

пература впрыскиваемой жидкости; p_s — давление насыщения (коэффициент конденсации в (5) принят равным 1).

На основании (3), (5) с увеличением T_0 следует при прочих равных условиях ожидать уменьшения $\text{tg } \theta$, а в результате и степени повышения давления за скачком, что и было отмечено в опытах (см. фиг. 3).

Расчеты проводились для случая, когда $r_0 = 2$ мм и $T_0 = 288$ К. Их результаты представлены на фиг. 2, где построены кривые, соответствующие значениям p_+ при $r = 6,65$ мм (кривая 3) и $r = 3$ мм (кривая 4). Заметим, что кривая 3 соответствует среднему по сечению углу $\langle \theta \rangle$, опре-

деленному как $\text{tg } \langle \theta \rangle = \frac{2}{R^2 - r_0^2} \int_{r_0}^R \text{tg } \theta r dr$. Увеличение p_+ с уменьшением

расходного паросодержания на входе x_0 связано как с ростом I_0 , так и с уменьшением ρ_{-v-} .

Таким образом, конденсация пара на струе жидкости за срезом сопла может в определенных условиях существенно повлиять на процесс истечения.

Поступила 25 V 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Крантов Ф. М., Теплов С. В., Мухин В. А. Экспериментальное исследование двухфазного сопла Лавала с центральным телом. — В сб.: Вопросы газотермодинамики и энергоустановок. Вып. 1. Харьков, изд. ХАИ, 1974.
2. Беспятов М. А., Михайлов В. Я., Фролов С. Д., Худяков В. Ф. Влияние начальной сухости пара на эффективность разгона жидкости в канале заданной геометрии. — В сб.: Вопросы газотермодинамики и энергоустановок. Вып. 1. Харьков, изд. ХАИ, 1974.
3. Гролмс М. А., Петрик М. Экспериментальное исследование работы конденсационного инжектора и анализ КИД при сверхзвуковой скорости пара на входе. — В кн.: Прямое преобразование тепл. энергии в электр. и топл. элементы. Вып. 7, 1969.
4. Terril R. M. Flow through a porous annulus. — Appl. Sci. Res., 1967, vol. 17, p. 204.
5. Нигматулин Р. И. Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной среде при наличии фазовых превращений. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1967, № 5.
6. Кучеров Р. Я., Рикенглаз Л. Э. К вопросу об измерении коэффициента конденсации. — ДАН СССР, 1960, т. 133, № 5.

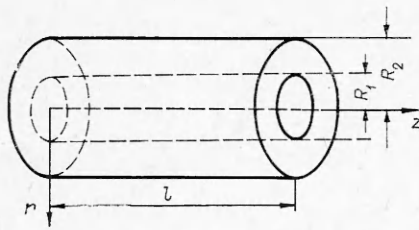
УДК 533.72

К ВОПРОСУ ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ЛЕТУЧИХ БИНАРНЫХ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ В ПЛОСКИХ И КОАКСИАЛЬНЫХ КАНАЛАХ

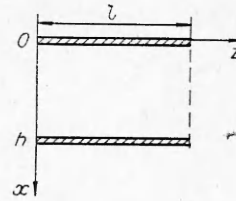
М. Ф. Баринаева, Ю. К. Островский, Е. Р. Щукин,
Ю. И. Яламов

(Москва)

При прохождении ламинарного потока бинарной газовой смеси через плоский (фиг. 1) или коаксиальный (фиг. 2) каналы, в которых происходит переко́нденсация вещества летучего компонента бинарной газовой смеси, устанавливающиеся при этом в канале распределения массовой скорости и давления будут отличаться от распределений скорости и давле-



Ф и г. 1



Ф и г. 2

ния в потоке газа, не возмущенном переконденсацией вещества. Теоретическое исследование течений, осложненных переконденсацией вещества, представляет интерес в практических приложениях при расчетах теплообменников, конденсаторов и т. д. [4]. В связи с этим данная работа посвящена изучению устанавливающихся в плоском и коаксиальном каналах ламинарных изотермических течений бинарной газовой смеси с учетом переконденсации молекул одного из компонентов газовой смеси.

Аналитическое исследование течений в канале между коаксиальными цилиндрическими поверхностями и между двумя параллельными пластинами проводится аналогично, поэтому более подробно остановимся на анализе течения в коаксиальном канале.

