УДК 533.951

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА ХОЛЛА НА СЖИМАЕМОСТЬ ПЛАЗМЫ В СИЛЬНОМ ТОРОИДАЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. П. Жуков, Г. Фукс*

Институт вычислительных технологий СО РАН, 630090 Новосибирск
* Институт физики плазмы, Юлих, Германия

Исследуется развитие тиринг-неустойчивости при наличии большого тороидального поля и высокой проводимости плазмы. Показано, что изменение плотности плазмы в этом случае может быть значительным.

В данной работе исследуются некоторые аспекты влияния эффекта Холла на процессы пересоединения в цилиндрической (винтовой) геометрии в приближении сильного магнитного поля, направленного вдоль оси цилиндра. Интерес к этой задаче связан с проблемами, возникающими при описании пилообразных колебаний в токамаках. Известно, что простая двумерная модель Кадомцева [1, 2], давая в принципе правильную картину этих колебаний, имеет несоответствия с экспериментальными результатами [3, 4]: время пересоединения оказывается меньше, чем предсказывает [1, 2], и в некоторых экспериментах не наблюдается полного пересоединения. Численное моделирование трехмерных задач в приближении одножидкостной магнитной гидродинамики [5, 6] дает близкие к [1, 2] результаты.

В последнее время делаются попытки объяснить несоответствие теории [1, 2] и эксперимента влиянием эффекта Холла [7–12]. В [7, 8] исследуется влияние градиента электронного давления в обобщенном законе Ома. В [7–12] используется разложение исходных уравнений по параметру $R \ll 1$, равному отношению большого радиуса токамака к малому. Предполагается также, что изменение плотности равно нулю или мало.

В настоящей работе показано, что формальное разложение МГД-уравнений по параметру R позволяет получить уравнения, согласно которым:

1) изменение плотности мало (порядка R^{-1});

2) член, содержащий электронное давление в обобщенном законе Ома, в отличие от [7, 8] исчезает. Это естественно, поскольку, для того чтобы он оказывал влияние на течение, необходимо наличие градиента как давления, так и плотности;

3) в упрощенном уравнении для вектор-потенциала появляется член, содержащий полное давление, не имеющий никакого отношения к ∇p_e в обобщенном законе Ома и связанный с вмороженностью магнитного поля в электронную компоненту плазмы.

Однако оценки и результаты численного моделирования показывают, что, согласно этим уравнениям, изменение плотности мало, если параметр $\alpha R^{-3/2}\nu^{-1/2}$ мал (α — коэффициент Холла, равный отношению ионного дисперсионного размера c/ω_{pi} к малому радиусу токамака, ν — коэффициент магнитной вязкости). Для большинства токамаков параметр $\alpha R^{-3/2}\nu^{-1/2}$ велик. Поэтому изменение плотности может быть значительным и формальное разложение оказывается неприменимым, что связано с наличием тонких токовых слоев.

В данной работе приведена система уравнений, в которой используется разложение по параметру R, но изменение плотности не предполагается малым. Из этих уравнений видно, что корректный учет градиентов плотности, даже если само изменение плотности мало, не является простой задачей. Поэтому разложение по параметру R не имеет существенных преимуществ для численного анализа по сравнению с решением исходных уравнений.

Исходные уравнения. В качестве исходных уравнений возьмем уравнения магнитной гидродинамики, учитывающие эффект Холла [13, 14]. Пренебрежем инерцией электронов, которая для интересующих нас эффектов не существенна. В общепринятых обозначениях система уравнений имеет вид

$$\rho\Big(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V}\Big) = -\nabla(p_e + p_i) + \mathbf{j}\times\mathbf{H}, \quad \frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\mathbf{V}) = 0, \quad \mathbf{j} = \nabla\times\mathbf{H},$$

$$\mathbf{E} = -\mathbf{V}_e\times\mathbf{H} + \nu\mathbf{j} - \alpha\rho^{-1}\nabla p_e, \quad \mathbf{V}_e = \mathbf{V} - \alpha\rho^{-1}\mathbf{j}, \quad \frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} = -\nabla\times\mathbf{E}.$$

