

УДК 532.526

ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ГОРЕНИИ ВОДОРОДА В СИСТЕМЕ ПЛОСКИХ СТРУЙ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

У. К. Жапбасбаев, Е. П. Макашев

Казахский государственный национальный университет им. аль-Фараби, 480121 Алматы

Приводятся результаты расчетно-теоретических исследований сверхзвукового диффузионного горения системы плоских водородных струй в сверхзвуковом потоке воздуха. Показано, что в зоне смешения системы водородных струй со спутным потоком возникают крупномасштабные вихревые структуры, влияющие на механизм турбулентного обмена между топливом и окислителем.

Введение. Теоретическое и экспериментальное изучение горения водорода в сверхзвуковых течениях вызывает затруднения. Теоретическое исследование осложнено тем, что закономерности горения при сверхзвуковых скоростях определяются интенсивностью процессов турбулентного обмена, скоростями химических реакций в потоке и влиянием газодинамических эффектов, сопровождающих тепловыделение. При этом каждый из перечисленных факторов может оказать существенное влияние на процесс горения. Для чисел Маха потока $M > 6$ провести полномасштабные эксперименты в лабораторных условиях практически невозможно. Поэтому важное значение приобретает разработка надежного расчетно-теоретического метода анализа горения в сверхзвуковых потоках.

Существует ряд экспериментальных и расчетно-теоретических исследований горения в сверхзвуковых струйных течениях при $M < 3$ [1–8]. Обзор работ, изданных до 1984 г., приведен в [1]. Влияние турбулентности на скорость химических реакций с учетом эффектов перемежаемости изучено в работах [2–4], в которых установлены многостадийность химических реакций и необходимость учета влияния пульсации концентрации на скорость химических превращений [3, 4]. Закономерности сверхзвукового горения с учетом скачков уплотнения исследованы в [4, 5], где показано влияние ударных волн на процесс воспламенения и смешения. Из экспериментальных данных [6] следует, что смешение струи водорода со спутным потоком воздуха является одним из главных условий реализации сверхзвукового горения водорода. Расчеты процессов смешения и химической кинетики сверхзвукового горения водорода в струйных течениях проведены в [7, 8].

Подробные экспериментальные данные о турбулентной структуре сверхзвуковых сдвиговых течений позволили изучить закономерности турбулентного смешения [9] и оценить применимость современных моделей турбулентности для их описания. В частности, установлена слабая анизотропия турбулентности в зоне смешения двух сверхзвуковых потоков [9].

Изучение механизма смешения представляет практический интерес. Следует отметить, что данные о влиянии скачков уплотнения на характеристики турбулентности, а также на скорость химических реакций при сверхзвуковых скоростях недостаточно полны.

Цель настоящей работы — показать, что использование системы параболизированных уравнений Навье — Стокса в сочетании с апробированными моделями турбулентности и кинетики окисления водорода позволяет получить более полное представление о закономер-

ностях горения системы плоских сверхзвуковых струй водорода в спутном сверхзвуковом потоке воздуха.

Физико-математическая модель течения. Рассматривается задача о диффузионном горении системы плоских сверхзвуковых водородных струй в спутном сверхзвуковом потоке воздуха.

Из плоских сопел высотой $2h_1$ вытекает струя водорода со сверхзвуковой скоростью U_1 в спутный сверхзвуковой поток воздуха, движущийся со скоростью U_2 . Газы струи и спутного потока отличаются молекулярными массами (в струе — смесь водорода с азотом, в потоке — воздух). Ось OX направлена вдоль плоскости симметрии струи, ось OY — перпендикулярно ей. Так как система спутных струй периодически повторяющаяся, то можно выделить полосу шириной L , ограниченную плоскостями симметрии струи и смежного воздушного потока, и рассматривать решение задачи в этой области, заменив отброшенную часть условиями симметрии вдоль плоскостей OX и AA_1 (см. [10]).