На одной из поверхностей, образующих канал, происходит поглощение молекул вещества первого компонента газовой смеси, а на другой — выделение (например, конденсация и испарение). Будем считать, что относительные концентрации c_1 первого компонента у поверхности внутреннего цилиндра c_{11} и у поверхности внешнего цилиндра c_{12} поддерживаются постоянными

$$c_1|_{\tau=R_1/R_2} = c_{11} = \text{const}, \quad c_1|_{\tau=1} = c_{12} = \text{const},$$

где $c_1 = n_1/n$; n — концентрация молекул газа ($n = n_1 + n_2$); n_1 и n_2 — соответственно концентрации молекул первого и второго компонентов бинарной газовой смеси; R_1 и R_2 — радиусы цилиндров, образующих канал ($R_2 > R_1$); $\tau = r/R_2$; r — поперечная координата.

Поглощение и выделение молекул второго компонента на границах канала не происходит. При установившемся течении бинарной газовой смеси в канале распределения относительной концентрации c_1 и массовой скорости $\mathbf{v}$ зависят только от r и характеризуются [2, 3] системой уравнений

$$(1) \quad \frac{d}{dr}(r\rho v_r) = 0;$$

$$(2) \quad \rho v_r \frac{dv_r}{dr} = -\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{2}{3} \frac{d}{dr} \left[\frac{\mu}{r} \frac{d}{dr}(r v_r) \right] + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \left(\mu r \frac{dv_r}{dr} \right);$$

$$(3) \quad \rho v_r \frac{dv_z}{dr} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\mu r \frac{dv_z}{dr} \right);$$

$$(4) \quad \frac{d}{dr}(rJ_{1r}) = 0;$$

$$(5) \quad \frac{d}{dr}(rJ_{2r}) = 0,$$

где $\rho = m_1 n_1 + m_2 n_2$; m_1 и m_2 — массы молекул первого и второго компонентов; p — давление; z — продольная координата; $c_2 = n_2/n$; $\mathbf{J}_1 = n_1 \mathbf{v} - D_{12}(n^2 m_2 / \rho) \nabla c_1$; $\mathbf{J}_2 = n_2 \mathbf{v} - D_{12}(n^2 m_1 / \rho) \nabla c_2$; D_{12} — коэффициент диффузии; μ — динамическая вязкость.

Решение системы (1)–(5) было проведено при условии, что на границах канала выполняются условия

$$(6) \quad v_z|_{\tau=R_1/R_2;1} = 0;$$

$$(7) \quad J_{2r}|_{\tau=R_1/R_2;1} = 0.$$

Найденные при этом распределения v_r , v_z , p , c_1 и ρ имеют следующий вид:

$$(8) \quad v_r = \frac{m_1 n D_{12}}{R_2 \rho \tau} \frac{\ln [(1 - c_{12})/(1 - c_{11})]}{\ln (R_2/R_1)};$$

$$(9) \quad v_z = \frac{\alpha R_2^2}{2} \{ \exp [f(\tau)] \} \left\{ - \int_{R_1/R_2}^{\tau} \frac{\tau}{\mu} \exp [-f(\tau)] d\tau + \right. \\ \left. + \int_{R_1/R_2}^{\tau} \frac{\exp [-f(\tau)]}{\mu \tau} d\tau \frac{\int_{R_1/R_2}^1 \frac{\tau}{\mu} \exp [-f(\tau)] d\tau}{\int_{R_1/R_2}^1 \frac{\exp [-f(\tau)]}{\mu \tau} d\tau} \right\};$$

$$(10) \quad p = p_0 - \alpha z + \frac{2\mu\eta}{R_2^2} \int_{R_1/R_2}^{\tau} \frac{1}{\tau} \frac{d}{d\tau} \left[\mu \tau \frac{d}{d\tau} \left(\frac{1}{\rho \tau} \right) - \frac{\mu\eta}{2\rho \tau} \right] d\tau + \\ + \frac{2}{3} \frac{\mu\eta}{R_2^2} n (m_2 - m_1) c_{22} \sigma \left[\frac{\mu}{\rho^2} \tau^{\sigma-2} - \frac{\mu_0}{\rho_0^2} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{\sigma-2} \right];$$

$$(11) \quad c_1 = 1 - (1 - c_{12}) \tau^{\sigma};$$

$$(12) \quad \rho = \{ m_1 [1 - (1 - c_{12}) \tau^{\sigma}] + m_2 (1 - c_{12}) \tau^{\sigma} \} n.$$