В цилиндрической системе координат (r,φ,z) в случае винтовой симметрии $\partial/\partial z = -R^{-1}\partial/\partial\varphi$ эти уравнения примут вид

$$\rho\Big(\frac{\partial V_g}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)V_g\Big) = \operatorname{div}(\mathbf{H}H_g); \tag{1}$$

$$\rho\Big(\frac{\partial V_r}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)V_r - \frac{V_\varphi^2}{r}\Big) = -\frac{\partial(p_e+p_i)}{\partial r} + \Big(1+\frac{r^2}{R^2}\Big)^{-1}\Big(-\frac{\partial H_g^2/2}{\partial r} + j_g\frac{\partial A_g}{\partial r}\Big); \tag{2}$$

$$\rho\Big(\frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)V_\varphi + \frac{V_\varphi V_r}{r}\Big) = -\frac{1}{r}\frac{\partial(p_e+p_i)}{\partial\varphi} +$$
$$+\Big(1+\frac{r^2}{R^2}\Big)^{-1}\Big(-\frac{1}{r}\frac{\partial H_g^2/2}{\partial\varphi} + j_g\frac{1}{r}\frac{\partial A_g}{\partial\varphi} + \frac{r}{R}\operatorname{div}(\mathbf{H}H_g)\Big); \tag{3}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\mathbf{V}) = 0; \tag{4}$$

$$\frac{\partial A_g}{\partial t} + (\mathbf{V}_e\nabla)A_g = -\nu j_g; \tag{5}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{V}_e H_z) = \operatorname{div}(\mathbf{H}V_{ez}) + \nu\Delta_s H_z - \alpha\operatorname{div}(\rho^{-1}(\mathbf{e}\times\nabla)p_e), \qquad \mathbf{e} = (0,0,1); \tag{6}$$

$$\begin{gathered}\mathbf{V}_e = \mathbf{V} - \alpha\rho^{-1}\mathbf{j}, \quad H_s = -\frac{\partial A_g}{\partial r}, \quad H_r = \frac{1}{r}\frac{\partial A_g}{\partial\varphi}, \quad j_s = -\frac{\partial H_g}{\partial r},\\ j_r = \frac{1}{r}\frac{\partial H_g}{\partial\varphi}, \quad j_g = -\Delta_s A_g + 2\frac{H_z}{R}.\end{gathered} \tag{7}$$

Здесь f_s и f_g — величины, связанные с компонентами вектора $\mathbf{f}$ следующим образом:

$$f_s = f_\varphi - \frac{r}{R}f_z, \quad f_g = f_z + \frac{r}{R}f_\varphi; \quad \Delta_s = \Big(1+\frac{r^2}{R^2}\Big)\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\Big(r\frac{\partial}{\partial r}\Big);$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{f}) = \frac{1}{r}\frac{\partial r f_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f_s}{\partial\varphi}; \quad (\mathbf{f}\nabla)g = f_r\frac{\partial g}{\partial r} + f_s\frac{\partial g}{\partial\varphi};$$

A_g — g-компонента вектор-потенциала; H_z и H_g — z- и g-компоненты магнитного поля; $\mathbf{V}_e$ — скорость электронов. Система (1)–(7) приведена в безразмерных переменных [13]. В качестве масштаба длины взят характерный поперечный размер плазмы a (малый радиус токамака), скорости — скорость Альфвена, вычисленная по тороидальному магнитному полю: $V_A = H_z/\sqrt{4\pi\rho}$, времени — a/V_A, магнитного поля — H_z.

Уравнения (1)–(7) должны быть дополнены уравнениями для электронного p_e и ионного p_i давления, конкретный вид которых будет уточнен ниже.

Начальные и граничные условия. В качестве начальных условий выберем следующие:

$$\rho = 1, \quad H_z = 1, \quad V_z = 0, \quad H_r = 0, \quad H_s = \frac{r}{R}\left(\frac{1-(1-r^2)^{q+1}}{qr^2} - 1\right). \tag{8}$$

Таким образом, имеем ситуацию с нейтральным слоем. Вблизи оси координат $H_s > 0$, а при больших радиусах $H_s < 0$. Положение нейтральной поверхности ($H_s = 0$) зависит от величины q.

