

**ДВИЖЕНИЕ СТЕНКИ ТРУБЫ  
ПРИ ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ВЗРЫВНОМ НАГРУЖЕНИИ**

Ю. В. Гаек, Н. Е. Никитченко, А. Н. Свириденко, Н. П. Юрченко  
(Днепропетровск)

Исследование осесимметричных движений стенки трубы при взрывном нагружении предпринято в связи с широким развитием работ по применению сварки взрывом в производстве биметаллических трубных заготовок. На рис. 1 даны принципиальные схемы сварки взрывом трубных заготовок. Между зарядом взрывчатого вещества и поверхностью μεταаемой стенки трубы располагается слой инертной среды, толщиной и плотностью которого можно регулировать скорость движения стенки трубы.

Исследование процесса деформирования трубы выполнено при следующих предположениях.

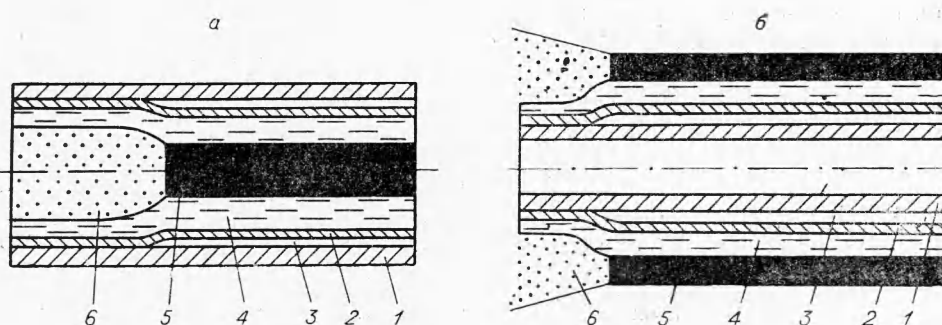


Рис. 1. Схема сварки взрывом труб путем раздачи внутренней (а) и обжатия наружной (б) трубы.  
1 — неподвижная труба; 2 — труба, подвергающаяся действию взрыва; 3 — воздушный зазор; 4 — слой инертной среды; 5 — заряд ВВ; 6 — продукты взрыва.

1. Рассматривается гидродинамическое приближение процесса. Физически это означает, что не учитывается влияние прочностных сил. Такое допущение оправдано для описания первой фазы движения стенки трубы, когда давление продуктов взрыва значительно превосходит прочность материала трубы, особенно, если речь идет об алюминии, меди, мягких сталях. При сварке взрывом труб имеет место именно эта — первая фаза движения.

2. Считается также, что материалы трубы и инертной среды несжимаемые: допущение вполне оправданное при давлениях продуктов взрыва порядка десятков тысяч атмосфер.

3. Рассматривается случай радиального расширения продуктов взрыва (ПВ). В действительности имеет место двухмерный разлет

продуктов взрыва, однако для практических оценок вполне достаточно учитывать только радиальное движение продуктов взрыва, так как инициирование заряда производится таким образом, чтобы свести к минимуму возможность осевого разлета.

4. Предполагается, что в начальной фазе расширения продуктов взрыва соблюдается уравнение состояния ПВ, полученное Ландау и Станюковичем [1]:

$$p = k \rho^n, \tag{1}$$

где  $p$ ,  $\rho$  — давление и плотность в ПВ, а показатель  $n$  для начальной фазы расширения продуктов взрыва конденсированного ВВ принимается равным 3 [2, 3].

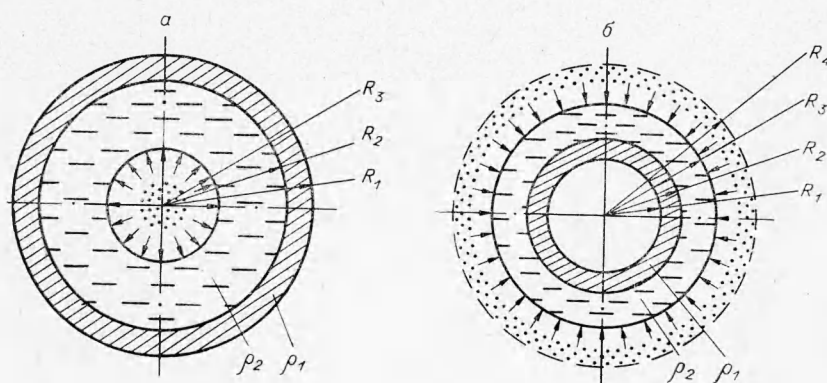


Рис. 2. Расчетная схема для случая раздачи (а) и обжатия (б) трубы взрывом.

