

УДК 536.244

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ РАДИАЦИОННО-КОНДУКТИВНЫЙ НАГРЕВ ОРГАНИЧЕСКОГО СТЕКЛА

А. Л. Бурка, П. М. Лиханский

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск

Представлены результаты численного решения краевой задачи о радиационно-кондуктивном теплообмене в слое органического стекла. Рассчитаны температурные поля при остеклении кабины самолета.

В настоящее время проблеме совместного переноса тепла теплопроводностью и излучением в полупрозрачных материалах уделяется большое внимание. Это связано с необходимостью решения ряда технических задач, в частности с исследованием температурных полей при нагреве и охлаждении стекол. В данной работе представлены результаты численного исследования радиационно-кондуктивного теплообмена в селективно-поглощающей и излучающей среде.

Ниже рассматриваются постановка и метод решения задачи о нестационарном радиационно-кондуктивном теплообмене (РКТ) в плоском слое органического стекла марки СО-120, которое используется для остекления кабин самолетов, в предположении постоянства теплофизических свойств. Спектральный коэффициент объемного поглощения при температуре $T = 300$ К рассчитывался по экспериментально измеренному спектру пропускания оргстекла [1].

Перенос тепла теплопроводностью и излучением описывается уравнением энергии с граничными и начальными условиями

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \Lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\partial E}{\partial x}, \quad 0 < x < L, \quad t > 0; \quad (1)$$

$$\Lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_1(T - T_1) - \int_{\Omega_1} \varepsilon_{1\nu} [Q_{1\nu}(T_1^*) - E_{1\nu}(T)] d\nu, \quad x = 0; \quad (2)$$

$$\Lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_2(T_2 - T) + \int_{\Omega_2} \varepsilon_{2\nu} [Q_{2\nu}(T_2^*) - E_{2\nu}(T)] d\nu, \quad x = L; \quad (3)$$

$$T(x, 0) = T_0(x), \quad (4)$$

а также уравнениями переноса энергии излучения с граничными условиями

$$\mu \frac{dI_\nu^+}{dx} + \varepsilon_\nu I_\nu^+ = \varepsilon_\nu I_{p\nu}(T), \quad \mu \frac{dI_\nu^-}{dx} - \varepsilon_\nu I_\nu^- = -\varepsilon_\nu I_{p\nu}(T), \quad 0 < x < L; \quad (5)$$

$$I_\nu^+(0, \mu) = (1 - R_{1\nu}) I_{p\nu}(T) + R_{1\nu} I_\nu^-(0, \mu), \quad (6)$$

$$I_\nu^-(L, \mu) = (1 - R_{2\nu}) I_{p\nu}(T) + R_{2\nu} I_\nu^+(L, \mu), \quad 0 \leq \mu \leq 1.$$

Здесь $I_{p\nu}(T) = \frac{2\pi n^2 h \nu^3}{c_0^2 [\exp(h\nu/(kT)) - 1]}$; $E_{i\nu} = I_{p\nu}(T_i)$; $\mu = |\cos \varphi|$; φ — угол между лучом и положительным направлением оси x ; ε_ν — объемный коэффициент поглощения материала

для частоты ν ; n — показатель преломления; c_p — удельная теплоемкость; ρ — плотность среды; Λ — коэффициент теплопроводности; L — толщина слоя; T_i, T_i^* — температуры внешней среды и внешних излучателей; I_ν^\pm — спектральные интенсивности излучения в положительном и отрицательном направлениях оси x ; $I_{p\nu}$ — функция Планка; $Q_{i\nu}, E_{i\nu}, \varepsilon_{i\nu}, R_{i\nu}, \Omega_i$ — плотности падающих потоков и собственного излучения, степени черноты, коэффициенты отражения, спектральные области непрозрачности граничных поверхностей соответственно; α_i — коэффициенты конвективной теплоотдачи пластины на границах; $i = 1, 2$.