Давление плазмы в начальный момент времени полагается таким, чтобы обеспечить равновесие плазмы в магнитном поле. Равновесие нарушалось малым возмущением скорости, конкретный вид которого не играет роли.

Задача решалась в области $0 \leqslant r \leqslant 1$, $0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi$. Граница $r = 1$ полагается проводящей поверхностью:

$$H_r = 0 \ \ (A_g = \text{const}), \quad V_r = 0, \ \ p_{e,i} = \text{const}, \quad E_\varphi = V_{er}H_z - V_{ez}H_r - \nu\,\frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{1}{\rho r}\,\frac{\partial p_e}{\partial \varphi} = 0.$$

Приближение большого R. Упростим поставленную выше задачу, предполагая $R^{-1} \ll 1$, аналогично тому, как это делается в [1, 2], но в отличие от [1, 2] не будем считать, что изменение плотности мало. При этом имеем следующий масштаб величин:

$$o(1): \ H_z, \rho, \nabla_\perp, \qquad o(R^{-1}): \ A_g, V_r, V_\varphi, \frac{\partial}{\partial t}, \qquad o(R^{-2}): \ H_z - 1, p_{e,i}, j_r, j_z, V_z.$$

В первом приближении получаем модель Кадомцева:

$$\begin{gathered} \rho\Big(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V}\Big) = -\nabla(p_e + p_i + H_g) + j_g \nabla A_g, \\ \frac{\partial A_g}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)A_g = -\nu j_g, \quad \operatorname{div}\mathbf{V} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\mathbf{V}) = 0. \end{gathered} \tag{9}$$

Если в начальный момент времени $\rho = 1 + O(R^{-1})$, то отклонение ρ от единицы будет порядка $O(R^{-1})$ и во все последующие моменты времени. Тогда для завихренности $\omega = (\mathbf{e} \operatorname{rot}\mathbf{V})$ запишем уравнение

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\omega = \operatorname{div}(\mathbf{H} j_g). \tag{10}$$

Второе приближение позволяет учесть интересующие нас эффекты. Оно имеет вид

$$\rho\Big(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V}\Big) = -\nabla(p_e + p_i + H_g) + j_g \nabla A_g; \tag{11}$$

$$\frac{\partial A_g}{\partial t} + (\mathbf{V}_e\nabla)A_g = -\nu j_g, \quad j_g = \frac{2}{R} - \Delta A_g; \tag{12}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{V} = -\alpha\operatorname{div}(\rho^{-1}\{\mathbf{e}\times\nabla(p_e + H_g) + \mathbf{H} j_g\}); \tag{13}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\mathbf{V}) = 0; \tag{14}$$

$$\mathbf{H} = -\mathbf{e}\times\nabla A_g, \quad \mathbf{j} = -\mathbf{e}\times\nabla H_g, \quad \mathbf{V}_e = \mathbf{V} - \alpha\rho^{-1}\mathbf{j}. \tag{15}$$

Здесь под $\mathbf{V}$, $\mathbf{H}$ и $\mathbf{j}$ понимаются их поперечные (r и s) компоненты; Δ — обычный оператор Лапласа. Заметим, что в этом приближении $V_z = 0$. При $\alpha = 0$ модель (11)–(15) переходит в модель Кадомцева.

Оценим, как меняется плотность согласно уравнениям (11)–(15). Из (13) следует

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 - \alpha\rho^{-1}(\mathbf{e}\times\nabla(p_e + H_g) + \mathbf{H}j_g), \tag{16}$$

где $\mathbf{V}_0$ — вектор, дивергенция которого равна нулю. Величину $\mathbf{V}_0$ можно найти из совместного решения уравнений (11) и (13).

