag{3.3}$$

---

[1] Вообще говоря, в качестве самостоятельного аргумента функции f следует включить также насыщенность s. Соответственно, в соотношении (2.6) величина B окажется зависящей от s.

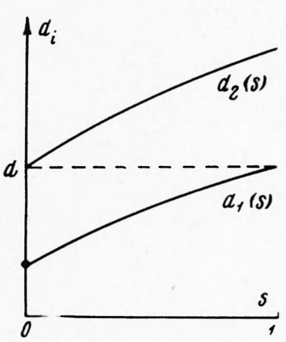
и аналогичное (получающееся перестановкой индексов) соотношение для u_2. Выражение (3.3) является аналогом обычно вводимого в теории вытеснения несмешивающихся жидкостей соотношения Баклея — Леверетта, а множитель при u в правой части представляет собой функцию Баклея — Леверетта. Следует заметить, что выражение (3.3) перестает быть справедливым, если его правая часть оказывается отрицательной; при этом следует полагать $u_1 = 0$. Если же она превосходит u, то следует полагать $u_1 = u$. Такое же замечание справедливо для скорости u_2. Перепишем (3.3) в виде

$$u_1 = uF(s, \mu, u) \tag{3.4}$$

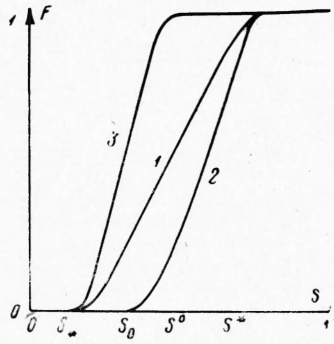
и подставим его в уравнение неразрывности

$$m\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial u_1}{\partial x} = 0 \tag{3.5}$$

При этом для насыщенности s получим уравнение, обычно встречающееся в теории Баклея — Леверетта; свойства его решений определяются видом функции F.



Фиг. 1



Фиг. 2

Учитывая физический смысл введенных ранее параметров, можно убедиться, что при достаточно естественных предположениях функция F остается монотонной функцией насыщенности s. Действительно, легко получить равенство

$$\frac{u_1 + kf_1\gamma_1 / \mu_1}{u - u_1 + kf_2\gamma_2 / \mu_2} = \frac{f_1}{\mu f_2} \tag{3.6}$$

Представим его в виде

$$\frac{u_1\mu_1 (kf_1\gamma_2)^{-1} + \gamma_1 / \gamma_2}{(u - u_1)\mu_2 (kf_2\gamma_2)^{-1} + 1} = 1 \tag{3.7}$$

Допустим, что отношение d_2 / d_1 убывает с ростом s, что согласуется с видом кривых фиг. 1. Учтем далее, что величина f_1 должна возрастать с ростом s быстрее, чем d_1, а следовательно, и быстрее, чем d_2. Тогда выражение в левой части (3.7) при фиксированных u и u_1 убывает с ростом s, а при фиксированном s возрастает с ростом u_1. В результате получаем, что u_1 возрастает с ростом s.

В то же время, нельзя утверждать в общем случае, что у кривой $F(s)$ лишь одна точка перегиба, как это имеет место для ньютоновских жидкостей. В этом отношении фильтрация вязко-пластических жидкостей сходна с рассмотренным С. Н. Бузиновым и И. А. Чарным [12] вытеснением в поле массовых сил (см. также [2]).

Появление дополнительного члена в выражении для u_1 (формула (3.3)) может привести к существенному изменению характера вытеснения. Предположим вначале, что разность $\gamma_1 - \gamma_2$ положительна. Тогда при достаточно малых скоростях u выражение (3.3) станет отрицательным для всех насыщенностей s, заключенных между s_* и некоторым значением s_0. Соответственно функция F будет иметь вид кривой *2* фиг. 2 (кривая *1* отвечает $\tau_1 = \tau_2 = 0$).

Величина s_0 представляет собой минимальное значение насыщенности вытесняющей фазой. С увеличением разности $\gamma_1 - \gamma_2$ и с уменьшением скорости вытеснения u эта величина возрастает вплоть до предельного значения s^*, представляющего собой максимально возможное значение насыщенности вытесняющей фазой. Иными словами, при медленном вытеснении жидкостью, имеющей достаточно большое начальное напряжение сдвига, вытеснение стремится к поршневому вытеснению с максимальной полнотой вытеснения. Последнее обстоятельство определяет потенциальные возможности вытеснения вязко-пластическими жидкостями. (Это вполне согласуется с фактом интенсификации вытеснения при помощи пен, для которых обнаруживается ненулевое начальное напряжение сдвига.)