Течение во всей области предполагается сверхзвуковым, газ считается вязким теплопроводным химически реагирующим, а режим течения — турбулентным.

Для описания осредненного течения воспользуемся системой параболизированных уравнений сохранения количества движения, энергии, вещества и неразрывности, записанной в матричной форме:

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (\mathbf{S} + \mathbf{H}) + \mathbf{W}, \quad (1)$$

где $\mathbf{F} = \mathbf{F} [\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, (\rho E + p)u, \rho u C_i]$, $\mathbf{G} = \mathbf{G} [\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, (\rho E + p)v, \rho v C_i]$, $\mathbf{W} = \mathbf{W} [0, 0, 0, 0, \dot{W}_i]$,

$$\mathbf{S} = \mathbf{S} \left[0, \mu_t \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{4}{3} \mu_t \frac{\partial v}{\partial y}, \gamma \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial e}{\partial y} + \mu_t \left(\frac{1}{2} \frac{\partial u^2}{\partial y} + \frac{2}{3} \frac{\partial v^2}{\partial y} \right), \frac{\mu_t}{Sc_t} \frac{\partial C_i}{\partial y} \right],$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H} \left[0, 0, 0, \frac{\mu_t}{Sc_t} \left(\sum_i h_i \frac{\partial C_i}{\partial y} \right), 0 \right],$$

u, v — продольная и поперечная составляющие скорости; ρ — плотность; p — давление; e — удельная внутренняя энергия; C_i — концентрация веществ в смеси; μ_t — коэффициент вихревой турбулентной вязкости; $Pr_t = Sc_t = 0,9$ — турбулентные аналоги чисел Прандтля, Шмидта.

Все величины, входящие в уравнения (1), безразмерные. В качестве масштабов выбраны скорость U_1 , плотность водорода ρ_1 , высота h_1 . Координаты x, y отнесены к h_1 , u и v — к U_1 , ρ — к ρ_1 , p — к $\rho_1 U_1^2$, e — к U_1^2 , μ_t — к $\rho_1 U_1 h_1$.

Уравнение состояния совершенного газа записывается в виде

$$p = \rho RT, \quad (2)$$

где $R = R_0 \sum_i \frac{C_i}{m_i}$; m_i — молекулярная масса i -го компонента смеси; R_0 — универсальная газовая постоянная.

Полная энергия

$$E = \sum_i C_i \int_{T_0}^T c_{vi} dT + \frac{u^2 + v^2}{2} + \sum_i h_i^0 C_i, \quad (3)$$

где c_v — удельная теплоемкость при постоянном объеме.

Для вычисления теплофизических свойств водородно-воздушной смеси использовалась формула Уилке [11].

Коэффициент турбулентной динамической вязкости μ_t определялся на основе однопараметрической $(k-l_\omega)$ -модели турбулентности:

$$\mu_t = C_\omega \rho l_\omega \sqrt{k}, \quad (4)$$

где l_ω — длина зоны смешения. Кинетическая энергия турбулентности k находится из уравнения

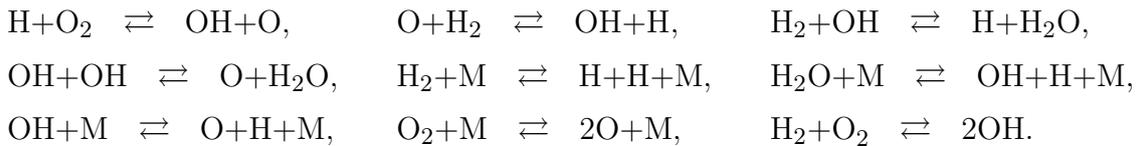
$$\rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho v \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_t \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\mu_t}{\rho Sc_t} \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial k}{\partial y} - \frac{C_d \rho k^{3/2}}{l_\omega}. \quad (5)$$

Генерация кинетической энергии турбулентности в уравнении (5), обусловленная переменностью поля плотности, записана в соответствии с [12]. Константы модели принимают следующие значения: $C_\omega = 0,07$, $C_d = 0,13$.