Подставляя (16) в (14), получим

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + (\mathbf{V}_0\nabla)\rho = \alpha\,\mathrm{div}\,(\mathbf{H}j_g). \tag{17}$$

Представляя ρ в виде $\rho = 1+\alpha\rho_*$, для ρ_* имеем такое же уравнение, как для завихренности в модели Кадомцева (10). Таким образом, если коэффициент α достаточно мал, то верна формула $\rho \approx 1 + \alpha\omega$. Так как $\omega \sim R^{-1}$, то формально изменение плотности мало. Однако, как известно, течение, возникающее при малых ν, сопровождается образованием токового слоя шириной порядка $\nu^{1/2}$. Плазма втекает в этот слой со скоростью порядка $\nu^{1/2}$ и вытекает вдоль него со скоростью порядка альфвеновской, вычисленной по полоидальному магнитному полю [1, 2]. Таким образом, завихренность $\omega \sim \nu^{-1/2}$.

Легко видеть, что модель Кадомцева обладает следующим свойством: если $\mathbf{V}(t,\mathbf{r})$ и $A_g(t,\mathbf{r})$ — решения (9), (10) при $R = R_*$, $\nu = \nu_*$ и начальных данных (8), то функции $R_*\mathbf{V}(R_*t,\mathbf{r})$, $R_*A_g(R_*t,\mathbf{r})$ будут решениями этих уравнений при $R = 1$, $\nu = \nu_*R_*$. Поэтому для ω имеем скейлинг: $\omega \sim R^{-3/2}\nu^{-1/2}$. Соответственно изменение плотности будет порядка $\alpha R^{-3/2}\nu^{-1/2}$. Данная величина для реальных токамаков очень большая. Например, для типичных параметров установки TEXTOR ($\alpha \approx 0{,}05$, $R \approx 3{,}8$, кулоновское значение $\nu \sim 10^{-8}$) она равна 60.

Приближение малого изменения плотности. Выясним более точно, при каких параметрах изменение плотности будет существенным. Для этого предположим, что значение α достаточно мало; поэтому $\rho - 1 \sim R^{-1}$, $\mathrm{div}\,\mathbf{V} \sim R^{-2}$. По существу, это будет формальное разложение уравнений (1)–(7) с начальными условиями (8) по параметру R.

Уравнение (13) в данном случае примет вид

$$\mathrm{div}\,\mathbf{V} = -\alpha\,\mathrm{div}\,(\mathbf{H}j_g). \tag{18}$$

Таким образом, эффекты, связанные с градиентом электронного давления в законе Ома, пропадают. Напомним, что (13) получено из уравнения (6), которое содержит ∇p_e.

С учетом (18) с необходимой по R^{-1} точностью из (11) получим ($\omega = (\mathbf{e}\,\mathrm{rot}\mathbf{V})$)

$$\begin{gathered}\frac{\partial\omega}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)\omega = (1+\alpha\omega)\,\mathrm{div}\,\frac{\mathbf{H}j_g}{\rho} - \mathrm{div}\,\frac{\mathrm{rot}\,(P\mathbf{e})}{\rho},\\ \mathbf{V} = -(\mathbf{e}\times\nabla\psi_\omega) - \alpha\mathbf{H}j_g, \quad \Delta\psi_\omega = -\omega + \alpha\,\mathrm{div}\,(j_q\nabla A_g).\end{gathered} \tag{19}$$

Величину $P = p_e + p_i + H_g$ можно вычислить с достаточной точностью, взяв дивергенцию от (11) и положив $\rho = 1$ и $\mathrm{div}\,V = 0$:

$$\Delta P = \mathrm{div}\,(j_g\nabla A_g) - \frac{\partial V_k}{\partial x_l}\,\frac{\partial V_l}{\partial x_k}. \tag{20}$$

Для плотности запишем

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} - (\mathbf{e}\times\nabla\psi_\omega)\nabla\rho = \alpha\,\mathrm{div}\,(\mathbf{H}j_g). \tag{21}$$

Для выражения $(\mathbf{V}_e\nabla)A_g$ в (12) с учетом (15) и того, что $(\mathbf{H}\nabla)A_g = 0$, имеем

$$(\mathbf{V}_e\nabla)A_g = (-(\mathbf{e}\times\nabla\psi_\omega) - \alpha\rho^{-1}\mathbf{j})\nabla A_g \approx$$
$$\approx (-(\mathbf{e}\times\nabla\psi_\omega) + \alpha(\mathbf{e}\times\nabla H_g))\nabla A_g = -(\mathbf{e}\times\nabla\{\psi_\omega - \alpha P + \alpha(p_e + p_i)\})\nabla A_g.$$

