

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ  
ГАЗОНЕФТЯНОЙ СКВАЖИНЫ  
В ОСЛОЖНЕННЫХ УСЛОВИЯХ**

УДК 532.546; 536.421

**Н. Г. Мусакаев, В. Ш. Шагапов**

**Институт механики многофазных систем СО РАН, 625000 Тюмень**

При эксплуатации нефтяных и газонефтяных скважин обычно наблюдаются два типа твердых отложений. Первый тип представляет собой газовые гидраты. К настоящему времени имеется достаточно устоявшаяся концепция процесса образования гидратных отложений на стенках скважин [1]. Согласно этим представлениям, интенсивность их образования в основном лимитируется условиями теплового баланса между слоем гидратных отложений и потоком углеводородных смесей в скважинах, а также окружающей скважину породой. При этом предполагается, что вблизи стенок скважин всегда имеются в избытке вода и легкие углеводородные газы, необходимые для образования гидратов.

Второй тип отложений представляет собой высокомолекулярные углеводородные системы, которые в дальнейшем будем называть парафиновыми отложениями. Причины выпадения парафинов из нефти в эксплуатационных скважинах — это понижение температуры газожидкостной смеси при подъеме ее к устью скважины, выделение из нефти газовой фазы, уменьшение растворяющей способности нефти и т. д. [2]. В условиях Западной Сибири, где горные породы на значительных глубинах представляют собой мерзлые водонасыщенные среды, процесс парафинообразования интенсифицируется вследствие большого охлаждения движущегося в стволе скважины газожидкостного потока.

Поэтому при изучении процессов, происходящих при эксплуатации нефтяных и газонефтяных скважин, необходимо учитывать три взаимосвязанных обстоятельства: гидро- и теплодинамику газожидкостного потока, отложение твердой фазы (парафинов) на внутренних стенках скважины и теплообмен скважины с окружающими породами.

**1. Движение газожидкостной смеси в вертикальном канале.** При описании течения газожидкостного потока в скважине примем за основу следующие допущения: температура в каждом сечении скважины одинакова для обеих фаз (газа и жидкости), течение квазистационарное, фазовые переходы происходят в равновесном режиме. Для наиболее полного учета межфазных массообменных процессов и связанных с ними теплофизических явлений примем, что двухфазная смесь состоит из трех компонентов: тяжелого, летучего и среднего компонента, присутствующего как в жидкой фазе, так и в виде паров в газовой фазе. Тяжелый компонент, являющийся непосредственным предшественником откладываемого на стенках скважины парафина, в жидкости может присутствовать в виде взвешенной твердой фазы (парафинового «тумана» или «хлопьев») и в растворенном состоянии. Кроме того, газ будем считать калорически совершенным, жидкость несжимаемой:

$$p = \rho_g^0 R_g T, \quad \rho_l^0 = \text{const.}$$

Здесь  $\rho^0$  ( $i = l, g$ ) — истинная плотность фаз;  $p$  и  $T$  — давление и температура двухфазного потока;  $R_g$  — газовая постоянная; индексами  $l$  и  $g$  помечены параметры, относящиеся к жидкости и газовой фазам.

Ось  $z$  направим вертикально вверх, а ее начало совпадает с забоем скважины.

С учетом отмеченных допущений, пренебрегая изменением массы потока из-за отло-

жений твердой фазы, уравнение сохранения массы запишем в виде [3]

$$m_l + m_g = m = \text{const}; \quad (1.1)$$

$$k_{l(g)} m_l + k_{g(g)} m_g = m_{(g)}, \quad (1.2)$$

где  $m_i$  ( $i = l, g$ ) — массовый расход  $i$ -й фазы через сечение скважины с координатой  $z$ ;  $k_{l(g)}$  и  $k_{g(g)}$  — массовые концентрации летучего компонента в жидкой и газовой фазах. При этом уравнение (1.1) выражает сохранение расхода всей смеси в целом, а (1.2) — сохранение расхода летучего компонента.

Уравнение импульса для всей смеси в целом в стационарном приближении можно записать как

$$m_l \frac{d(v_l^u)}{dz} + m_g \frac{d(v_g^u)}{dz} = -S \frac{dp}{dz} + J^{lg}(v_l^u - v_g^u) - f_w - J^{ls}(v_{ls} - v_i^u) - (\rho_l^0(1 - \alpha) + \rho_g^0\alpha)Sg. \quad (1.3)$$

Здесь  $v_i^u$  ( $i = l, g$ ) — среднеимпульсная скорость  $i$ -й фазы;  $S$  — площадь сечения ствола скважины;  $f_w$  — сила трения между потоком и стенкой канала;  $J^{ls}$  и  $J^{lg}$  — интенсивности газовыделения и твердых отложений, отнесенные на единицу длины канала;  $v_{ls}$  — скорость тяжелого компонента относительно жидкой фазы;  $\alpha$  — объемное газосодержание;  $g$  — ускорение силы тяжести.