В неавтономных струйных течениях для определения l_ω используется выражение

$$l_\omega = \frac{u_{\max} - u_{\min}}{(du/dy)_{\max}}.$$

Скорость горения водорода в воздухе описывается механизмом, в котором учтены концентрации шести активных веществ (H , O , OH , H_2O , O_2 , H_2) и инертного азота:



Подробная информация о скорости этих реакций и константах приведена в [1].

Влияние эффектов перемежаемости на величину осредненных скоростей элементарных химических реакций учитывалось с помощью модели несмешанности Шпиглера [13]. Хотя эта модель считается наиболее простой, ее использование приводит к улучшению согласования результатов расчетов и экспериментов [3].

Система уравнений (1)–(5) интегрировалась при следующих граничных условиях:

а) на входном сечении $x = 0$:

— в струе

$$u = 1, \quad v = 0, \quad \rho = 1, \quad e = \frac{C_{v1}}{M_1^2 R_1 \gamma}, \quad k = C_k u_1^2, \quad C_i = C_{i1}, \quad (6)$$

— в потоке

$$u = \frac{M_2}{M_1} \sqrt{\frac{R_2 T_2}{R_1 T_1}}, \quad v = 0, \quad \rho = \frac{T_1 R_1}{n T_2 R_2}, \quad e = \frac{C_{v2} T_2}{M_1^2 T_1 R_1 \gamma}, \quad k = C_k u_2^2, \quad C_i = C_{i2}; \quad (7)$$

б) при $x > 0$, $y = 0$, $y = L$ задаются условия симметрии

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{\partial e}{\partial y} = \frac{\partial C_i}{\partial y} = \frac{\partial k}{\partial y} = 0, \quad v = 0. \quad (8)$$

Граничные условия на входном сечении (6), (7) ступенчатые. Они получены с использованием уравнения состояния (2) для удобства задания в расчетах режимных параметров течения. Как показывают эксперименты [9], рост толщины зоны смешения двух сверхзвуковых параллельных сдвиговых потоков происходит очень медленно в направлении течения. Поэтому пренебрежение толщиной пограничного слоя на входном сечении и задание профилей (6), (7) не нарушают физику явления. Соотношения (8) в соответствии с физической моделью задачи выражают условия симметрии. Задание на верхней границе ($y = L$) других условий, например неотражения волн возмущений, определяет задачу

сверхзвукового диффузионного горения одиночной плоской водородной струи в спутном сверхзвуковом потоке.

Система уравнений (1)–(8) решалась численно. Аппроксимация конвективных членов $\partial \mathbf{G} / \partial y$ с градиентом давления в направлении оси OY производилась с учетом знака собственных значений матрицы Якоби $B = \partial \mathbf{G} / \partial \mathbf{U}$ с использованием схемы Стегера — Уорминга [14]. Вязкие члены аппроксимировались центральной разностью. Предположение о сверхзвуковом течении в направлении оси OX приводит к положительности собственных значений матрицы Якоби $A = \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{U}$, что позволяет использовать маршевую методику решения по продольной координате. Конечно-разностные аналоги уравнения сохранения массы, количества движения и энергии решаются совместно методом матричной прогонки [15]. В общем итерационном процессе решение уравнения сохранения вещества для каждого компонента находилось отдельно от основной системы скалярной прогонкой. При аппроксимации выражений для скоростей элементарных химических реакций учитывались данные [7]. Проверка метода численного расчета системы уравнений газовой динамики выполнена в [10].