Для функции $\psi_a = \psi_\omega - \alpha P$ из (19) и (20) следует

$$\Delta\psi_a = -\omega + \alpha\,\frac{\partial V_k}{\partial x_l}\,\frac{\partial V_l}{\partial x_k}. \tag{22}$$

Таким образом, для A_g получим

$$\frac{\partial A_g}{\partial t} - (\mathbf{e}\times\nabla\psi_a + \alpha\mathbf{e}\times\nabla(p_e + p_i))\nabla A_g = -\nu j_g. \tag{23}$$

Подчеркнем, что член, содержащий полное давление в (23), никакого отношения к p_e в обобщенном законе Ома не имеет. Он появляется благодаря вмороженности магнитного поля в электронную компоненту плазмы, т. е. благодаря выражению $\alpha\rho^{-1}\mathbf{j}\times\mathbf{H}$ в обобщенном законе Ома. Причина появления обсуждаемого слагаемого состоит в том, что приближение большого тороидального поля позволяет выразить полоидальный ток через давление плазмы.

Ниже для простоты будем полагать, что в силу большой температуропроводности вдоль магнитного поля температуры T_e и T_i постоянны вдоль поля, т. е. $T_{e,i} = T_{e,i}(A_g, t)$. В случае токамаков T_e вдоль поля постоянна с большой точностью. Для ионов это, вообще говоря, не так, хотя ионная теплопроводность вдоль магнитного поля велика. Тогда в (23) член $(\mathbf{e}\times\nabla p_{i,e})\nabla A_g = T_{i,e}(\mathbf{e}\times\nabla\rho)\nabla A_g + \rho(\mathbf{e}\times\nabla T_{i,e})\nabla A_g = T_{i,e}(\mathbf{e}\times\nabla\rho)\nabla A_g \sim R^{-4}$, и им можно пренебречь. Подчеркнем, что корректный учет $\nabla\rho$ здесь требует учета $\nabla\rho$ и в уравнении (13). Это означает, что в данном случае надо использовать систему (11)–(15) и уравнение для A_g оказывается весьма не простым (см. приложение).

В итоге получим замкнутую систему уравнений (19)–(23), которая не требует знания конкретного распределения температуры.

Уравнения (19)–(23) обладают следующим свойством: если $\rho(t,\mathbf{r})$, $\mathbf{V}(t,\mathbf{r})$ и $A_g(t,\mathbf{r})$ — решения (19)–(23) при $R = R_*$, $\alpha = \alpha_*$, $\nu = \nu_*$ и начальных данных (8), то функции $\rho(R_*t,\mathbf{r})$, $R_*\mathbf{V}(R_*t,\mathbf{r})$, $R_*A_g(R_*t,\mathbf{r})$ будут решениями этих уравнений при $R = 1$, $\alpha = \alpha_*/R_*$, $\nu = \nu_*R_*$, что позволяет ограничиться изучением случая $R = 1$.

Система уравнений (19)–(23) решалась численно. Расчеты показывают, что при не очень больших α с большой точностью выполняется формула $\rho \approx 1 + \alpha\omega$. В процессе пересоединения ω растет, достигая максимума в момент полного пересоединения, а затем уменьшается до нуля. Типичное распределение ω показано на рис. 1. Картина перезамкнувшихся силовых линий магнитного поля приведена на рис. 2. Асимметрия в распределении ω связана с наличием холловских членов: она тем больше, чем больше коэффициент α.

В целом картина пересоединения при $\alpha \neq 0$ мало отличается от модели Кадомцева, поскольку выбираем малые значения α, чтобы система (19)–(23) была применима. Однако эти расчеты позволяют составить представление об изменении плотности в зависимости от ν и α. Приведем оценки для токамака TEXTOR. Для этой установки $\alpha = 0{,}05$, $R = 3{,}8$, $\nu = 10^{-8}$. Расчеты показывают, что уже при $\nu = 2{,}5\cdot 10^{-6} \gg 10^{-8}$ максимальное по времени и пространству отличие ρ от единицы достигает 20 %. Значение ω, а следовательно, и отличие ρ от единицы увеличиваются с уменьшением ν. Таким образом, роль обсуждаемых эффектов при параметрах реальной установки может только увеличиться.