При эксплуатации скважин скорость газожидкостной смеси обычно значительно меньше скорости звука в соответствующей смеси, и поэтому слагаемыми в левой части уравнения (1.3), связанными с инерционными эффектами, можно пренебречь. Кроме того, можно пренебречь также «реактивными» силами  $J^{ls}(v_{ls} - v_l^u)$  и  $J^{lg}(v_l^u - v_g^u)$ , связанными с фазовыми переходами. Тогда уравнение (1.3) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dz} &= -F_w - (\rho_l^0(1 - \alpha) + \rho_g^0\alpha)g \quad (F_w = f_w/S), \\ F_w &= (\lambda_w/4R)(\rho_l^0(1 - \varphi)^2/(1 - \alpha)^2 + \rho_g^0\varphi^2/\alpha^2)W^2 \quad (R = R_0 - \delta_s), \end{aligned} \quad (1.4)$$

где  $\varphi$  — объемное расходное газосодержание;  $\lambda_w$  — коэффициент трения между потоком и стенками канала;  $W$  — среднерасходная скорость;  $R_0$  — радиус подъемной колонны;  $\delta_s$  — толщина парафинотложений.

При снарядном и кольцевом режимах течения для нахождения коэффициента трения можно использовать выражение [4]

$$\lambda_w = 0,067(158/\text{Re} + \varepsilon/R)^{0,2} \quad (\text{Re} = (2\rho_l^0(1 - \alpha)WR)/\mu_l)$$

( $\mu_l$  — динамическая вязкость жидкости,  $\varepsilon$  — размер шероховатости трубы).

Для объемного газосодержания используем соотношение, предложенное А. А. Армандом [5]

$$\alpha = \begin{cases} 0,833\varphi, & \varphi \leq 0,9, \\ [0,833 + 0,167(1 + \rho_l^0(1 - \varphi)/(\rho_g^0\varphi))^{-1}]\varphi, & \varphi > 0,9 \end{cases} \quad \left( \varphi = \left[ 1 + \frac{\rho_g^0 m_l}{\rho_l^0 m_g} \right]^{-1} \right).$$

Уравнение притока тепла для рассматриваемой системы имеет вид

$$mc \frac{dT}{dz} = \frac{m_g}{\rho_g^0} \frac{dp}{dz} + m_l(l_{(g)}^{lg} - l_{(l)}^{lg}) \frac{dk_{l(g)}}{dz} + [l_{(g)}^{lg} k_{g(g)} + l_{(l)}^{lg} (1 - k_{l(g)})] \frac{dm_l}{dz} - Q_w. \quad (1.5)$$

Здесь  $mc = m_l c_l + m_g c_g$ ;  $Q_w = 2\pi R q_w$ ;  $c_i$  ( $i = l, g$ ) — удельная теплоемкость  $i$ -й фазы;  $l_{(l)}^{lg}$ ,  $l_{(g)}^{lg}$  — соответственно удельная теплота испарения жидкости и выделения растворенного газа;  $Q_w$  — интенсивность отвода тепла, отнесенная к единице длины скважины.

Из (1.1) и (1.2) следует

$$\frac{dm_l}{dz} = \left( m_l \frac{dk_{l(g)}}{dz} + m_g \frac{dk_{g(g)}}{dz} \right) / (k_{g(g)} - k_{l(g)}). \quad (1.6)$$

Подставляя (1.6) в (1.5), получим

$$mc \frac{dT}{dz} = \frac{m_g}{\rho_g^0} \frac{dp}{dz} + A_l \frac{dk_{l(g)}}{dz} + A_g \frac{dk_{g(g)}}{dz} - Q_w, \quad A_l = m_l(l_{(l)}^{lg} - l_{(l)}^{lg}) + \frac{l_{(l)}^{lg} m_l}{k_{g(g)} - k_{l(g)}}, \quad (1.7)$$

$$A_g = l_{(g)}^{lg} m_l / (k_{g(g)} - k_{l(g)}), \quad l_{(l)}^{lg} = l_{(g)}^{lg} k_{g(g)} + l_{(l)}^{lg} (1 - k_{l(g)}).$$

Для зависимости парциального давления летучего компонента от его массовой концентрации в жидкой фазе примем закон Генри

$$p_{(g)} = G_{(g)} k_{l(g)} \quad (1.8)$$

( $G_{(g)}$  — постоянная Генри).

