

О МАХОВСКОМ ОТРАЖЕНИИ УДАРНЫХ ВОЛН

П. Ф. Коротков (Москва)

Рассматривается конфигурация ударных волн при автомодельном отражении плоской ударной волны. Показано, что ударная волна Маха не может ни слишком сильно опережать, ни слишком сильно отставать от падающей ударной волны, т. е. что она расположена в ограниченной области. Найдена интенсивность ударной волны Маха около стенки при предельном угле ее наклона.

Как известно, в отличие от правильного отражения, когда падающая и отраженная ударные волны соединяются на стенке, при маховском отражении они соединяются вместе на некотором расстоянии от стенки в так называемой тройной точке [1-3]. От этой точки до стенки идет третья ударная волна—волна Маха. Таким образом, при маховском отражении к стенке подходит только одна ударная волна. Поэтому в точке пересечения со стенкой она перпендикулярна стенке.

1. Рассмотрим расположение ударных волн при маховском отражении плоской ударной волны от плоской жесткой стенки (клина). Такая задача является «автомодельной», так как в условия задачи не входит какой-либо характеристической постоянной длины. Исследование будем проводить в плоскости ξ, η (фиг. 1), полагая $\xi = x / c_0 t$, $\eta = y / c_0 t$ (здесь c_0 — скорость звука в невозмущенной однородной покоящейся среде впереди падающей ударной волны).

Из условия, что скорость D ударной волны Маха в любой ее точке больше скорости звука c_0 (т. е. что $M > 1$, здесь $M = D / c_0$), следует, что при не слишком больших углах χ между траекторией тройной точки и стенкой ударная волна Маха может быть расположена только в пределах треугольника, одна сторона которого есть поверхность стенки, а две другие образованы прямыми, проходящими через тройную точку и касающимися окружности, центр которой расположен в начале координат, а радиус равен единице (построение в плоскости $\xi\eta$, фиг. 1). Следовательно, абсцисса точки пересечения ударной волны Маха со стенкой ξ_3 лежит между абсциссами точек пересечения со стенкой прямых 1 и 2

$$\xi_2 < \xi_3 < \xi_1 \quad (1.1)$$

Так как в точке пересечения со стенкой ударная волна Маха перпендикулярна к стенке, число M_3 волны Маха в этой точке равно расстоянию ее до начала координат. Это расстояние ограничено сверху и снизу в соответствии с неравенством (1.1).

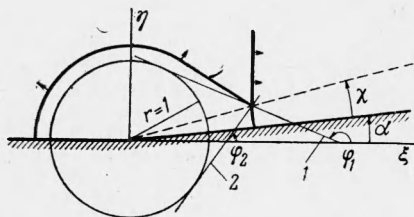
Поделив (1.1) на $\cos \alpha$, получим

$$c_2 \frac{M_0}{\cos \alpha} < M_3 < c_1 \frac{M_0}{\cos \alpha} \quad (1.2)$$

Здесь

$$c_{1,2} = 1 \pm \frac{M_0^2 - 1}{\cos^2 \alpha (\sqrt{M_0^2 \sec^2 \alpha - 1} + \tg \alpha)} \chi$$

при $\chi \ll \alpha$



Фиг. 1

2. Будем считать, что при увеличении угла наклона стенки α до предельного значения α_* , угол χ стремится именно к нулю. В таком случае значение M_* числа M_3 в точке пересечения ударной волны Маха со стенкой при $\alpha = \alpha_*$

$$M_* = \frac{M_0}{\cos \alpha_*} \quad (2.1)$$

Из неравенства (1.2) следует, что величина M_* будет предельным значением числа M_3 при $\alpha \rightarrow \alpha_*$, $\chi \rightarrow 0$ и $M_0 = \text{const}$. Поэтому значение M_* не является изолированной точкой и его можно использовать для интерполирования.

Если известно число M ударной волны, легко найти любые ее параметры при помощи известных соотношений на ударной волне. Пользуясь (2.1), получим величину коэффициента отражения ζ при предельном угле наклона стенки, которое обозначим ζ_* , для политропического газа

$$\zeta_* = 1 + \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \xi\right) \frac{\tg^2 \alpha_*}{1 - \xi}, \quad \xi = \frac{p_3 - p_0}{p_1 - p_0}, \quad \xi = \frac{p_0}{p_1} \quad (2.2)$$

Здесь p_3 — давление на фронте волны Маха в точке пересечения ее со стенкой, p_1 — давление на фронте падающей волны, p_0 — атмосферное давление, $\gamma = c_p / c_v$.