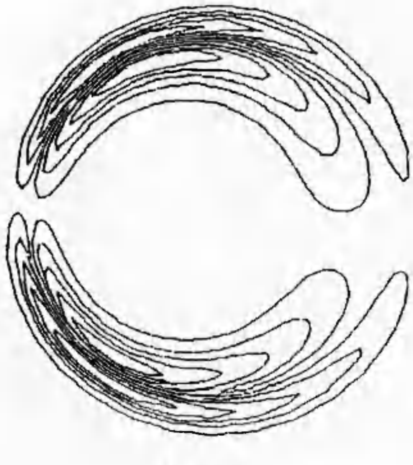

Рис. 1

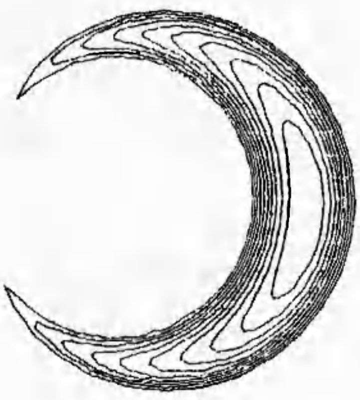

Рис. 2

Приложение

В настоящей работе показано, что при типичных для токамаков параметрах плазмы изменение плотности при развитии тиринг-моды может быть большим. Область наибольшего изменения сосредоточена в узкой окрестности нейтрального слоя. Поэтому градиенты плотности велики, что может существенным образом изменить картину течения. Корректный учет $\nabla\rho$ предполагает использование уравнений (11)–(15).

Покажем, как будет выглядеть уравнение для вектор-потенциала системы (11)–(15). Введем завихренность $\omega = (\mathbf{e}\operatorname{rot}\mathbf{V})$ и функцию ψ: $\mathbf{V}_0 = -(\mathbf{e}\times\nabla\psi)$ (см. (16)). Для ψ имеем

$$\Delta\psi = -\omega + \alpha\operatorname{div}\frac{j_g\nabla A_g - \nabla(p_e + H_g)}{\rho}. \tag{24}$$

Взяв дивергенцию от (11), получим

$$\operatorname{div}\frac{j_g\nabla A_g - \nabla(p_e + H_g)}{\rho} = \operatorname{div}\frac{\nabla p_i}{\rho} + \frac{d}{dt}\operatorname{div}\mathbf{V} + \frac{\partial V_k}{\partial x_l}\frac{\partial V_l}{\partial x_k}. \tag{25}$$

Здесь $d/dt = \partial/\partial t + (\mathbf{V}\nabla)$. Так как $\operatorname{div}\mathbf{V} = -\rho^{-1}(d\rho/dt)$, то $d(\operatorname{div}\mathbf{V})/dt = -d^2(\ln\rho)/dt^2$. Подставляя последнее в выражение $(\mathbf{V}_e\nabla)\nabla A_g = (\mathbf{V} + \alpha\rho^{-1}(\mathbf{e}\times\nabla H_g))\nabla A_g$, учитывая $(\mathbf{H}\nabla)\nabla A_g = 0$ и (16), (24), (25), запишем

$$\frac{\partial A_g}{\partial t} + (\mathbf{V}_a\nabla)A_g = -\nu j_g,$$

где

$$\mathbf{V}_a = (\mathbf{e}\times\nabla\Delta^{-1}\omega) - \alpha\rho^{-1}(\mathbf{e}\times\nabla p_e) - \alpha\Big(\mathbf{e}\times\nabla\Delta^{-1}\Big(\operatorname{div}\frac{\nabla p_i}{\rho}\Big)\Big) - \alpha\Big(\mathbf{e}\times\nabla\Delta^{-1}\Big(\frac{\partial V_k}{\partial x_l}\frac{\partial V_l}{\partial x_k} - \frac{d^2(\ln\rho)}{dt^2}\Big)\Big);$$

Δ^{-1} — обратный оператор Лапласа. Как видно, учет градиента плотности не является простым.