Положим, что парциальное давление паров жидкости (среднего компонента) равно значению давления насыщения при текущей температуре. Зависимость давления от температуры обычно принимается в виде

$$p_{(l)} = p_{(l)}(T) = p_{(l)*} \exp(-T_*/T) \quad (1.9)$$

( $p_{(l)*}$  и  $T_*$  — эмпирические аппроксимационные параметры). Кроме того, будем полагать, что давление в газовой фазе удовлетворяет закону Дальтона

$$p = p_{(l)} + p_{(g)}, \quad p_{(l)} = \rho_{g(l)}^0 R_{(l)} T, \quad p_{(g)} = \rho_{g(g)}^0 R_{(g)} T, \quad (1.10)$$

$$\rho_{g(l)}^0 + \rho_{g(g)}^0 = \rho_g^0, \quad R_{(l)}(1 - k_{g(g)}) + R_{(g)} k_{g(g)} = R_g,$$

где  $\rho_{g(l)}^0$ ,  $\rho_{g(g)}^0$  и  $R_{(l)}$ ,  $R_{(g)}$  — истинные плотности и газовые постоянные соответственно среднего и летучего компонентов в газовой фазе.

На основе соотношений (1.8)–(1.10), исключая  $p_{(l)}$  и  $p_{(g)}$ , получим

$$p = p_{(l)}(T) + G_{(g)} k_{l(g)}; \quad (1.11)$$

$$\frac{p_{(l)}(T)}{p} = \frac{R_{(l)}(1 - k_{g(g)})}{R_{(l)}(1 - k_{g(g)}) + R_{(g)} k_{g(g)}} = B. \quad (1.12)$$

Дифференцируя (1.11) и (1.12) по координате  $z$ , имеем

$$\frac{dp}{dz} = \frac{dp_{(l)}(T)}{dz} + G_{(g)} \frac{dk_{l(g)}}{dz}, \quad \frac{dp_{(l)}(T)}{dz} = p'_{(l)}(T) \frac{dT}{dz} = B \frac{dp}{dz} + B' p \frac{dk_{g(g)}}{dz},$$

$$p'_{(l)}(T) = \frac{dp_{(l)}(T)}{dT} = \frac{T_* p_{(l)}(T)}{T^2}, \quad B' = \frac{dB}{dk_{g(g)}} = -\frac{R_{(l)} R_{(g)}}{(R_{(l)}(1 - k_{g(g)}) + R_{(g)} k_{g(g)})^2}.$$

Отсюда следует

$$\frac{dk_{l(g)}}{dz} = \left( \frac{dp}{dz} - p'_{(l)}(T) \frac{dT}{dz} \right) / G_{(g)}; \quad (1.13)$$

$$\frac{dk_{g(g)}}{dz} = \left( p'_{(l)}(T) \frac{dT}{dz} - B \frac{dp}{dz} \right) / B' p. \quad (1.14)$$

Для нахождения распределения термодинамических параметров по скважине, согласно дифференциальным уравнениям (1.4), (1.7), (1.13) и (1.14), необходимо задать гра-

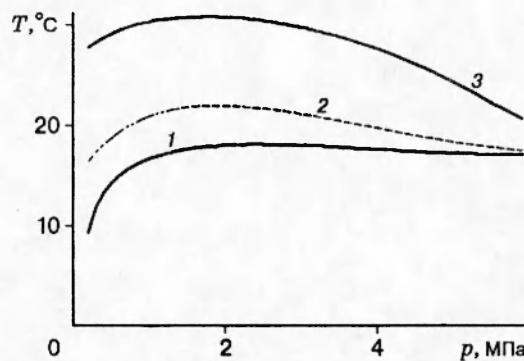


Рис. 1

ничные условия на забое и устье скважины. В качестве одного из них, по-видимому, разумно потребовать постоянство устьевого давления в процессе эксплуатации скважины. При этом будем полагать, что дебит скважины определяется значениями пластового и забойного давлений. В качестве простейшей такой зависимости можно принять выражение  $m = K(p_b - p_f)$  ( $p_b$  и  $p_f$  — соответственно пластовое и забойное давления).

Параметр  $K$ , являющийся характеристикой пласта, будем считать постоянным. Его значение можно найти по известному режиму работы скважины (по известным значениям  $p_b$ ,  $p_f$  и  $m$ ). Температуру на забое  $T_f$  можно считать равной температуре пласта. Значения концентраций для летучего компонента в жидкой и газовой фазах ( $k_{l(g)f}$ ,  $k_{g(g)f}$ ) на забое скважины определим через забойное давление и температуру из соотношений (1.11) и (1.12):

$$k_{l(g)f} = (p_f - p_{(l)}(T_f))/G_{(g)}; \quad (1.15)$$

$$p_{(l)}(T_f)/p_f = R_{(l)}(1 - k_{g(g)f})/(R_{(l)}(1 - k_{g(g)f}) + R_{(g)}k_{g(g)f}). \quad (1.16)$$

Задавая на забое скважины значения давления, температуры и находя из (1.15) и (1.16) концентрации  $k_{l(g)f}$  и  $k_{g(g)f}$ , определим численным интегрированием системы уравнений (1.4), (1.7), (1.13) и (1.14) распределение гидродинамических параметров по скважине и на устье. А постоянства устьевого давления можно добиться «пристрелкой» значения давления на забое скважины.