Согласно схемам, приведенным на рис. 1, рассмотрим два варианта нагружения: давление продуктов взрыва приложено через слой инертной среды к внутренней и внешней поверхностям трубы (рис. 2). В обоих случаях свободные поверхности трубы граничат с вакуумом.

Схема, представленная на рис. 2, б, в несколько отличной постановке рассматривалась ранее в работе [4].

Введем следующие обозначения:

- $R_{10}$  и  $R_1(t)$  — начальный и текущий радиусы свободной поверхности трубы;
- $R_{20}$  и  $R_2(t)$  — начальный и текущий радиусы поверхности трубы, находящейся под действием ПВ;
- $R_{30}$  и  $R_3(t)$  — начальный и текущий радиусы границы ПВ и слоя инертной среды;
- $R_{40}$  — радиус внешней границы кольцевого слоя ВВ для схемы обжатия трубы;
- $\rho_0$ ,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  — плотности соответственно ВВ, материала трубы и материала инертной среды;
- $r_0$  и  $r(r_0, t)$  — начальная и текущая лагранжевы координаты произвольной точки плоского сечения трубы или слоя инертной среды;
- $t$  — время.

Запишем уравнения движения и неразрывности для точек трубы и слоя инертной среды (координаты Лагранжа).

Для стенки трубы

$$r_0 \in [R_{10}, R_{20}] \quad \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial r_0} = -\frac{1}{\rho_1} \cdot \frac{\partial p_1}{\partial r_0}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial r}{\partial r_0} = \frac{r_0}{r}; \quad (3)$$

для слоя инертной среды

$$r_0 \in [R_{20}, R_{30}] \quad \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial r_0} = -\frac{1}{\rho_2} \cdot \frac{\partial p_2}{\partial r_0}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial r}{\partial r_0} = \frac{r_0}{r}, \quad (3')$$

где  $p_1(r_0, t)$  и  $p_2(r_0, t)$  — давление в различных точках стенки трубы и слоя инертной среды.

Из уравнений неразрывности (3) и (3') следует:

$$r = \sqrt{r_0^2 + f_1(t)}, \quad r_0 \in [R_{10}, R_{20}], \quad (5)$$

$$r = \sqrt{r_0^2 + f_2(t)}, \quad r_0 \in [R_{20}, R_{30}], \quad (5')$$

поскольку при  $r_0 = R_{20}$  выражения (5), (5') должны тождественно совпадать, в силу неразрывности движения имеем

$$f_1(t) = f_2(t). \quad (6)$$

Обозначим  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$  через  $c(t)$  и запишем согласно (6) общее выражение для (5) и (5'):

$$r = \sqrt{r_0^2 + c(t)}, \quad r_0 \in [R_{10}, R_{30}]. \quad (7)$$

Задача, таким образом, сводится к совместному решению системы уравнений (2), (4) и (7) при следующих начальных и граничных условиях:

$$\text{при } t=0 \quad r(r_0, 0) = r_0, \quad \left. \frac{\partial r(r_0, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \quad (8)$$

$$\text{при } r_0 = R_{30} \quad p_2 = p_2(R_{30}, t), \quad (9)$$

$$\text{при } r_0 = R_{10} \quad p_1 = p_1(R_{10}, t) \equiv 0, \quad (10)$$

$$\text{при } r_0 = R_{20} \quad p_1(R_{20}, t) = p_2(R_{20}, t). \quad (11)$$

Подставляя в (2) и (4) выражение (7), получим

$$\frac{2r_0 (r_0^2 + c) \frac{d^2 c}{dt^2} - r_0 \left( \frac{dc}{dt} \right)^2}{4 (r_0^2 + c)^2} = -\frac{1}{\rho_1} \cdot \frac{\partial p_1}{\partial r_0}, \quad (12)$$

$$\frac{2r_0 (r_0^2 + c) \frac{d^2 c}{dt^2} - r_0 \left( \frac{dc}{dt} \right)^2}{4 (r_0^2 + c)^2} = -\frac{1}{\rho_2} \cdot \frac{\partial p_2}{\partial r_0}. \quad (13)$$