Для апробации модели турбулентности решена задача о смешении двух сверхзвуковых потоков в соответствии с условиями экспериментов, которые проводились на экспериментальной установке, созданной для изучения сдвиговых турбулентных течений сжимаемого газа [9]. На основании экспериментальных данных скорость роста толщины слоя при одной и той же скорости смешивающихся потоков была представлена в виде зависимости

$$\left. \frac{db}{dx} \right|_{M_r=0} = 0,165 \frac{(1-r)(1+s^{1/2})}{2(1+rs^{1/2})},$$

где b — толщина слоя смешения, определенная как разность поперечных координат, в которых $U = U_1 - 0,1(U_1 - U_2)$ и $U = U_2 + 0,1(U_1 - U_2)$; $r = U_2/U_1$ — отношение скоростей смешивающихся потоков; $s = \rho_2/\rho_1$ — отношение плотностей смешивающихся потоков; $M_r = \Delta U/\bar{a}$ — относительное число Маха; \bar{a} — среднее арифметическое скоростей звука в смешивающихся потоках.

Расчеты зоны смешения двух сверхзвуковых воздушных потоков проведены с использованием системы уравнений (1)–(5). Граничные условия на входном сечении за разделительной пластиной выбраны в соответствии с условиями экспериментов [9], а в потоках использованы условия гладкого сопряжения. Ширина зоны смешения $b(X)$ найдена по расчетным распределениям продольной составляющей скорости в каждом сечении потока. Как показано на рис. 1, а, результаты расчета удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными при использовании однопараметрической $(k - l_\omega)$ -модели турбулентности.

Расчетные профили продольной составляющей скорости, полученные с помощью однопараметрической $(k - l_\omega)$ -модели турбулентности, обработаны в автоматических переменных:

$$\Delta U = \frac{U - U_2}{U_1 - U_2}, \quad \Delta Y = \frac{Y - Y_0}{b(X)},$$

где Y_0 — значение поперечной координаты, соответствующее положению разделительной пластины.

Обработка профилей в автоматических переменных проведена для трех режимов развития зоны смешения двух сверхзвуковых потоков. Для каждого режима построены профили продольной скорости в сечениях $X = 100, 125, 150, 175, 200$ мм от начала зоны смешения. Ширина зоны смешения $b(X)$ в каждом режиме соответствует расчетным данным. Показано, что автоматические профили продольной составляющей скорости хорошо согласуются между собой и с опытными данными (рис. 1, б).

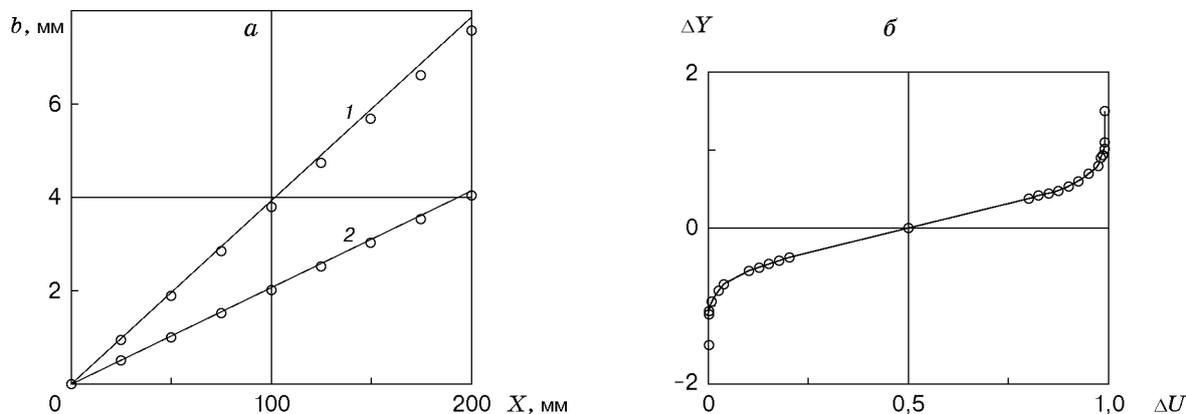


Рис. 1. Ширина зоны смешения $b(X)$ (а) и автомодельные профили продольной составляющей скорости (б):