Устьевое давление влияет на температурную обстановку в подъемной колонне. На рис. 1 приведена зависимость средней температуры газожидкостного потока от устьевого давления на различных глубинах ( $h = 0; 200; 500$  м — кривые 1–3). Здесь и в дальнейшем при расчетах использованы следующие параметры, определяющие свойства рассматриваемой системы:  $p_b = 22,7$  МПа,  $p_f|_{t=0} = 13,6$  МПа,  $T_f = 353$  К,  $H = 3000$  м,  $R_0 = 0,0315$  м,  $R_c = 0,25$  м,  $m_l = 0,463$  кг/с,  $m_g = 0,083$  кг/с,  $\rho_l^0 = 850$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_s^0 = 900$  кг/м<sup>3</sup>,  $\mu_l = 4,1 \cdot 10^{-3}$  кг/(м·с),  $\mu_g = 1,25 \cdot 10^{-5}$  кг/(м·с),  $R_{(g)} = 520$  м<sup>2</sup>/(с<sup>2</sup>·К),  $R_{(l)} = 52$  м<sup>2</sup>/(с<sup>2</sup>·К),  $\lambda_l = 0,13$  кг·м/(с<sup>3</sup>·К),  $\lambda_s = 0,27$  кг·м/(с<sup>3</sup>·К),  $c_l = 2100$  м<sup>2</sup>/(с<sup>3</sup>·К),  $c_g = 2500$  м<sup>2</sup>/(с<sup>3</sup>·К),  $l_{(l)}^{lg} = 2,3 \cdot 10^5$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>,  $l_{(g)}^{lg} = 10^4$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>,  $l^{ls} = 2 \cdot 10^5$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>,  $\varepsilon = 1,5 \cdot 10^{-5}$  м ( $H$  — глубина скважины,  $\rho_s^0$ ,  $\lambda_s$  и  $l^{ls}$  — истинная плотность, удельная теплопроводность и теплота кристаллизации парафина,  $R_c$  — внешний радиус скважины). Будем полагать, что в межтрубном пространстве скважины находится жидкость (нефть), а температура на внешней границе скважины для удобства расчетов равна геотермальной  $T_0^{(1)}$ .

Из рис. 1 видно, что при определенном значении устьевого давления температуры в стволе скважины наибольшие. Этому обстоятельству, на наш взгляд, можно дать следу-

ющее объяснение.

Анализ уравнения (1.7) показывает, что на изменение средней температуры газожидкостного потока по мере подъема его к устью скважины влияют три основных фактора: адиабатическое расширение, фазовые переходы и теплоотвод в окружающую горную породу, причем изменением температуры из-за фазовых переходов по сравнению с другими слагаемыми можно пренебречь. При уменьшении устьевого давления снижается давление на забор и увеличивается дебит скважины. Тем самым продукт скважины, двигаясь быстрее (возрастают линейные скорости фаз), отдает за время подъема к устью меньшее количество теплоты в окружающую горную породу. Но вместе с уменьшением теплоотдачи растут температурные потери газожидкостного потока, связанные с адиабатическим расширением. Тем самым именно конкуренцией этих факторов достигается то, что при некотором значении устьевого давления температуры в стволе скважины наибольшие. Подобная немонотонная зависимость температуры от давления на выходе трубы при течении реального газа отмечена в [6].

Для замыкания уравнений (1.4), (1.7), (1.13) и (1.14) необходимо задать интенсивность отвода тепла  $Q_w$ , а также интенсивность образования и роста отложений парафина на внутренних стенках скважины.

**2. Кинетика парафиноотложений.** Для образования парафиновых отложений необходимо, чтобы углеводородная смесь содержала тяжелые (высокомолекулярные) компоненты и температурный режим в скважине (особенно вблизи ее стенок) допускал возможность существования твердой фазы.

В общем случае, по-видимому, сужение поперечного сечения ствола («склероза») скважины из-за парафиноотложений сопровождается конденсационным образованием частиц твердой фазы в жидком слое, текущем вблизи стенок, вследствие переохлаждения слоя ниже температуры кристаллизации тяжелых углеводородных компонентов и последующим переносом этих частиц к стенке канала (например, за счет действия термофоретических сил). Кроме того, в образовании и росте твердой фазы на стенке скважины участвуют диффузионный и термодиффузионный переносы тяжелых углеводородных компонентов к стенке канала.

Предположим, что образование твердой фазы (парафина) в основном определяется потерей текучести жидкости вблизи стенок из-за ее застывания с понижением температуры. Это допущение означает, что жидкость в избытке содержит тяжелые компоненты, порождающие твердую фазу, а интенсивность процесса отложения твердой фазы  $J^{ls}$  определяется из условия теплового баланса на поверхности твердых отложений:

$$\rho_s^0 l^{ls} \frac{\partial \delta_s}{\partial t} = -q_w - \lambda_s \left( \frac{\partial T_s}{\partial r} \right)_R. \quad (2.1)$$

Далее, полагаем, что внутренняя поверхность твердой фазы является изотермической поверхностью, температура которой  $T_\sigma$  равна температуре кристаллизации  $T_e$  в углеводородной смеси, текущей по скважине.