В формулах (8)–(12) $p_0 = p|_{\tau=R_1/R_2; z=0}$; $\eta = m_1 n D_{12} \sigma / \mu$;

$$\mu_0 = \mu|_{\tau=R_1/R_2}; \quad \rho_0 = \rho|_{\tau=R_1/R_2};$$

$$\sigma = \frac{\ln [(1 - c_{11})/(1 - c_{12})]}{\ln (R_1/R_2)}; \quad f(\tau) = \int_{R_1/R_2}^{\tau} \frac{\eta}{\tau} d\tau.$$

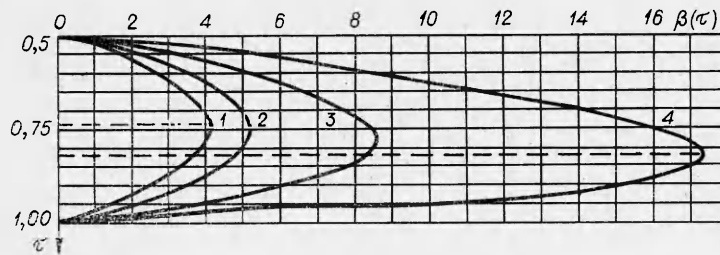
Из уравнений (1), (4) и (5) следует, что функции $r\rho v_r$, rJ_{1r} и rJ_{2r} — постоянные, не зависящие от r величины. Через любую цилиндрическую поверхность радиуса r ($R_1 < r < R_2$) с образующими длиной l в рассматриваемом здесь стационарном случае проходят одинаковые радиальные потоки молекул как первого Q_1 , так и второго Q_2 компонентов газовой смеси ($Q_1 = 2\pi r J_{1r} l$; $Q_2 = 2\pi r J_{2r} l$), чем и объясняется независимость от r величин rJ_{1r} и rJ_{2r} .

Из условия (7) и постоянства rJ_{2r} следует, что $J_{2r} = 0$ в любой точке канала. Из выражений для J_{1r} и J_{2r} при $J_{2r} = 0$ получаем $\rho v_r = m_1 J_{1r}$.

В поперечном направлении происходит диффузия молекул первого и второго компонентов при наличии стефановского потока газовой смеси. В случае такой диффузии J_{2r} должно быть равно нулю и $\rho v_r = m_1 J_{1r}$, что согласуется с полученными нами результатами.

Равенство $\rho v_r = m_1 J_{1r}$ вытекает и из формулы (8), из которой следует, что ρv_r не зависит от продольной координаты.

Коэффициент динамической вязкости μ в общем случае зависит от c_1 , а следовательно, и от поперечной координаты r . Если же этой зависи-



Ф и г. 3

мостью можно пренебречь, то распределения v_z и p описываются формулами

$$(13) \quad v_z = \frac{\alpha_1 R_2^2}{2\mu(2-\eta)} \left\{ 1 - \tau^2 - \frac{\left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \right]}{\left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^\eta \right]} (1 - \tau^\eta) \right\} = \frac{Q}{2\pi n R_2^2} \beta(\tau);$$

$$(14) \quad p = p_0 - \alpha_1 z + \frac{2\mu^2 \eta}{R_2^2} \int_{R_1/R_2}^{\tau} \frac{1}{\tau} \frac{d}{d\tau} \left[\tau \frac{d}{d\tau} \left(\frac{1}{\rho \tau} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{\eta}{2\rho \tau} \right] d\tau + \\ + \frac{2}{3} \frac{\mu^2 \eta}{R_2^2} n (m_2 - m_1) c_{22} \sigma \left[\frac{\tau^{\sigma-2}}{\rho^2} - \frac{1}{\rho_0^2} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{\sigma-2} \right],$$

где $\alpha_1 = Q/(\pi n R_2^2 \Omega)$;