сплошные линии — расчет, точки — эксперимент; 1 — $M_1 = 2,01$, $M_2 = 1,38$, $T_1 = 163$ К, $T_2 = 214$ К, $n = 1$; 2 — $M_1 = 1,91$, $M_2 = 1,36$, $T_1 = 334$ К, $T_2 = 215$ К, $n = 1$

Таким образом, проведенные расчеты и сравнение их результатов с опытными данными свидетельствуют о возможности применения однопараметрической $(k - l_\omega)$ -модели турбулентности для анализа закономерностей сверхзвуковых струйных течений.

Для верификации обобщенной математической модели горения водорода расчетные данные сопоставлены с результатами экспериментов [2]. В расчетах, так же как в экспериментах, началу воспламенения соответствует координата $x = 45$. Изменение давления вниз по течению, распределение концентрации молекул водорода, кислорода, водяного пара, а также температуры на выходном сечении канала удовлетворительно согласуются с опытом. При этом давление на выходном сечении ($x = 89$) в эксперименте на 20% превышает значение давления в точке воспламенения.

Обсуждение результатов расчета. Основными режимными параметрами течения являются степень нерасчетности $n = p_1/p_2$, числа Маха струи M_1 и потока M_2 , начальная концентрация водорода в струе $C_{H_2}^0$, температура струи T_1 и потока T_2 , коэффициент избытка воздуха g и отношение ширины потока к высоте выходного сечения струи $d = H/h$.

В результате расчетов получены подробные поля давления, температуры, скорости и концентрации веществ, участвующих в химических реакциях, с привлечением однопараметрической $(k - l_\omega)$ -модели турбулентности.

На рис. 2 представлены результаты расчета горения сверхзвуковой водородной струи в спутном сверхзвуковым потоке воздуха. На рис. 2,а показана структура газодинамического участка, области разрежения и сжатия, взаимодействие волн возмущения с образованием скачков уплотнения, отражение их от осевой и граничной плоскостей течения. В зоне разрежения (на расстоянии $x = 30$) происходит воспламенение водородной струи, что вызывает распространение волн возмущений. Видно, что воспламенение начинается не на кромке сопла, его задержка вызвана условиями турбулентного смешения и кинетикой химических реакций окисления водорода. Повышение давления в зонах горения вызывает рост интенсивности волн возмущений вниз по течению, которое, взаимодействуя с полем давления нерасчетного режима истечения сверхзвуковой струи, образует Y-образную структуру волн возмущений и приводит к перераспределению структуры газодинамического участка (рис. 2,а).

Из расчетов следует, что максимальная концентрация водяного пара достигается на фронте ударной волны, что свидетельствует о существенном влиянии скачков уплотнения на диффузионное горение водорода (рис. 2,б). Скачки уплотнения приводят к увели-