Интенсивность теплообмена между поверхностью твердой фазы и потоком примем в виде

$$q_w = \beta_w (T - T_\sigma), \quad (2.2)$$

где  $\beta_w$  — коэффициент теплопередачи, зависящий от структуры газожидкостного потока в скважине, а также от особенностей течения в приповерхностном слое вблизи твердой фазы или стенок канала.

В связи с тем, что процесс нарастания слоя парафина на стенке скважины происходит достаточно медленно (т. е. характерное время полного смыкания пропускного сечения скважины значительно больше характерного времени установления стационарного про-

филя температуры внутри твердой фазы  $t_s = \delta_s^2 / \chi_s$  ( $\chi_s$  — коэффициент температуропроводности парафина)), будем полагать, что распределение температуры в твердом слое  $T_s$  в каждый момент времени удовлетворяет уравнению

$$r^{-1} \frac{d}{dr} \left( \chi_s r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) = 0 \quad (R < r < R_0).$$

Найдя на основе этого уравнения распределение температуры в твердом слое и подставляя его, а также (2.2) в уравнение (2.1), получим

$$\rho_s^0 l^{ls} \frac{\partial \delta_s}{\partial t} = -\beta_w (T - T_\sigma) + \lambda_s \frac{T_0 - T_\sigma}{R \ln(R/R_0)}. \quad (2.3)$$

Здесь  $T_0$  — температура внутренней стенки скважины, для нахождения которой необходимо рассмотреть задачу теплообмена скважины с окружающей породой.

Приведенная выше схема описания процесса отложения твердой фазы предполагает, что его интенсивность определяется полностью из условия теплового баланса. В более общем случае интенсивность отложения зависит от массопереноса тяжелого компонента к поверхности твердой фазы. Тогда для интенсивности образования твердой фазы запишем

$$j_{w(s)} = \frac{2\rho_l^0 D}{R(1-\alpha)} (\dot{c}_{l(s)} - k_{l(s)e}), \quad \frac{\partial \delta_s}{\partial t} = \frac{j_{w(s)}}{\rho_s^0},$$

где  $j_{w(s)}$  — интенсивность переноса массы тяжелого компонента, отнесенного к единице площади твердой фазы;  $D$  — коэффициент диффузии;  $k_{l(s)}$  и  $k_{l(s)e}$  — соответственно среднемассовая концентрация тяжелого компонента в жидкости и равновесная концентрация тяжелого компонента при температуре, равной температуре поверхности твердой фазы. На основе уравнения Шредера для зависимости  $k_{l(s)e}$  от температуры поверхности твердой фазы можно использовать выражение  $k_{l(s)e} = k_{l(s)e}^* \exp(-T_j^*/T_\sigma)$  ( $k_{l(s)e}^*$  и  $T_j^*$  — эмпирические аппроксимационные параметры).

Если предположить, что истощение тяжелого компонента отсутствует ( $\dot{c}_{l(s)} = \text{const}$ ) и температура поверхности твердой фазы на участке выпадения меняется слабо, то зависимость  $k_{l(s)e}$  от  $T_\sigma$  можно считать линейной. Тогда выражение для интенсивности образования твердой фазы примет вид

$$j_{w(s)} = K_m (T_e - T_\sigma), \quad K_m = \frac{2\rho_l^0 D}{R(1-\alpha)} \left( \frac{\partial k_{l(s)e}}{\partial T_\sigma} \right)_{T_e}. \quad (2.4)$$

Исключая из соотношений (2.3) и (2.4) значение температуры на поверхности твердой фазы  $T_\sigma$ , получим

$$\frac{\partial \delta_s}{\partial t} = \frac{\beta_w (T_e - T) + \lambda_s (T_0 - T_e) / (R \ln(R/R_0))}{\rho_s^0 [l^{ls} + (\beta_w - \lambda_s / (R \ln(R/R_0))) / K_m]}.$$

При этом значение температуры на поверхности твердой фазы определяем из выражения

$$T_\sigma = \frac{\beta_w T + K_m l^{ls} T_e - \lambda_s T_0 / (R \ln(R/R_0))}{\beta_w + K_m l^{ls} - \lambda_s / (R \ln(R/R_0))}.$$

На основе предложенной схемы были построены профили отложений парафина на внутренней стенке подъемной колонны в различные моменты времени после начала работы скважины (рис. 2, линии 1–4 соответствуют  $t = 1; 4; 7; 8$  сут). На рис. 3 показано распределение средней температуры газожидкостного потока на верхнем участке скважины в зависимости от толщины парафиноотложений, профиль которых изображен на рис. 2. При расчетах полагалось, что температура начала кристаллизации парафина равна 30 °C.