Интегрируя (12) и (13) по  $r_0$  с учетом (9) и (10), получим

$$p_1 = -\varphi_1 \left[ \frac{1}{4} \cdot \frac{d^2 c}{dt^2} \ln \frac{r_0^2 + c}{R_{10}^2 + c} + \frac{\left(\frac{dc}{dt}\right)^2}{8(r_0^2 + c)} - \frac{\left(\frac{dc}{dt}\right)^2}{8(R_{10}^2 + c)} \right], \quad (14)$$

$$p_2 = p_2(R_{30}, t) + \varphi_2 \times \left[ \frac{1}{4} \cdot \frac{d^2 c}{dt^2} \ln \frac{R_{30}^2 + c}{r_0^2 + c} + \frac{\left(\frac{dc}{dt}\right)^2}{8(R_{30}^2 + c)} - \frac{\left(\frac{dc}{dt}\right)^2}{8(r_0^2 + c)} \right]. \quad (15)$$

Учитывая условие (11), из (14) и (15) получим

$$p_2(R_{30}, t) + \varphi_2 \left[ \frac{1}{4} \cdot \frac{d^2 c}{dt^2} \ln \frac{R_{30}^2 + c}{R_{20}^2 + c} + \frac{\left(\frac{dc}{dt}\right)^2}{8(R_{30}^2 + c)} - \frac{\left(\frac{dc}{dt}\right)^2}{8(R_{20}^2 + c)} \right] + \varphi_1 \left[ \frac{1}{4} \cdot \frac{d^2 c}{dt^2} \ln \frac{R_{20}^2 + c}{R_{10}^2 + c} + \frac{\left(\frac{dc}{dt}\right)^2}{8(R_{20}^2 + c)} - \frac{\left(\frac{dc}{dt}\right)^2}{8(R_{10}^2 + c)} \right] = 0. \quad (16)$$

Сделаем несколько замечаний относительно вида функции  $p_2(R_{30}, t)$ . Эта функция для различных схем взрывного нагружения, определяется характером расширения продуктов взрыва.

В общем виде положим, что

$$p_2(R_{30}, t) = p_{дет} \cdot f(t), \quad (17)$$

где  $p_{дет}$  — давление на фронте детонационной волны ( $p_{дет} = \frac{\rho_0 D^2}{4}$ ), а  $f(t)$  — некоторая безразмерная функция, описывающая падение давления в продуктах взрыва при расширении.

Приведем несколько выражений  $p_2(R_{30}, t)$ , соответствующих практическим схемам сварки трубных заготовок.

Так, для осесимметричного расширения продуктов мгновенной детонации по схеме, приведенной на рис. 2, а, имеем [3]:

$$p_2(R_{30}, t) = \frac{1}{2} p_{дет} \left( \frac{R_{30}^2}{R_{30}^2 + c(t)} \right)^3. \quad (18)$$

Это выражение вытекает из уравнения состояния продуктов взрыва (1). Коэффициент  $1/2$  учитывает падение давления в продуктах взрыва непосредственно за фронтом детонационной волны.

При сварке труб большого диаметра по схеме, приведенной на рис. 2, а, целесообразно внутрь заряда помещать цилиндрический вкладыш таким образом, чтобы оставить кольцевой слой заряда. Если обозначить радиус вкладыша через  $R_{40}$ , то функция  $p_2$  запишется в виде

$$p_2 = \frac{1}{2} p_{дет} \left( \frac{R_{30}^2 - R_{40}^2}{R_{30}^2 - R_{40}^2 + c(t)} \right)^3. \quad (19)$$

При расширении продуктов взрыва по схеме, приведенной на рис. 2, б, в практике возможны два случая:

внешняя поверхность заряда ограничена жесткой преградой (специальной оснасткой), тогда

$$p_2 = \frac{1}{2} p_{\text{лет}} \left( \frac{R_{40}^2 - R_{30}^2}{R_{40}^2 - R_{30}^2 - c(t)} \right)^3; \quad (20)$$

внешняя поверхность заряда граничит с вакуумом, в этом случае, как и в работе [4], воспользуемся решением задачи о разлете продуктов взрыва при одномерном метании абсолютно жесткой пластинки, тогда

$$p_2 = \frac{64}{27 D^3} p_{\text{лет}} \left[ \frac{R_{40} - \sqrt{R_{30}^2 + c}}{t} + \frac{d}{at} \sqrt{R_{30}^2 + c(t)} \right]^3, \quad (21)$$