С использованием функции Грина

$$G(\xi, z) = \begin{cases} (\operatorname{ch} z + \beta_1 \operatorname{sh} z)[\operatorname{ch}(1 - \xi) + \beta_2 \operatorname{sh}(1 - \xi)]/\Delta, & z \leq \xi, \\ (\operatorname{ch} \xi + \beta_1 \operatorname{sh} \xi)[\operatorname{ch}(1 - z) + \beta_2 \operatorname{sh}(1 - z)]/\Delta, & z \geq \xi, \end{cases}$$

являющейся решением однородной краевой задачи [2]

$$\frac{\partial^2 G}{\partial z^2} - G = 0; \quad \frac{\partial G}{\partial z} - \beta_1 G = 0, \quad z = 0; \quad \frac{\partial G}{\partial z} + \beta_2 G = 0, \quad z = 1,$$

начально-краевая задача (1)–(4) сводится к нелинейному интегральному уравнению относительно искомой безразмерной температуры, которое имеет вид

$$\theta(\xi, t) = q_1 G(\xi, 0) - q_2 G(\xi, 1) + \int_0^1 F(\theta) G(\xi, z) dz, \quad (7)$$

где

$$q_i = (-1)^i \left\{ \beta_i \theta_i + \omega \int_{\Omega_i} \varepsilon_{i\nu} [Q_{i\nu}(\theta_i^*) - E_{i\nu}(\theta)] d\nu \right\}; \quad F(\theta) = \omega \frac{\partial E}{\partial \xi} + R \frac{\partial \theta}{\partial t} - \theta(\xi, t);$$

$$\theta(\xi, t) = T(\xi, t)/T_*; \quad \theta_i^* = T_i^*/T_*; \quad G(\xi, 0) = [\operatorname{ch}(1 - \xi) + \beta_2 \operatorname{sh}(1 - \xi)]/\Delta;$$

$$G(\xi, 1) = [\operatorname{ch} \xi + \beta_1 \operatorname{sh} \xi]/\Delta; \quad \xi = x/L; \quad \theta_i = T_i/T_*; \quad \beta_i = \alpha_i L/\Lambda;$$

$$\omega = L/(\Lambda T_*); \quad R = L^2 \rho c_p / \Lambda; \quad \Delta = -(\beta_1 + \beta_2) \operatorname{ch} 1 + (1 + \beta_1 \beta_2) \operatorname{sh} 1; \quad i = 1, 2;$$

T_* — характерная температура.

Интенсивности излучения, которые определяются из решения краевой задачи (5), (6) для уравнения переноса излучения, имеют вид

$$I_\nu^+(\xi, \mu) = \left[I_\nu^+(0, \mu) + \frac{\tau_\nu}{\mu} \int_0^\xi I_{p\nu}(y) \exp\left(\frac{\tau_\nu}{\mu} y\right) dy \right] \exp\left(-\frac{\tau_\nu}{\mu} \xi\right), \quad (8)$$

$$I_\nu^-(\xi, \mu) = \left[I_\nu^-(1, \mu) + \frac{\tau_\nu}{\mu} \int_\xi^1 I_{p\nu}(y) \exp\left(\frac{\tau_\nu}{\mu} (1 - y)\right) dy \right] \exp\left(-\frac{\tau_\nu}{\mu} (1 - \xi)\right).$$

С использованием соотношений (6), (8) из решения системы алгебраических уравнений определяются граничные значения интенсивностей $I_\nu^+(0, \mu), I_\nu^-(1, \mu)$:

$$I_\nu^+(0, \mu) = \left\{ \varepsilon_1 I_{p\nu}(0) + R_{1\nu} \varepsilon_2 I_{p\nu}(1) \exp\left(-\frac{\tau_\nu}{\mu}\right) + \frac{\tau_\nu}{\mu} \int_0^1 I_{p\nu}(z) \left[R_{1\nu} \exp\left(-\frac{\tau_\nu}{\mu} z\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + R_{1\nu} R_{2\nu} \exp\left(-\frac{\tau_\nu}{\mu} (2 - z)\right) \right] dz \right\} / D,$$

$$I_{\nu}^{-}(1, \mu) = \left\{ \varepsilon_2 I_{p\nu}(1) + R_{2\nu} \varepsilon_1 I_{p\nu}(0) \exp\left(-\frac{\tau_{\nu}}{\mu}\right) + \frac{\tau_{\nu}}{\mu} \int_0^1 I_{p\nu}(z) \left[R_{2\nu} \exp\left(-\frac{\tau_{\nu}}{\mu}(1-z)\right) + R_{1\nu} R_{2\nu} \exp\left(-\frac{\tau_{\nu}}{\mu}(1+z)\right) \right] dz \right\} / D,$$

где $\varepsilon_1 = 1 - R_{1\nu}$; $\varepsilon_2 = 1 - R_{2\nu}$; $D = 1 - R_{1\nu} R_{2\nu} \exp(2\tau_{\nu}/\mu)$.