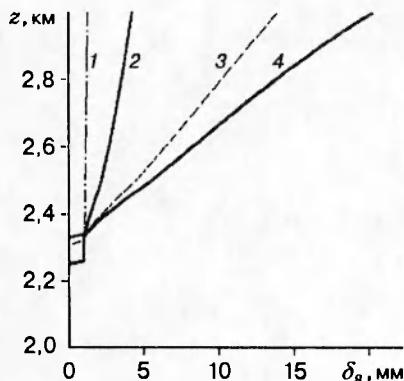


Рис. 2

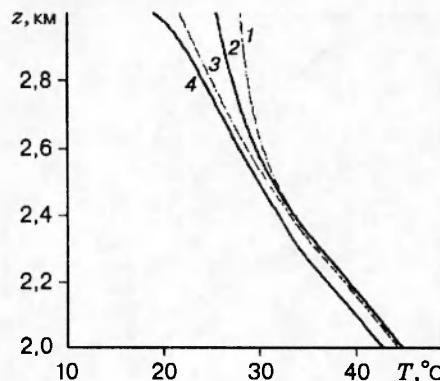


Рис. 3

Из рис. 2 и 3 видно, что парафиновые отложения не только не оказывают теплоизолирующего воздействия, но, напротив, даже интенсифицируют процесс парафинообразования. На наш взгляд, это происходит по следующей причине. С ростом толщины отложений снижается температура в стволе скважины из-за увеличения давления по скважине и уменьшения дебита (и соответствующего изменения скоростей фаз). А снижение температуры, в свою очередь, провоцирует более быстрый рост парафиноотложений.

**3. Теплообмен скважины с окружающей горной породой.** Для задания интенсивности теплообмена между скважиной и окружающей породой рассмотрим последовательно интенсивность теплообмена между потоком и стенкой скважины (или твердой фазой на стенке скважины), теплопередачу через стенки скважины и теплоотдачу в окружающую породу.

Выделим по длине скважины два участка. На первом участке, находящемся между забоем и тем сечением скважины, где температура на внутренней стенке достигает температуры кристаллизации для тяжелого компонента, отложение твердой фазы отсутствует, при этом для интенсивности теплообмена запишем  $q_w = \beta_w(T - T_0)$ .

Для определения температуры внутренней стенки скважины  $T_0$  необходимо рассмотреть задачу внешнего теплообмена; причем если положение сечения, где  $T_0$  достигает температуры кристаллизации для тяжелого компонента, находится выше подошвы мерзлых пород, то при определении температуры внутренней стенки скважины необходим учет образующейся вокруг скважины протаявшей зоны.

Второй участок находится между сечением начала образования твердой фазы и устьем скважины. Интенсивность теплообмена на этом участке скважины, где происходят парафиновые отложения, имеет вид  $q_w = \beta_w(T - T_\sigma)$ .

При рассмотрении неуставновившегося режима теплоотдачи от внутренней стенки канала в слои грунта [7], сквозь которые пробурена скважина, обычно считают, что теплоотдача описывается при помощи коэффициента

$$\beta = 1 / \left( R_N \sum_{i=1}^N \lambda_i^{-1} \ln(R_i/R_{i-1}) \right) \quad (R_N = R_c). \quad (3.1)$$

Здесь  $R_i$  — внешний радиус  $i$ -го слоя;  $\lambda_i$  — коэффициент теплопроводности в  $i$ -м слое; при этом  $i = 1$  соответствует подъемной колонне,  $i = N$  — слою, примыкающему к окружающей породе.

Если среда в межтрубном пространстве находится в состоянии термогравитационной конвекции, то коэффициент теплопроводности среды необходимо умножить на поправку [7]