Как нетрудно видеть из приведенных выше соотношений, повышение эффективности вытеснения связано в данном случае с тем, что при малых скоростях отношение градиентов давления в вытесняющей и вытесняемой жидкостях становится бесконечно большим. Тот же эффект в принципе может быть получен при увеличении вязкости вытесняющей жидкости в обычной теории Баклея — Леверетта.

Важно, однако, что с повышением вязкости существенно должны увеличиться потери давления вблизи нагнетательных скважин, тогда как существование предельного градиента лишь незначительно увеличивает локальные потери давления вблизи скважин.

Напротив, при выполнении обратного соотношения $\gamma_1 < \gamma_2$ при достаточно малых u кривая $F(s)$ имеет вид кривой *3* на фиг. 2; эффективность вытеснения падает тем сильнее, чем меньше скорость u.

Примечание при корректуре. В появившейся недавно экспериментальной работе [13] были получены данные о зависимости фазовых проницаемостей от величины предельного напряжения сдвига (рассматривалось вытеснение модельной вязко-пластической жидкости газом). Отметим два обстоятельства, которые могут обуславливать несогласие между сделанными выше выводами и указанными экспериментами. Прежде всего, выше предполагается, что предельный градиент фильтрации вязко-пластической жидкости порядка среднего градиента давления в пласте; $\gamma \sim 10^{-1}$ *ат/м*$=10^3$ *дин/см*^{3}. При среднем размере пор $d \sim 10^{-2} - 10^{-3}$ *см* это отвечает начальному напряжению сдвига $\tau \sim 1 \div 10$ дин/см^2, что значительно меньше, чем напряжения сдвига для жидкостей, использованных в эксперименте. Во-вторых, нужно иметь в виду, что введенные выше относительные фазовые проницаемости не представляют собой уже отношение расхода жидкости при двухфазной фильтрации к расходу при однофазной фильтрации с тем же градиентом давления. В эксперименте же они, по-видимому, определялись именно таким образом. Наконец, в заключение отметим, что, поскольку вязко-пластическая жидкость является более смачивающей, чем газ, на фиг. 1 к жидкости следует относить кривую I.

Авторы признательны Г. И. Баренблатту и В. М. Рыжику за неоднократное стимулирующее обсуждение работы.

Поступила 8 VIII 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Маскет М. Физические основы технологии добычи нефти. Гостоптехиздат, 1953.
2. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. Гостоптехиздат, 1963.
3. Рыжик В. М. Обзор работ по взаимному вытеснению несмешивающихся жидкостей из пористой среды. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1961, № 2.
4. Кусаков М., М., Ребиндер П. А., Зинченко К. Е. Поверхностные явления в процессах фильтрации нефти. Докл. АН СССР, 1940, т. 28 № 5.
5. Требин Ф. А. Нефтепроницаемость песчаных коллекторов. Гостоптехиздат, 1945.
6. Коган Я. М., Латыпов В. Х. Исследование вязкости эмульсий пласта Шкаповского месторождения. Нефтяное хозяйство, 1964, № 3.
7. Engelhardt W., Tunn W. Uber das Strömen von Flussigkeiten durch Sandsteine. Heidelberger Berichte zur Mineralogie und Petrographie, 1954, B. 4, H. 1/2.
8. Эфрос Д. А. Исследования фильтрации неоднородных систем. Гостоптехиздат, 1963.
9. Мирзаджанзаде А. Х. Вопросы гидродинамики вязко-пластичных и вязких жидкостей. Баку, Азернешр, 1959.
10. Султанов Б. К. О фильтрации вязко-пластичных жидкостей в пористой среде. Изв. АН АзССР. Сер. физ.-матем. и техн. н., 1960, № 5.
11. Флорин В. А. Уплотнение земляной среды и фильтрация при переменной влажности с учетом влияния связанной воды. Изв. АН СССР, ОТН, 1951, № 11.
12. Бузинов С. Н., Чарный И. А. О движении скачков насыщенности при вытеснении нефти водой. Изв. АН СССР, ОТН, 1957, № 7.
13. Пейсахов С. И. Ковалев А. Г. Экспериментальное исследование относительных фазовых проницаемостей при вытеснении вязко-пластических жидкостей газом. Тр. Азерб. ин-та нефти и химии, 1967, вып. 26, 44—56.