В [3] показано, что $\frac{\partial E}{\partial \xi} = \int_0^{\infty} \tau_{\nu} [4I_{p\nu}(\xi) - G_{\nu}(\xi)] d\nu$, где $\tau_{\nu} = \varkappa_{\nu} L$,

$$G_{\nu}(\xi) = 2 \int_0^1 \left[I_{\nu}^{+}(0, \mu) \exp\left(-\frac{\tau_{\nu}}{\mu} \xi\right) + I_{\nu}^{-}(1, \mu) \exp\left(-\frac{\tau_{\nu}}{\mu} (1 - \xi)\right) + \frac{\tau_{\nu}}{\mu} \int_0^1 I_{p\nu}(y) \exp\left(-\frac{\tau_{\nu}}{\mu} |\xi - y|\right) dy \right] d\mu.$$

Таким образом, задача о РКТ (1)–(6) в плоском слое селективно-поглощающей и излучающей среды сводится к решению итерационным методом [4] нелинейного интегрального уравнения (7) относительно искомой безразмерной температуры $\theta(\xi, t)$.

Интегралы в (7), (8) вычислялись по квадратурным формулам Гаусса с 20 узлами, производная $\partial\theta/\partial t$ аппроксимировалась конечно-разностным отношением. Для каждого момента времени рассчитывался профиль температуры.

Численные расчеты, в которых учитывался селективный характер излучения, проводились для органического стекла марки СО-120 при следующих теплофизических и оптических характеристиках: $T_0 = 293$ К, $\Lambda = 0,183$ Вт/(м · К), $c_p = 1,73 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К), $\rho = 1,1 \cdot 10^3$ кг/м³, $T_* = 410$ К, $n = 1,5$. Используются параметры типового полета сверхзвукового транспортного самолета, скорость которого в крейсерском режиме соответствует числу Маха $M = 2,2$ [5].

По формулам, приведенным в работе [6], рассчитаны коэффициент теплоотдачи α_e и температура восстановления T_e пограничного слоя для точки, расположенной на расстоянии 1 м от носка самолета. При этом использованы зависимости скорости и высоты полета от времени [5], все необходимые параметры приняты такими же, как и для “стандартной атмосферы”. Зависимости $\alpha_e(t)$, $T_e(t)$, которые использовались в расчетах конвективного потока тепла на внешней поверхности остекления кабины самолета, приведены на рис. 1.

Влияние излучения пограничного слоя на внешнюю поверхность остекления не учитывалось, температура и коэффициент теплоотдачи внутри кабины были приняты равными $T_B = 293$ К, $\alpha_B = 5$ Вт/(м² · К) соответственно. Внутри слоя оргстекла учитывалось переизлучение, а на его поверхностях — собственное излучение и конвективные потоки тепла. При этом граничные условия (2), (3) принимают вид

$$\Lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_e(t)(T - T_e(t)) + \int_{\Omega_1} \varepsilon_{1\nu} E_{1\nu}(T) d\nu, \quad x = 0,$$

$$\Lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_B(T_B - T) - \int_{\Omega_2} \varepsilon_{2\nu} E_{2\nu}(T) d\nu, \quad x = L.$$

На рис. 2–8 представлены результаты расчетов процесса нагрева слоя органического стекла при следующих оптических характеристиках: $\varepsilon_{1\nu} = 1$, $\varepsilon_{2\nu} = 0$, $R_{1\nu} = 0$, $R_{2\nu} = 1$.