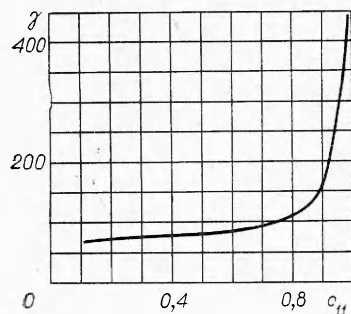
$$\Omega = \frac{R_2^2 (1 - c_{12})}{(2 - \eta)} \left\{ \frac{\left[1 - (R_1/R_2)^2 \right] \left[1 - (R_1/R_2)^{2+\eta+\sigma} \right]}{\left[1 - (R_1/R_2)^\eta \right] (2 + \eta + \sigma)} - \right. \\ \left. - \frac{\left[(R_1/R_2)^2 - (R_1/R_2)^\eta \right] \left[1 - (R_1/R_2)^{2+\sigma} \right]}{\left[(R_1/R_2)^\eta - 1 \right] (2 + \sigma)} - \frac{1 - (R_1/R_2)^{4+\sigma}}{4 + \sigma} \right\}.$$

Распределения v_z и c_1 в канале не зависят от μ и описываются формулами (8), (11). Формулы (13), (14) показывают, что распределения v_z и p в потоке газовой смеси при заданном расходе Q нелетучего компонента зависят от перепада концентраций летучего компонента в канале, т. е. от c_{11} и c_{12} .

Для иллюстрации зависимости v_z от τ , c_{11} и c_{12} на фиг. 3 построены кривые зависимости переменной $\beta(\tau)$ от τ

$$\beta(\tau) = \frac{R_2^2}{\mu_1^2 (2 - \eta) \Omega} \left\{ 1 - \tau^2 - \frac{\left[1 - (R_1/R_2)^2 \right] (1 - \tau^\eta)}{\left[1 - (R_1/R_2)^\eta \right]} \right\}$$

для паровоздушной смеси с температурой 293 К, давлением $p_0 = 1$ атм, $\mu = 2 \cdot 10^{-5}$ кг/м·с; $c_{12} = 0$ и различных значениях c_{11} (кривая 1 соответствует $c_{11} = 0$; 2 — $c_{11} = 0,5$; 3 — $c_{11} = 0,9$; 4 — $c_{11} = 0,995$). Расчеты проведены для канала с $R_1/R_2 = 0,5$. Как видно из фиг. 3, с увеличением c_{11} при заданном расходе Q происходит возрастание максимального значения v_z и смещение точки $\tau_{\max}$, в которой v_z максимальна, в сторону внешнего цилиндра. Увеличение продольной составляющей скорости с увеличением c_{11} (см. фиг. 3) обусловлено повышением суммарного расхода смеси (при сохранении расхода неконденсируемого компонента) вследствие возрастания расхода летучего компонента. Сдвиг максимума в сторону внеш-



Фиг. 4

ней поверхности обусловлен поперечным потоком испаряющегося компонента, который замедляет течение газовой смеси у внутренней поверхности канала, что и приводит к смещению точки максимума v_z в сторону внешней поверхности.

Анализ формулы (13) показал, что при $c_{12} > c_{11}$ с увеличением c_{12} смещение точки $v_{\max}$ происходит в сторону внутреннего цилиндра.

Зависимость продольного перепада давления p_{Π} от c_{11} и c_{12} определяется переменной $\gamma(c_{11}, c_{12})$:

$$p_{\Pi}(z) = \alpha_1 z = \frac{Q}{\pi n R_2^4} \gamma(c_{11}, c_{12}) z.$$

Ход кривой зависимости $\gamma(c_{11}, c_{12})$ от c_{11} при $c_{12} = 0$ для паровоздушной смеси с температурой 293 К, давлением $p_0 = 1$ атм и $\mu = 2 \cdot 10^{-5}$ кг/м·с в канале с $R_1/R_2 = 0,5$ показан на фиг. 4, откуда следует, что с увеличением c_{11} продольный перепад давления в канале возрастает и при $c_{11} \rightarrow 1$ стремится к бесконечности.