где

$$t \geq \frac{R_{40} - R_{30}}{D}.$$

Перепишем уравнение (16) в безразмерном виде. С этой целью введем следующие безразмерные переменные и параметры:

$$\frac{c}{\delta_1^2} = x; \quad t \frac{D}{\delta_1} = \tau, \quad \text{где } \delta_1 = |R_{10} - R_{20}|,$$

$$\frac{R_{10}}{\delta_1} = \tilde{R}_{10}, \quad \frac{R_{20}}{\delta_1} = \tilde{R}_{20}, \quad \frac{R_{30}}{\delta_1} = \tilde{R}_{30}, \quad \frac{R_{40}}{\delta_1} = \tilde{R}_{40},$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \tilde{\rho}_1, \quad \frac{\rho_0}{\rho_2} = \tilde{\rho}_0.$$

Из этих выражений следует, что

$$\frac{dc}{dt} = \frac{dc}{d\tau} \cdot \frac{D}{\delta_1}; \quad \frac{d^2 c}{dt^2} = \frac{d^2 c}{d\tau^2} \cdot \frac{D^2}{\delta_1^2};$$

$$\frac{dc}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \delta_1^2; \quad \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\tau} \cdot \frac{D}{\delta_1}.$$

После преобразований к безразмерным величинам уравнение (16) с учетом (18) — (21) принимает вид:  
для случая (18)

$$\ddot{x} \ln \frac{[(\tilde{R}_{10} - 1)^2 + x]^{\tilde{\rho}_1 - 1} (\tilde{R}_{30}^2 + x)}{(\tilde{R}_{10}^2 + x)^{\tilde{\rho}_1}} + \frac{\dot{x}^2}{2} \left[ \frac{\tilde{\rho}_1 - 1}{(\tilde{R}_{10} - 1)^2 + x} + \frac{1}{\tilde{R}_{30}^2 + x} - \frac{\tilde{\rho}_1}{\tilde{R}_{10}^2 + x} \right] + \frac{\tilde{\rho}_0 \tilde{R}_{30}^6}{2(\tilde{R}_{30}^2 + x)^3} = 0, \quad (22)$$

где точки над  $x$  означают дифференцирование по времени  $\tau$ ;



для случая (19)

$$\ddot{x} \ln \frac{[(\tilde{R}_{10} - 1)^2 + x]^{\tilde{\rho}_1 - 1} (\tilde{R}_{30}^2 + x)}{(\tilde{R}_{10}^2 + x)^{\tilde{\rho}_1}} +$$

$$+ \frac{\dot{x}^2}{2} \left[ \frac{\tilde{\rho}_1 - 1}{(\tilde{R}_{10} - 1)^2 + x} + \frac{1}{\tilde{R}_{10}^2 + x} - \frac{\tilde{\rho}_1}{\tilde{R}_{10}^2 + x} \right] + \frac{\tilde{\rho}_0}{2} \left( \frac{\tilde{R}_{30}^2 - \tilde{R}_{40}^2}{\tilde{R}_{30}^2 - \tilde{R}_{40}^2 + x} \right)^3 = 0; \quad (23)$$

для случая (20)

$$\ddot{x} \ln \frac{[(\tilde{R}_{10} + 1)^2 + x]^{\tilde{\rho}_1 - 1} (\tilde{R}_{30}^2 + x)}{(\tilde{R}_{10}^2 + x)^{\tilde{\rho}_1}} +$$

$$+ \frac{\dot{x}^2}{2} \left[ \frac{\tilde{\rho}_1 - 1}{(\tilde{R}_{10} + 1)^2 + x} + \frac{1}{\tilde{R}_{30}^2 + x} - \frac{\tilde{\rho}_1}{\tilde{R}_{10}^2 + x} \right] + \frac{\tilde{\rho}_0}{2} \left( \frac{\tilde{R}_{40}^2 - \tilde{R}_{30}^2}{\tilde{R}_{40}^2 - \tilde{R}_{30}^2 - x} \right)^3 = 0; \quad (24)$$

для случая (21)

$$\ddot{x} \ln \frac{[(\tilde{R}_{10} + 1)^2 + x]^{\tilde{\rho}_1 - 1} (\tilde{R}_{30}^2 + x)}{(\tilde{R}_{10}^2 + x)^{\tilde{\rho}_1}} +$$

$$+ \frac{\dot{x}^2}{2} \left[ \frac{\tilde{\rho}_1 - 1}{(\tilde{R}_{10} + 1)^2 + x} + \frac{1}{\tilde{R}_{30}^2 + x} - \frac{\tilde{\rho}_1}{\tilde{R}_{10}^2 + x} \right] +$$

$$+ \frac{128}{27} \frac{\tilde{\rho}_0}{\tau} \left( \frac{\tilde{R}_{40} - \sqrt{\tilde{R}_{30}^2 + x}}{\tau} + \frac{\dot{x}}{2 \sqrt{\tilde{R}_{30}^2 + x}} \right)^3 = 0. \quad (25)$$

Определение интегралов уравнений (22) — (25) решает поставленную в работе задачу.