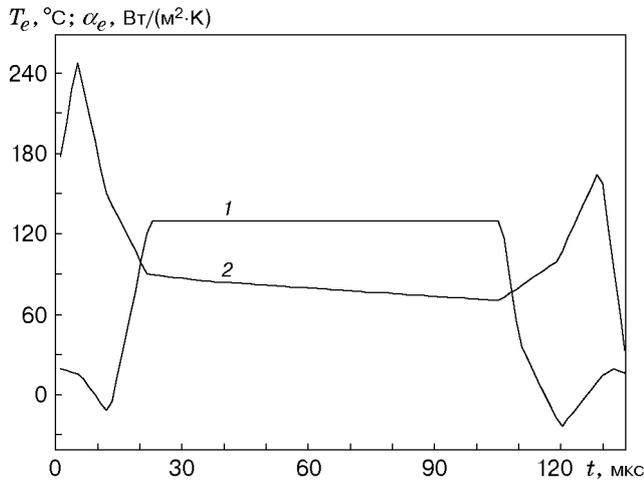


Рис. 1

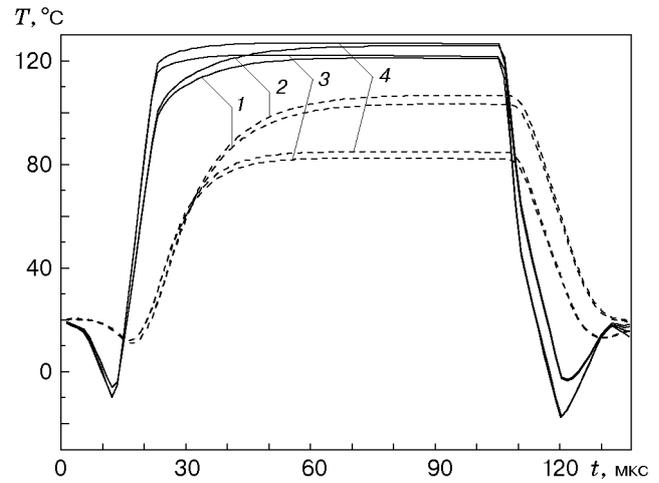


Рис. 2

Рис. 1. Зависимости температуры восстановления (1) и коэффициента теплоотдачи (2) на внешней поверхности остекления кабины от времени

Рис. 2. Зависимость температуры от времени на внешней (сплошные линии) и внутренней (штриховые линии) поверхностях остекления кабины с учетом (кривые 1, 3) и без учета (кривые 2, 4) внутреннего переизлучения в слое оргстекла:

1, 2 — $h = 0,01$ м; 3, 4 — $h = 0,03$ м

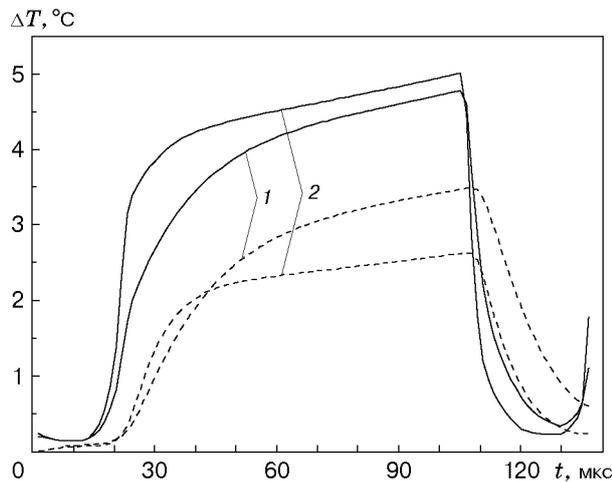


Рис. 3

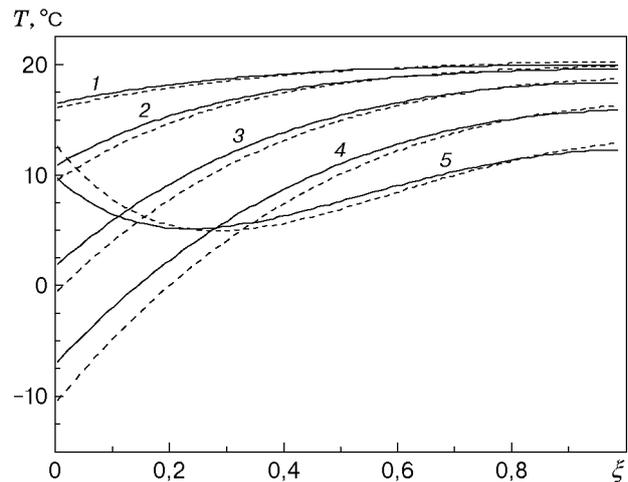


Рис. 4

Рис. 3. Зависимость разности температур (с учетом и без учета внутреннего переизлучения в слое оргстекла) от времени на внешней (сплошные линии) и внутренней (штриховые линии) поверхностях остекления кабины:

1 — $h = 0,01$ м, 2 — $h = 0,03$ м

Рис. 4. Распределение температуры без учета внутреннего переизлучения в слое оргстекла в режиме взлета самолета:

сплошные линии — $h = 0,01$ м, штриховые — $h = 0,03$ м; 1 — $t = 5$ мин, 2 — $t = 7,5$ мин, 3 — $t = 10$ мин, 4 — $t = 12,5$ мин, 5 — $t = 15$ мин

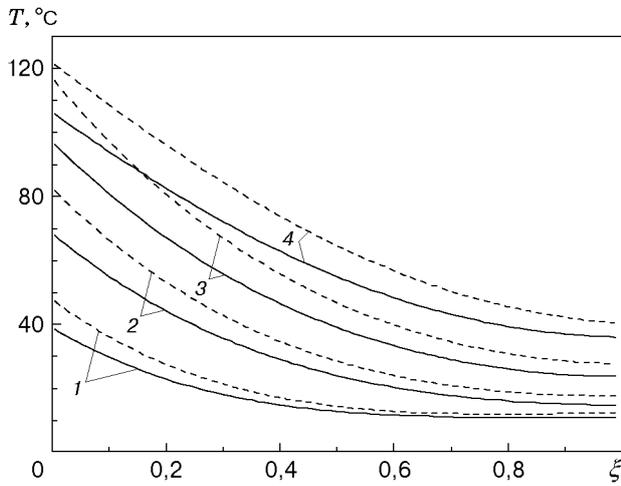


Рис. 5

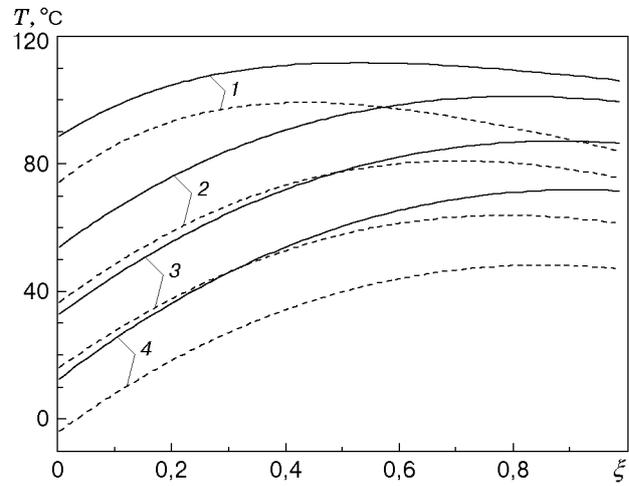


Рис. 6

Рис. 5. Распределение температуры без учета внутреннего переизлучения в слое оргстекла в крейсерском режиме полета самолета:

сплошные линии — $h = 0,01$ м, штриховые — $h = 0,03$ м; 1 — $t = 17,5$ мин, 2 — $t = 20$ мин, 3 — $t = 22,5$ мин, 4 — $t = 25$ мин

Рис. 6. Распределение температуры без учета внутреннего переизлучения в слое оргстекла в режиме посадки самолета:

сплошные линии — $h = 0,01$ м, штриховые — $h = 0,03$ м; 1 — $t = 109$ мин, 2 — $t = 112$ мин, 3 — $t = 115$ мин, 4 — $t = 118$ мин