Проведенный анализ формул (13), (14) показал, что в пределе при $c_{11}, c_{12} \rightarrow 0$ формулы для распределений v_z и давления p переходят к известным формулам для однокомпонентного газа

$$v_z = \frac{\alpha_{10}}{4\mu} R_2^2 \left[1 - \tau^2 - \frac{1 - (R_1/R_2)^2}{\ln(R_1/R_2)} \ln \tau \right], \quad p = p_0 - \alpha_{10} z,$$

где

$$\alpha_{10} = \frac{8\mu Q \ln(R_1/R_2)}{\pi n R_2^4 [1 - (R_1/R_2)^2] \{ [1 + (R_1/R_2)^2] \ln(R_1/R_2) + [1 - (R_1/R_2)^2] \}}.$$

Исследование изотермического установившегося ламинарного течения бинарной газовой смеси в плоском канале проводится аналогично рассмотренному выше случаю коаксиального канала. Течение в плоском канале описывается системой уравнений

$$(15) \quad \frac{d}{dx} \rho v_x = 0;$$

$$(16) \quad \rho v_x \frac{dv_x}{dx} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{4}{3} \frac{d}{dx} \left(\mu \frac{dv_x}{dx} \right);$$

$$(17) \quad \rho v_z \frac{dv_z}{dx} = - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{d}{dx} \left(\mu \frac{dv_z}{dx} \right);$$

$$(18) \quad \frac{d}{dx} J_{1x} = 0;$$

$$(19) \quad \frac{d}{dx} J_{2x} = 0.$$

Решение системы (15), (16) было проведено при граничных условиях

$$(20) \quad v_z|_{t=0;1} = 0;$$

$$(21) \quad J_{2x}|_{t=0;1} = 0;$$

$$(22) \quad c_1|_{t=0} = c_{10} = \text{const};$$

$$(23) \quad c_1|_{t=1} = c_{1h} = \text{const},$$

где $t = x/h$; x — поперечная координата; h — расстояние между пластинами, образующими канал.

Найденные при этом распределения v_x , v_z , p , c_1 и ρ имеют наиболее простой вид при $\mu = \text{const}$, когда они описываются следующими формулами:

$$(24) \quad v_x = \omega \mu / (\rho h);$$

$$(25) \quad v_z = \frac{\alpha_2 h^2}{\mu \omega} \left[t - \frac{1 - \exp(\omega t)}{1 - \exp \omega} \right];$$

$$(26) \quad p = p_0 - \alpha_2 z - \frac{\mu^2 \omega^2}{\rho h^2} \left[1 - \frac{\rho}{\rho_h} + \frac{4}{3} \frac{\mu}{D_{12}} \frac{(m_2 - m_1)}{m_1 \rho} \times \right. \\ \left. \times [(1 - c_{10}) \exp(st) - \rho^2 (1 - c_{1h}) / \rho_h^2] \right];$$

$$(27) \quad c_1 = 1 - (1 - c_{10}) \exp(st);$$

$$(28) \quad \rho = \{m_1 [1 - (1 - c_{10}) \exp(st)] + m_2 (1 - c_{10}) \exp(st)\} n.$$

В формулах (24)–(28)

$$\omega = \frac{nm_1 D_{12}}{\mu} \ln [(1 - c_{1h}) / (1 - c_{10})]; \quad s = \ln [(1 - c_{1h}) / (1 - c_{10})];$$

$$\rho_h = \rho|_{t=1}; \quad p_0 = p|_{t=1; z=0}; \quad \alpha_2 = \frac{Q m_1 D_{12}}{b h^3 \psi};$$

$$\psi = \frac{(1 - c_{10})}{s^2} \left\{ \frac{1}{s} + \frac{1 - c_{1h}}{1 - c_{10}} \left(1 - \frac{1}{s} \right) - \frac{(c_{10} - c_{1h})}{(1 - c_{10}) \left[1 - \left(\frac{1 - c_{1h}}{1 - c_{10}} \right)^{\omega/s} \right]} + \right. \\ \left. + \frac{\left(\frac{1 - c_{1h}}{1 - c_{10}} \right)^{1 + \omega/s} - 1}{(1 + \omega/s) \left[1 - \left(\frac{1 - c_{1h}}{1 - c_{10}} \right)^{\omega/s} \right]} \right\}$$

(b — ширина пластин, образующих канал).