Как видно, во всех рассмотренных случаях движение стенки трубы описывается нелинейным дифференциальным уравнением:

$$\ddot{x} + \dot{x}^2 f_1(x) + f_2(x, \dot{x}, \tau) = 0.$$

По-видимому, аналитическое интегрирование этого уравнения является задачей трудновыполнимой; с другой стороны, численное интегрирование этого уравнения не представляет никаких трудностей. Поэтому для практически интересных сочетаний параметров соответствующие классы движений легко изучить путем численного интегрирования уравнений (22) — (25).

Выпишем соотношения, описывающие распределение скоростей смещений  $u$  по сечению трубы.

Из (7) имеем

$$u = \frac{\partial r}{\partial t} = \frac{dc}{dt} \frac{1}{2 \sqrt{r_0^2 + c(t)}} \quad (26)$$

или в безразмерной форме

$$\tilde{u} = \frac{\partial \tilde{r}}{\partial \tau} = \frac{x}{2 \sqrt{\tilde{r}_0^2 + x(\tau)}} \quad (27)$$

Между выражениями (26) и (27) существует простая связь:

$$u = \tilde{u} \cdot D, \quad (28)$$

которая позволяет приписать величине  $\tilde{u}$  простой физический смысл — величина  $\tilde{u}$  показывает, какую долю от скорости детонации составляет скорость движения рассматриваемой точки стенки трубы или слоя инертной среды.

Для практического осуществления сварки взрывом трубных заготовок необходимо определять такое сочетание параметров, при котором бы обеспечивалась заданная скорость соударения свободной поверхности метаемой стенки трубы со стенкой неподвижной трубы.

В связи с этим, уравнения (22) — (25) с учетом соотношений (26) и (27) интегрировались в широком диапазоне численных значений параметров с целью получения информации о скорости движения свободной поверхности стенки трубы.

На графиках рис. 3 приведены некоторые характерные зависимости

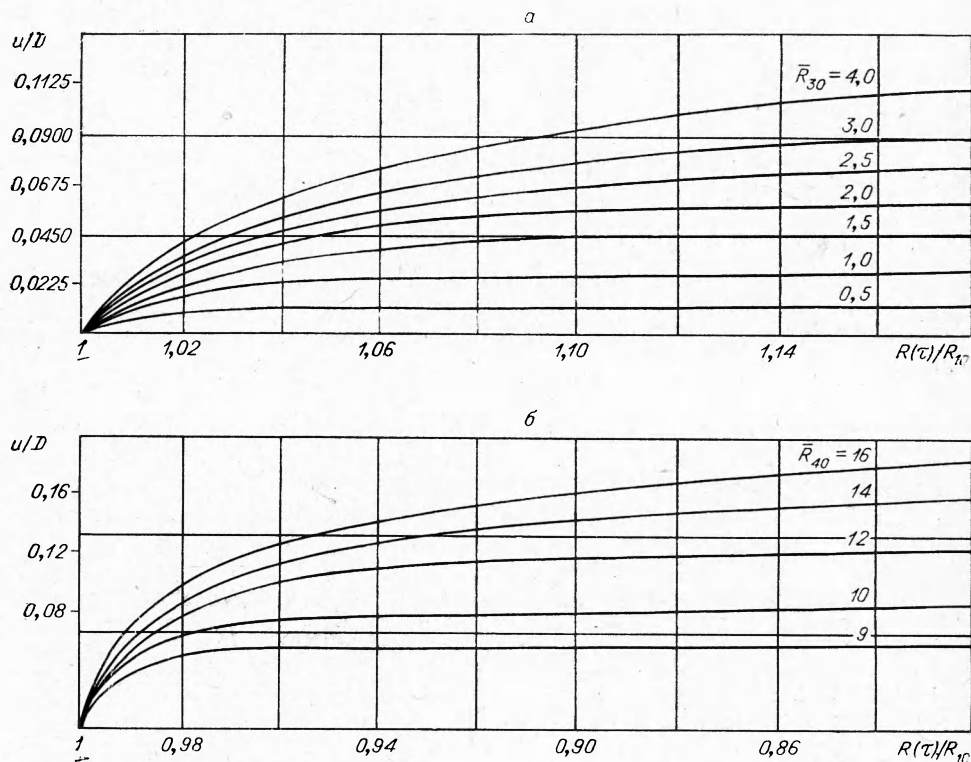


Рис. 3. Характерные зависимости скорости движения свободной поверхности трубы от текущего радиуса при раздаче (а) и обжатии (б) трубы взрывом.