$$\alpha = 0,049 (\text{Gr Pr})^{1/3} \text{Pr}^{0,074},$$

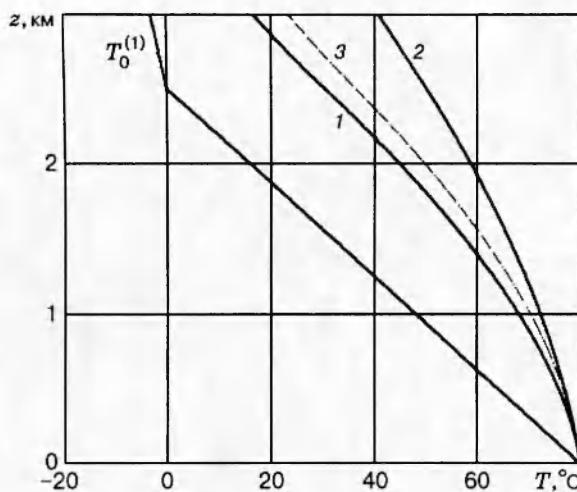


Рис. 4

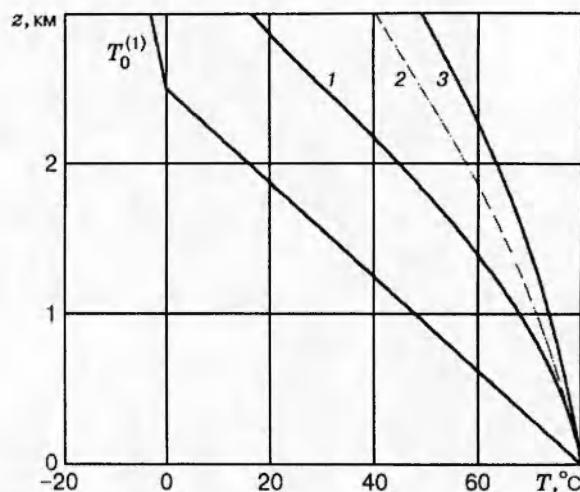


Рис. 5

где  $\text{Gr}$  и  $\text{Pr}$  — числа Грасгофа и Прандтля.

На рис. 4 представлено распределение средней температуры потока по скважине в зависимости от рода и состояния вещества в межтрубном пространстве. Видно, что при заполнении межтрубного пространства скважины веществом с меньшей теплопроводностью температурный режим в стволе скважины в значительной мере улучшается (линии 1 и 2 отвечают нефти и газу). Если же газ находится в межтрубье в состоянии термогравитационной конвекции (линия 3), то это приводит к увеличению тепловых потерь скважины. Использование теплоизолированных труб позволяет существенно улучшить температурную обстановку в стволе скважины (рис. 5, линии 1–3 соответствуют толщине изолирующего материала 0; 5; 10 мм, остальной объем межтрубного пространства заполнен нефтью). Однако изготовление подобного оборудования довольно сложно, и такие трубы оказываются весьма дорогими. В качестве теплоизолирующего материала в расчетах принимался пенополиуретан (коэффициент теплопроводности  $\lambda = 0,0067 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ ).

Как отмечалось выше, для определения температуры внутренней стенки канала  $T_0$  необходимо рассмотреть взаимодействие скважины с окружающей породой. При эксплуатации скважин в условиях вечной мерзлоты взаимодействие скважины с окружающей породой на определенных глубинах сопровождается протаиванием мерзлого грунта вблизи скважины. Поэтому в общем случае для описания внешнего теплообмена скважины необходимо решать задачу теплопроводности с учетом фазовых переходов.

Теплопередача между скважиной и окружающей породой в зоне, располагающейся ниже подошвы мерзлых пород либо в пределах мерзлых пород, до момента появления протаявшей породы  $t^{(1)}$  описывается уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial T^{(1)}}{\partial t} = \chi^{(i)} r^{-1} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T^{(1)}}{\partial r} \right), \quad 0 < t < t^{(1)}, \quad r > R_c, \quad \chi^{(i)} = \lambda^{(i)} / \rho^{(i)} c^{(i)}. \quad (3.2)$$

Здесь и ниже  $\rho^{(i)}$ ,  $c^{(i)}$ ,  $T^{(i)}$ ,  $\lambda^{(i)}$ ,  $\chi^{(i)}$  — плотность, удельная теплоемкость, температура и коэффициенты теплопроводности и температуропроводности; верхний индекс в скобках соответствует параметрам мерзлой ( $i = 1$ ) и протаявшей ( $i = 2$ ) породы.

На границе контакта скважины с породой примем условие в виде

$$-\lambda^{(1)} \frac{\partial T^{(1)}}{\partial r} = \beta(T_0 - T^{(1)}), \quad 0 < t < t^{(1)}, \quad r = R_c. \quad (3.3)$$

На бесконечности потребуем условие ограниченности температуры  $\partial T^{(1)}/\partial r = 0$ ,  $0 < t < t^{(1)}$ ,  $r = \infty$ . Кроме того, запишем условие равенства тепловых потоков через внешнюю и внутреннюю стенки скважины:

$$\lambda^{(1)} R_c \left( \frac{\partial T^{(1)}}{\partial r} \right)_{R_c} = \lambda_s R_0 \left( \frac{\partial T_s}{\partial r} \right)_{R_0}. \quad (3.4)$$

Описанная внешняя тепловая задача для рассматриваемых процессов достаточно точно и эффективно решается на основе интегрального метода [8, 9], согласно которому распределение температуры вокруг скважины имеет вид

$$T^{(1)} = C_1 \ln(r/R_c) + C_2(r/R_c) + C_3 \quad (3.5)$$

с граничными условиями

$$T^{(1)} = T_0^{(1)}, \quad \partial T^{(1)}/\partial r = 0, \quad r = R_*(t). \quad (3.6)$$

Здесь  $R_*(t)$  — радиус теплового влияния скважины; коэффициенты  $C_1, C_2, C_3$  находятся из условия удовлетворения функцией (3.5) граничным условиям (3.3) и (3.6);  $R_*$  определяется на основе (3.2).