Из уравнений (15), (18) и (19) видно, что ρv_x , J_{1x} и J_{2x} — постоянные, не зависящие от x величины. Независимость от x величин J_{1x} и J_{2x} объясняется тем, что в рассматриваемом случае стационарного движения через любую плоскую поверхность длины l , параллельную образующим канала, проходят одинаковые потоки молекул первого Q_1 и второго Q_2 компонентов смеси ($Q_1 = b l J_{1x}$; $Q_2 = b l J_{2x}$). Из условия (21) и постоянства J_{2x} следует, что $J_{2x} = 0$ в любой точке канала. Из выражений для J_{1x} и J_{2x} при $J_{2x} = 0$ получим $\rho v_x = m_1 J_{1x}$. В поперечном направлении происходит диффузия молекул первого и второго компонентов при наличии стефановского потока газовой смеси. В случае такой диффузии J_{2x} должно быть равно нулю и $\rho v_x = m_1 J_{1x}$, что согласуется с полученными результатами.

Равенство $\rho v_x = m_1 J_{1x}$ вытекает и из формулы (24), из которой следует, что ρv_x не зависит от продольной координаты.

Как показал анализ формулы (25), с увеличением c_{10} ($c_{10} > c_{1h}$) или с увеличением c_{1h} ($c_{1h} > c_{10}$) при заданном расходе Q , как и в случае коаксиального канала, происходит возрастание максимального значения v_z вследствие возрастания суммарного расхода газовой смеси и смещение точки $t_{\max}$ (в которой v_z максимальна) в сторону поверхности с меньшим значением c_1 вследствие замедления течения газовой смеси у поверхности испарения.

Анализ (26) показал, что с увеличением $c_{10}(c_{10} > c_{1h})$ или $c_{1h}(c_{1h} > c_{10})$ продольный перепад давления при заданном Q возрастает.

Проведенный анализ формул (25), (26) показал, что в пределе при $c_{10}, c_{1h} \rightarrow 0$ формулы для распределений v_z и p переходят к известным формулам для однокомпонентного газа

$$v_z = \frac{\alpha_{20}}{2\mu} h^2 t (1 - \bar{t}), \quad p = p_0 - \alpha_{20} z,$$

где $\alpha_{20} = 12\mu Q/(bh^3n)$.

Таким образом, явление перекоденсации молекул одного из компонентов бинарной газовой смеси существенно влияет на распределения продольного перепада давления и продольной составляющей массовой скорости течения в канале. Полученные в данной работе формулы можно использовать и для описания течения бинарных газовых смесей в разнотемпературных каналах с малыми перепадами температуры [1], когда коэффициенты переноса (динамической вязкости, диффузии, теплопроводности) можно считать не зависящими от температуры величинами.

Поступила 26 VI 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Meisen A., Bobkiewicz A. J., Cooke N. E., Farcas E. J. The separation of micron-size particles from air by diffusiophoresis. — Can. Journ. Chem. Eng., 1971, vol. 49, p. 449.
2. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. 3-е изд. М., Наука, 1970.
3. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., Физматгиз, 1961.

УДК 532.526.2:533.69.011.5

РАСЧЕТ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С ВНЕШНИМ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ЗА УСТУПОМ

А. Н. Антонов

(Москва)

Можно указать ряд работ, посвященных исследованию течений в зонах отрыва и присоединения ламинарного пограничного слоя [1—12]. Остановившись на расчетных методах, следует отметить, что впервые метод взаимодействия пограничного слоя с внешним идеальным потоком для определения течений в донной области был предложен в работе [1]. Однако недостаточные данные по характеристикам несжимаемого ламинарного пограничного слоя не дали возможности получить удовлетворительные результаты по донному давлению. В работах [4, 5] предложенная методика модифицируется и применяется в области взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем [4], а также в области отрыва ламинарного пограничного слоя на цилиндрическом теле, обтекаемом потоком в поперечном направлении [5].

В данной работе расчет течений за плоскими и осесимметричными уступами проводится на основе схемы взаимодействия пограничного слоя с внешним идеальным потоком.

1. Рассмотрим следующую приближенную схему течения в донной области за уступом, обтекаемым равномерным сверхзвуковым потоком, которая представляет собой схему типичного взаимодействия пограничного слоя с внешним идеальным потоком (фиг. 1). Между сечениями 1 и 2 происходит расширение потока, АВ — линия постоянного расхода, В — критическая точка. Штриховой линией обозначена граница погра-