а —  $\bar{R}_{10}=5$ ,  $\bar{R}_{20}=4$ ,  $\rho_1=8,5$  (медь); б —  $\bar{R}_{10}=7$ ,  $\bar{R}_{20}=\bar{R}_{30}=8$ ,  $\rho_1=8,5$  (медь).

скорости движения свободной поверхности трубы от текущего радиуса трубы.

Анализ этих зависимостей позволяет сделать следующие основные выводы:

1. Во всех случаях четко проявляется тенденция к насыщению скорости, т. е. существует участок интенсивного разгона стенки трубы, после которого скорость возрастает незначительно. Естественно, с увеличением заряда участок разгона увеличивается при одновременном увеличении наибольшего значения скорости на этом участке.

2. С увеличением плотности материала трубы крутизна участка разгона уменьшается, что объясняется увеличением инерционного сопротивления среды.

3. Для плавной регулировки скорости соударения свободной поверхности метаемой стенки трубы со стенкой неподвижной трубы целесообразно работать на участке насыщения. В этом случае незначительное изменение начального зазора между соударяющимися поверхностями стенок соответствует незначительному изменению скорости их соударения. Этот факт особенно важен для практических приложений.

4. Одну и ту же скорость соударения можно обеспечить различными по величине зарядами. По-видимому, в практике наиболее целесообразно ориентироваться на минимально возможный заряд.

При сварке взрывом труб происходит постепенное накатывание стенки трубы, подвергающейся раздаче, на другую неподвижную трубу (рис. 1), что обусловлено распространением детонационной волны по заряду ВВ. Опыт показал, что одним из важнейших параметров при сварке взрывом является скорость накатывания — скорость движения точек контакта.

Для описания процесса накатывания допустим, что труба, подвергающаяся взрывному нагружению, состоит из бесчисленного множества бесконечно тонких колец, каждое из которых находится в условиях плоской деформации, согласно одной из изложенных выше расчетных схем.

Введем координатную ось  $z$ , направленную в сторону распространения детонационной волны, начало оси расположим в месте инициирования заряда ВВ.

Закон движения точек контакта представляет собой функцию времени  $z(t)$ , которая задается в неявном виде уравнением

$$R_1 \left( t - \frac{z}{D} \right) = r_c. \quad (29)$$

где  $r_c$  — величина радиуса поверхности соударения стенок труб;  $t$  — время, отсчитываемое от момента инициирования заряда; аргумент  $\left( t - \frac{z}{D} \right)$  означает отрезок времени от момента прихода детонационной волны в сечение с координатой  $z$ . Физически уравнение (29) означает, что свободная поверхность метаемой стенки трубы достигает свободной поверхности неподвижной трубы, имеющей радиус  $r_c$ . Скорость движения точек контакта определяется дифференцированием функции  $z(t)$  из уравнения (29):

$$v_k = \frac{dz}{dt} = D. \quad (30)$$

Этот результат легко осмысливается физически: при выбранной



схеме расчета каждое сечение трубы деформируется по одному и тому же закону во времени, причем скорость вовлечения новых сечений в процесс деформирования равна скорости распространения детонационной волны.

Тангенс угла накатывания стенки трубы определяется выражением:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{d}{dt} (r_c - R_1) \Big|_{t = t_c + z} = \frac{u_c}{D}, \quad (31)$$

где  $R_1$  берется из выражения (29);  $t_c$  — длительность движения стенки трубы до момента соударения;  $u_c$  — скорость соударения.

Таким образом, из выражений (30) и (31) вытекает, что по всей длине трубы должен устанавливаться стационарный режим накатывания. Этот вывод очень важен для практического осуществления сварки взрывом на трубах большой длины.

Поступила в редакцию  
11/IV 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, К. П. Станюкович. Докл. АН СССР, 1945, 46, 9.
2. К. П. Станюкович. Неустановившиеся движения сплошной среды. М., 1965.
3. Ф. А. Баум, К. П. Станюкович, Б. А. Шехтер. Физика взрыва. М., 1959.
4. С. С. Бапанов, А. А. Дерibas, С. А. Кутюлин. Научно-технические проблемы горения и взрыва, 1965, 2.