Величина α_* (ξ, γ) может быть вычислена по теории правильного отражения ударных волн [3, 1]. На фиг. 2 сплошная кривая вычислена по (2.2) при $\gamma = 1.4$.

Как видно, величина коэффициента отражения при предельном угле наклона стенки растет с уменьшением интенсивности волны. Отметим, что для слабых ударных волн, когда $\xi \rightarrow 1$, имеем

$$\alpha_* = \sqrt{\frac{2(\gamma+1)}{\gamma}(1-\xi)}$$

и из (2.2) следует $\zeta_* = 5$. Этот результат для слабых ударных волн получен в работе [4].

Пунктиром на фиг. 2 нанесена величина коэффициента отражения тоже при предельном угле наклона стенки, но вычисленная по теории правильного отражения.

Сплошную кривую и формулу (2.2) можно рассматривать как предел для коэффициента отражения, когда угол наклона стенки возрастает до предельного угла α_* , оставаясь меньше его. При таких углах происходит маховское отражение. Пунктирную кривую можно рассматривать как предел для коэффициента отражения, когда угол наклона стенки уменьшается до предельного угла α_* , оставаясь больше его. При таких углах происходит правильное отражение ударных волн.

Разрыв в величине коэффициента отражения объясняется тем, что в случае правильного отражения у стенки имеется две ударные волны, а в случае маховского отражения к стенке подходит только одна ударная волна.

Как следует из результатов, показанных на фиг. 2, предельное значение коэффициента отражения со стороны маховского отражения для слабых ударных волн ($\xi \rightarrow 1$) больше, а для сильных ($\xi \rightarrow 0$) меньше, чем предельное значение коэффициента отражения со стороны правильного отражения.

Отметим, что разные углы наклона стенки соответствуют разным опытам; в каждом опыте α фиксировано.

3. Как отмечалось, формула (2.2) позволяет вычислить коэффициент отражения при маховском отражении, когда угол наклона стенки максимально возможный. С другой стороны, при малых углах наклона стенки и произвольной интенсивности падающей ударной волны коэффициент отражения получен в работе [5]. Так как крайние значения (по углу α) коэффициента отражения известны, можно построить простую интерполяционную формулу для любого угла наклона стенки в области существования маховского отражения

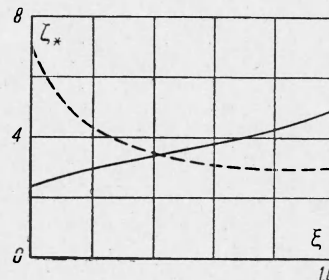
$$\zeta = 1 + A\xi + B\alpha^3 \quad (3.1)$$

Здесь коэффициент $A(\xi, \gamma)$ определяется по результатам работы [5] (производная $\partial\zeta/\partial\alpha$ при $\alpha = 0$), а коэффициент $B(\xi, \gamma)$ находится при помощи формулы (2.2).

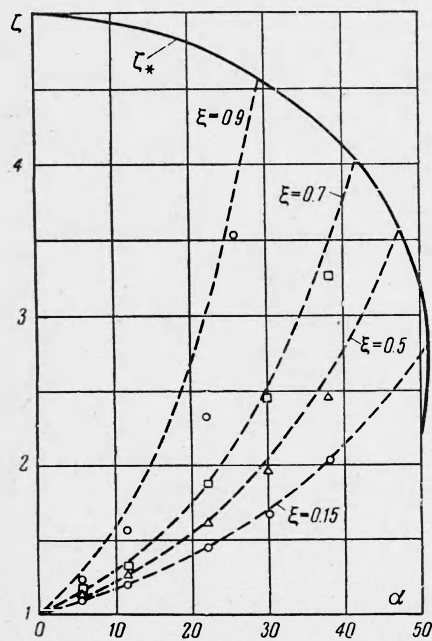
Интерполяционная формула (3.1) удовлетворительно согласуется с эксперимен-

тальными данными при разных углах наклона стенки и при различных интенсивностях падающей ударной волны. На фиг. 3 нанесены экспериментальные данные, полученные в работе [6], и расчеты по интерполяционной формуле (3.1) (пунктирные линии; они соответствуют линиям $\xi = \text{const}$). Сплошной линией показано предельное значение коэффициента отражения, вычисленное по формуле (2.2). Величина $\gamma = 1.4$. Отметим, что выпадающая точка $\xi = 0.9$, $\alpha = 22^\circ$ на фиг. 3 получена в одном опыте, тогда как точка $\xi = 0.9$, $\alpha = 25.8^\circ$, лежащая близко к интерполяционной кривой, получена по нескольким измерениям.