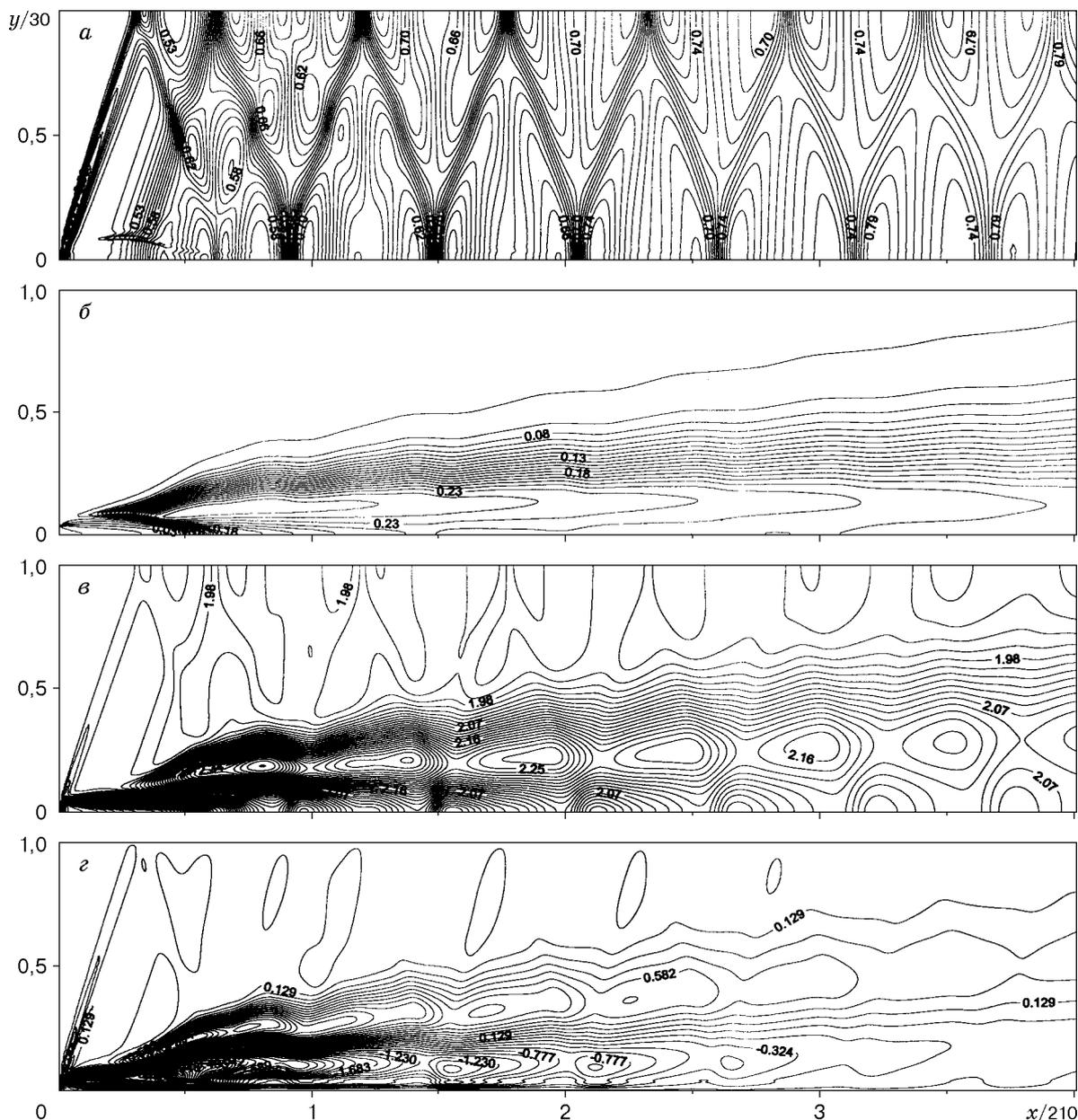


Рис. 2. Изобары (а), изолинии концентрации паров воды (б), изотакхи (в) и изолинии завихренности (г) при сверхзвуковом диффузионном горении системы плоских водородных струй в спутном потоке ($M_1 = 1,15$, $M_2 = 2,63$, $n = 2$, $T_1 = 454$ К, $T_2 = 1270$ К, начальный состав газа: в струе $C_{H_2}^0 = 0,2$, $C_{N_2}^0 = 0,8$, в потоке $C_{O_2}^0 = 0,265$, $C_{N_2}^0 = 0,675$, $C_{H_2O}^0 = 0,06$)

чению интенсивности смешения топлива с окислителем и температуры смеси в местах прохождения ударных волн. Учет пульсаций концентраций реагентов обуславливает конечность толщины зоны реакции. Газодинамические, тепловые и кинетические характеристики таковы, что в рассматриваемом режиме зона реакций замыкается в пределах участка $x = 840$.