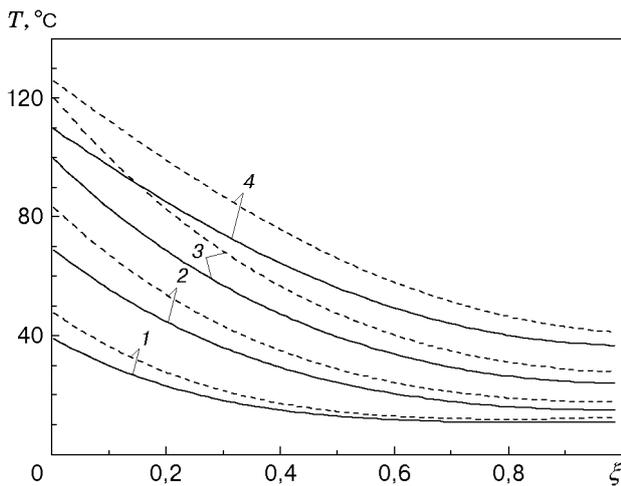


Рис. 7

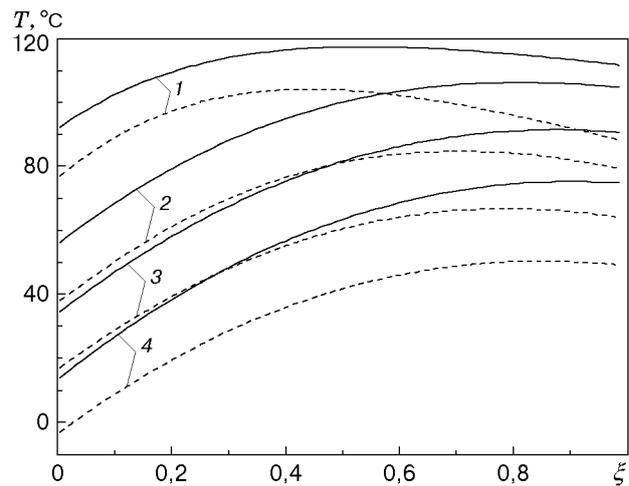


Рис. 8

Рис. 7. Распределение температуры с учетом внутреннего переизлучения в слое оргстекла в крейсерском режиме полета самолета (обозначения те же, что на рис. 5)

Рис. 8. Распределение температуры с учетом внутреннего переизлучения в слое оргстекла в режиме посадки самолета (обозначения те же, что на рис. 6)

На рис. 2 представлена зависимость температуры от времени на внешней и внутренней поверхностях остекления кабины самолета для двух толщин с учетом внутреннего переизлучения в слое органического стекла при $\varepsilon_{1\nu} = 1$ (кривые 1, 3) и без учета при $\varepsilon_{1\nu} = 0$ (кривые 2, 4). Из рис. 2 следует, что учет внутреннего переизлучения в слое приводит к понижению температуры как на внутренней, так и на внешней поверхностях остекления, что объясняется влиянием собственного излучения поверхности слоя. Следует отметить, что на внешней поверхности остекления температуры для обеих толщин слоя различаются незначительно. На внутренней поверхности наблюдается существенное различие температур для $h = 0,01$ м и $h = 0,03$ м.

На рис. 3 показана зависимость разности температур $\Delta T = T_1 - T_2$ от времени (T_1 — температура без учета переноса излучения в слое органического стекла, T_2 — с учетом переноса излучения).

На рис. 4–6 представлены результаты расчетов распределений температуры без учета переизлучения в слое органического стекла в различные моменты времени (от режима взлета до режима посадки самолета). Из рис. 4 следует, что на интервале времени 5–15 мин температура в слое органического стекла понижается. На интервале 17,5–25 мин (начало крейсерского режима) температура в слое повышается (рис. 5). На рис. 6 показано распределение температуры в режиме посадки самолета. Как и на рис. 4, наблюдается понижение температуры со временем. Такие особенности температурного режима в слое объясняются поведением зависимостей $T_e(t)$ и $\alpha_e(t)$ (см. рис. 1).

На рис. 7, 8 показаны профили температуры с учетом собственного излучения в слое оргстекла во взлетном, посадочном и крейсерском режимах. При этом наблюдаются те же закономерности в изменении температурного поля, что и без учета собственного излучения (см. рис. 5, 6).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бурка А. Л., Рубцов Н. А., Ступин В. П. Теоретическое и экспериментальное исследование режимов нагрева органического стекла // *Материалы VI Всесоюз. конф. по тепло-массообмену "Тепломассообмен-VI"*. Минск: Ин-т тепло- и массообмена, 1980. Т. 2. С. 132–137.
2. Соболев С. Л. *Уравнения математической физики*. М.: Наука, 1966.
3. Оцисик М. Н. *Сложный теплообмен*. М.: Мир, 1976.
4. Канторович Л. В. О методе Ньютона // *Тр. / АН СССР. Мат. ин-т*. 1949. Т. 28. С. 135–139.
5. Tauton M. A. Engineering problems associated with supersonic transport aircraft // *Aircraft Engng*. 1963. V. 35, N 11. P. 326–336.
6. Авдудевский В. С., Галицейский Б. М., Глебов Г. А. и др. *Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике*. М.: Машиностроение, 1975.

Поступила в редакцию 29/XI 2000 г.