4. В работе [7] дан приближенный способ расчета интенсивности ударной волны Маха. Используя точные соотношения (2.1) или (2.2), можно найти погрешность, с которой вычисляется коэффициент отражения при предельном угле наклона стенки по этой приближенной теории.



Фиг. 2



Фиг. 3

ЛИТЕРАТУРА

1. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. ИЛ, 1950.
2. Bleakney W., Taub A. H. Interaction of shock waves. Rev. Modern Phys., 1949, vol. 21, No. 4.
3. Smith W. R. Mutual reflection of two shock waves of arbitrary strength. Phys. Fluids, 1959, vol. 2, No. 5.
4. Рыжов О. С., Христианович С. А. О нелинейном отражении слабых ударных волн. ПММ, 1958, т. XXII, вып. 5.
5. Lighthill M. J. The diffraction of blast. Proc. Roy. Soc., sec. A, 1949, vol. 198, No 1055.
6. White D. R. An experimental survey of the Mach reflection of Shock waves. Proceedings of the Second mid-western conference on fluid mechanics. Ohio, 1952.
7. Whitham G. B. A new approach to problem of shock dynamics. Part I. Two dimensional problem. J. Fluid Mech., 1957, vol. 2, No. 1.

ОБ ЭФФЕКТЕ РЕЛАКСАЦИОННОГО ЭНТРОПИЙНОГО СЛОЯ

А. А. Гладков (Москва)

Рассмотренный в работе [1] релаксационный пограничный слой — не единственный случай, когда влияние релаксационных процессов сказывается в тонком слое, простирающемся безгранично вниз по потоку. Влияние релаксации может проявляться в тонком слое бесконечной протяженности также при обтекании затупленных тел газом, в котором времена релаксации велики.

Пусть затупленное тело обтекается гиперзвуковым потоком невязкого нетеплопроводного газа. Пусть условия таковы, что состояние газа остается замороженным за наклонной ударной волной, а за ударной волной, близкой к прямой, происходит релаксация с характерным временем t , большим $\Delta k/u_\infty$, где $k = \rho_1/\rho_\infty$ — отношение плотностей в ударной волне, индекс ∞ относится к состоянию перед ударной волной, индекс 1 к состоянию за ударной волной, Δ — расстояние от ударной волны до носика тела. Тогда в большей части течения около тела будет замороженным. Однако в передней критической точке процессы релаксации играют существенную роль. Очевидно, чем больше время релаксации, тем меньше толщина области, где существенны процессы релаксации. Вследствие того, что вдоль линий тока, проходящих через эту область, изменяется энтропия активных степеней свободы, влияние релаксационных процессов проявляется и в слое вниз по течению от критической точки, даже в том случае, когда процессы релаксации в слое замораживаются. Этот слой развивается в энтропийном слое на теле и по существу является релаксационным энтропийным слоем (точнее, неэнтропийным, если энергия в процессе релаксации поглощается). Изменение энтропии в релаксационном энтропийном слое складывается из изменений энтропии при переходе через ударную волну $\Delta s_y = c_v \ln p_1/\rho_1 \gamma$ и изменений энтропии вследствие процессов релаксации — Δs_p . Суммарное изменение энтропии

$$\Delta s \sim \ln \left[\frac{p_1}{\rho_1^\gamma} \exp \left(- \frac{\Delta s_p}{c_v} \right) \right]$$

Можно дать оценку толщины слоя, в котором несущественна релаксация, в передней критической точке симметричного тела, если воспользоваться линейным законом изменения скорости за ударной волной $u(x) = u_1(1 - x/\Delta)$. За время t частица пройдет вдоль оси симметрии расстояние $x_p = \Delta[1 - \exp(-tu_1/\Delta)]$. Это и есть искомая толщина слоя.

Будем считать, что при расширении газа на носике происходит его быстрое замораживание и рассмотрим влияние релаксационного энтропийного слоя на тонких телах со скачками уплотнения степенной формы $y = cx^n$, считая толщину слоя в критической точке малой. Для замороженного течения справедливы уравнения, полученные при рассмотрении энтропийного слоя [2]

$$\frac{\partial p}{\partial \psi} = - \frac{1}{y^\gamma} \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \frac{p}{\rho^\gamma} = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial \psi} = \frac{1}{\rho u y^\gamma}, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{v}{u}$$

и уравнение энергии

$$u^2 + v^2 + \frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} = u_\infty^2 - 2e$$