На скачках уплотнения происходит резкое изменение температуры. Повышение температуры на ударных волнах способствует протеканию реакций окисления водорода за счет аррениусовской зависимости скорости реакций от температуры. В свою очередь, горение водорода, вызвав интенсивное тепловыделение, приводит к росту температуры и давления в зонах горения.

Изотахи продольной скорости иллюстрируют смешение струи водорода со спутным потоком воздуха (рис. 2, в). Видно, что в зоне интенсивного обмена водородной струи со спутным потоком воздуха происходит воспламенение водородной струи и волновая структура течения оказывает влияние на процесс смешения и горения.

В области смешения струи с потоком возникают периодически расположенные крупномасштабные структуры (рис. 2, в). Появление их обусловлено не только волновой структурой газодинамического участка, но и различием состава газов струи и потока. В случае, когда состав газов струи и потока один и тот же, крупномасштабные ячеистые структуры на изотахах продольной скорости не наблюдаются, хотя плотности газов струи и потока различны из-за сжимаемости и нерасчетности истечения. Как показали расчеты, они появляются при наличии в составе газа струи водорода, что увеличивает различие плотностей газов струи и потока. Воздействие системы косых скачков уплотнения на поле скорости приводит к торможению газового потока за скачком и ускорению перед ним и вызывает перетоки газа в поперечном направлении. В области торможения поперечные токи положительные, а в области ускорения отрицательные. Различие состава смеси струи и потока, увеличивая различие плотностей смешивающихся газов струи и потока, приводит к росту интенсивности конвективных токов в зоне смешения и образованию ячеистых структур в поле продольной компоненты скорости.

Поле завихренности, соответствующее распределению компонент скоростей, приведено на рис. 2, г. В соответствии с расположением крупномасштабных структур в распределениях продольной составляющей скорости видны изменения изолиний вихря скорости.

Увеличение нерасчетности струи при прочих равных условиях вызывает рост интенсивности волн возмущения, уменьшение скорости смешения струи с потоком из-за истечения более плотной смеси, задержку воспламенения. В зоне смешения возникают крупномасштабные структуры.

Увеличение начальной концентрации водорода в струе ($M_1 = 1,15$, $M_2 = 2,63$, $n = 2$, $T_1 = 454$ К, $T_2 = 1270$ К, начальный состав газа: в струе $C_{H_2}^0 = 0,4$, $C_{N_2}^0 = 0,6$, в потоке $C_{O_2}^0 = 0,265$, $C_{N_2}^0 = 0,675$, $C_{H_2O}^0 = 0,06$) вызывает уменьшение интенсивности волн возмущения, длины газодинамического участка и скорости смешения струи с потоком. В то же время увеличивается различие плотностей струи и потока, что приводит к увеличению интенсивности поперечных токов в зоне смешения и размеров крупномасштабных структур на изотахах продольной скорости. Рост интенсивности тепловыделения за счет химических реакций обуславливает увеличение температуры и тем самым различие плотностей в зоне смешения.

При увеличении разности чисел Маха струи и потока ($M_1 = 2$, $M_2 = 6$) размеры макроскопических структур на изотахах продольной скорости уменьшаются. Очевидно, что рост числа Маха потока обуславливает сжатие струи, ограничивает развитие поперечных токов и размеры крупномасштабных структур на изотахах продольной скорости.

Результаты расчетно-теоретических исследований газодинамических закономерностей при сверхзвуковом горении водорода позволяют сделать следующие выводы.

1. Решение системы параболизированных уравнений Навье — Стокса совместно с уравнениями химической кинетики окисления водорода и однопараметрической модели турбулентности методом расщепления векторов потока позволяет получить подробные данные о газодинамической, тепловой и геометрической структуре течения в широком диапазоне параметров нерасчетности, спутности и начальной концентрации водорода.