Отметим, что отличия реальной тороидальной геометрии от винтовой, использованной в данной работе, также проявляются во втором порядке разложения по R. На характер пилообразных колебаний могут влиять и такие факторы, как электронная инерция [10], продольная электронная вязкость [12] и т. п. Однако вывод о возможности существенного изменения плотности в процессе развития неустойчивости срыва в плазме токамаков остается в силе и в этих случаях. Он следует из того, что $\operatorname{div}\mathbf{V}$ оказывается порядка $\alpha\mathbf{H}\nabla j_z$.

В случае большой проводимости значение j_z велико, поэтому плазму нельзя считать несжимаемой. Выражение для $\operatorname{div}\mathbf{V}$ можно получить из уравнения для H_z (необязательно в случае винтовой геометрии) в предположении малости $\partial H_z/\partial t$ по сравнению с другими членами данного уравнения. Это верно, если характерное время процесса намного больше альфвеновского времени a/V_{A}, что соответствует реальности. Предположение $R^{-1} \ll 1$ необязательно.

Авторы выражают благодарность Г. И. Дудниковой и С. В. Буланову за полезные обсуждения.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-01572), Фонда INTAS (N 93-2836) и Германского исследовательского общества (DFG).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кадомцев Б. Б., Погуце О. П.** Нелинейные винтовые возмущения плазмы в токамаке // ЖЭТФ. 1973. Т. 65, вып. 2(8). С. 575–589.
2. **Кадомцев Б. Б.** О неустойчивости срыва в токамаках // Физика плазмы. 1975. Т. 1, вып. 5. С. 710–715.
3. **Soltwisch H., Stodiek W., Maniskam J., Schluter J.** Current density profiles in the TEXTOR tokamak // Plasma Physics and Controlled Nuc. Fus. Res. 1986. Proc. Intern. Conf., Kyoto, 1986. VI. P. 263–273.
4. **Soltwisch H.** Current density measurements in tokamak devices // Plasma Phys. and Contr. Fusion. 1992. V. 34, N 12. P. 1669–1698.
5. **Baty H., Luciani J.-F., Bussas M.-N.** Transition from a resistive kink mode to Kadomtsev reconnection // Nucl. Fusion. 1991. V. 31, N 11. P. 2055–2062.
6. **Ademir A. J., Wiley J. C., Ross D. W.** Toroidal studies of sawtooth oscillations in tokamaks // Phys. Fluids B. 1989. V. 1(4). P. 774–787.
7. **Kleva R. G., Drake J. F., Waelbroeck F. L.** Fast reconnection in high temperature plasmas // Phys. Plasmas. 1995. V. 2(1). P. 23–34.
8. **Xiogang Wang, Bhattacharjee A.** Nonlinear dynamics of the $m = 1$ kink-tearing instability in a modified magnetohydrodynamic model // Phys. Plasmas. 1995. V. 2(1). P. 171–181.
9. **Zakharov L., Roger B.** Two-fluid MHG description of the internal kink mode in tokamaks // Phys. Fluids B. 1992. V. 4(10). P. 3285–3301.
10. **Kleva R. G., Drake J. F., Denton R. E.** The fast crash of the central temperature during sawteeth in tokamaks // Phys. Fluids. 1987. V. 30(7). P. 2119–2128.
11. **Ademir A. Y.** Nonlinear studies of $m = 1$ modes in high-temperature plasmas // Phys. Fluids B. 1992. V. 4(1). P. 3469–3472.
12. **Qingquan Y. U.** A new theoretical model for fast sawtooth collapse // Nucl. Fusion. 1995. V. 35, N 8. P. 1012–1014.
13. **Березин Ю. А., Федорук М. П.** Математическое моделирование нестационарных плазменных процессов. Новосибирск: Наука, 1993.
14. **Березин Ю. А., Дудникова Г. И.** Численные модели плазмы и процессы пересоединения. М.: Наука, 1985.

Поступила в редакцию 24/V 1996 г.,
в окончательном варианте — 9/VII 1996 г.