2. Волны возмущения, инициируемые горением водорода, взаимодействуют с волнами возмущения, вызванными нерасчетностью истечения струи, и образуют новую систему волновых структур на газодинамическом участке при диффузионном сверхзвуковом горении системы плоских водородных струй в спутном потоке.

3. Расчетные данные показывают, что турбулентное смешение водородной струи со спутным потоком происходит в крупномасштабных структурах, что вызывает повышение интенсивности смешения струи с потоком и увеличение полноты сгорания топлива.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Баев В. К., Головичев В. И., Третьяков П. К. и др.** Горение в сверхзвуковом потоке. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1984.
2. **Burrows M. C., Kurkov A. P.** Supersonic combustion of hydrogen in a vitiated air stream using stepped-wall injection. N. Y., 1971. (Paper / AIAA; N 71-721).
3. **Колесников О. М.** Влияние пульсаций концентраций на воспламенение пристенной струи водорода в сверхзвуковом потоке // Физика горения и взрыва. 1985. Т. 21, № 1. С. 53–58.
4. **Колесников О. М.** Влияние нерасчетности на задержку воспламенения пристенной струи водорода в сверхзвуковом потоке // Физика горения и взрыва. 1990. Т. 26, № 5. С. 15–19.
5. **Синха Н., Дэш С. М.** Расчеты сверхзвуковых течений в каналах при наличии горения, выполняемые посредством решения параболизированных уравнений Навье — Стокса // Аэрокосм. техника. 1988. № 7. С. 48–60.
6. **Забайкин В. А.** Эффективность горения водорода в высокотемпературном сверхзвуковом потоке воздуха при различных способах инжекции // Физика горения и взрыва. 1999. Т. 35, № 2. С. 53–58.
7. **Мещеряков Е. А., Сабельников В. А.** Роль смешения и кинетики в уменьшении тепловыделения при сверхзвуковом горении неперемешанных газов в расширяющихся каналах // Физика горения и взрыва. 1988. Т. 24, № 5. С. 23–33.
8. **Eklund D. R., Stouffer S. D., Northam G. B.** Study of a supersonic combustor employing swept ramp fuel injectors // J. Propulsion Power. 1997. V. 13, N 6. P. 697–704.
9. **Гобел С. Г., Даттон Дж. К.** Экспериментальное исследование турбулентных слоев смешения в сжимаемом газе // Аэрокосм. техника. 1991. № 2. С. 48–59.
10. **Ершин Ш. А., Жапбасбаев У. К.** Исследование диссипативных структур в газодинамическом участке сверхзвуковых струйных течений // Докл. М-ва науки — АН Респ. Казахстан. 1997. № 4. С. 13–20.
11. **Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т.** Свойства газов и жидкостей: Справ. пособие / Под ред. Б. И. Соколова. Л.: Химия, 1982.
12. **Кузнецов В. Р., Лебедев А. Б., Секундов А. Н., Смирнова И. П.** Анализ возможностей применения различных моделей турбулентности для описания диффузионного горения в струях и каналах // Химическая физика процессов горения и взрыва. Горения газов и натуральных топлив. Черноголовка: Отд-ние Ин-та хим. физики АН СССР. 1980. С. 29–32.
13. **Spiegler E., Wolfsntein M., Manheimer-Timnat Y.** A model of unmixedness for turbulent reacting flows // Acta Astronaut. 1976. V. 3, N 3/4. P. 265–280.
14. **Steger J. L., Warming R. F.** Flux vector splitting of the inviscid gas dynamics equations with application to finite difference methods // J. Comput. Phys. 1981. V. 40. P. 263–293.
15. **Anderson D. A., Tannehil J. C., Pletcher R. H.** Computational fluid mechanics and heat transfer. N. Y.: McGraw-Hill, 1984.

*Поступила в редакцию 22/VII 1999 г.,
в окончательном варианте — 11/I 2000 г.*