Из соотношения (3.4) можно получить выражение для температуры на внутренней поверхности стенки скважины в зависимости от толщины твердых отложений и радиуса влияния скважины:

$$T_0 = T_\sigma - \frac{B_1(T_0^{(1)} - T_\sigma) \ln(R/R_0)}{\lambda_s/\lambda^{(1)} - B_1 \ln(R/R_0)}, \quad B_1 = \frac{\beta^{(1)}(\theta_* - 1)}{\theta_* - 1 + \beta^{(1)}(\theta_* \ln(\theta_*) - \theta_* + 1)},$$

$$\beta^{(i)} = \beta R_c / \lambda^{(i)} \quad (i = 1, 2), \quad \theta_* = R_*/R_c.$$

Полученные выше соотношения определяют тепловые поля вокруг скважины до момента достижения температуры породы на поверхности скважины значения температуры плавления мерзлой породы  $T^{(1,2)}$ . Для описания дальнейшего процесса теплообмена между скважиной и породой необходимо учитывать наличие протаявшей зоны между скважиной и поверхностью плавления мерзлой породы с радиусом  $R^{(1,2)}$ . В соответствии с этим внешнюю тепловую задачу вокруг скважины запишем в виде

$$\frac{\partial T^{(2)}}{\partial t} = \chi^{(2)} r^{-1} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T^{(2)}}{\partial r} \right), \quad t > t^{(1)}, \quad R_c < r < R^{(1,2)}, \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial T^{(1)}}{\partial t} = \chi^{(1)} r^{-1} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T^{(1)}}{\partial r} \right), \quad t > t^{(1)}, \quad R^{(1,2)} < r < \infty; \quad (3.8)$$

$$\lambda^{(2)} \frac{\partial T^{(2)}}{\partial r} = \beta(T^{(2)} - T_0), \quad t > t^{(1)}, \quad r = R_c; \quad (3.9)$$

$$T^{(1)} = T^{(2)} = T^{(1,2)}, \quad r = R^{(1,2)}. \quad (3.10)$$

$$-\lambda^{(2)} \frac{\partial T^{(2)}}{\partial r} + \lambda^{(1)} \frac{\partial T^{(1)}}{\partial r} = \rho^{(1)} l^{(1)} \frac{dR^{(1,2)}}{dt}, \quad t > t^{(1)}, \quad r = R^{(1,2)}, \quad \frac{\partial T^{(1)}}{\partial r} = 0, \quad r = \infty \quad (3.11)$$

( $l^{(1)}$  — теплота плавления мерзлой породы).

По аналогии с предыдущим распределение  $T^{(1)}$  примем в виде (3.5). Коэффициенты  $C_1, C_2, C_3$  находятся на основе граничных условий (3.6) и (3.10), а  $R_*(t)$  — из уравнений (3.8), (3.10).

Температурные профили в протаявшей зоне определим методом последовательной смены стационарных состояний [10, 11], согласно которому полагается, что распределение

температуры удовлетворяет уравнению

$$r^{-1} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T^{(2)}}{\partial r} \right) = 0 \quad (R_c < r < R^{(1,2)}),$$

решение которого с учетом граничных условий (3.9) и (3.10) имеет вид

$$T^{(2)} = T^{(1,2)} + \frac{\beta^{(2)}(T_0 - T^{(1,2)}) \ln(\theta^{(1,2)} R_c r^{-1})}{1 + \beta^{(2)} \ln(\theta^{(1,2)})}, \quad \theta^{(1,2)} = R^{(1,2)} / R_c.$$

Радиус протаявшей зоны  $R^{(1,2)}$  находится из условия Стефана (3.11). Учитывая, как и в предыдущем случае, что

$$\lambda^{(2)} R_c \left( \frac{\partial T^{(2)}}{\partial r} \right)_{R_c} = \lambda_s R_0 \left( \frac{\partial T_s}{\partial r} \right)_{R_0},$$

для температуры на внутренней поверхности канала скважины запишем выражение

$$T_0 = T_\sigma + \beta^{(2)}(T^{(1,2)} - T_\sigma) \ln(R/R_0) / \{ \beta^{(2)} \ln(R/R_0) - \lambda_s (1 + \beta^{(2)} \ln(\theta^{(1,2)})) / \lambda^{(2)} \}.$$

Таким образом, выполненное исследование позволило получить теоретическую модель работы скважины, учитывающую совместное проявление таких процессов, как течение газонефтяной смеси в стволе скважины, парафинотложение на внутренних стенках канала и теплообмен скважины с окружающей мерзлой породой.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бондарев Э. А., Габышева Л. Н., Каниболотский М. А. Моделирование образования гидратов при движении газа в трубах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. № 5. С. 105–112.
2. Гиматудинов Ш. К., Ширковский А. И. Физика нефтяного и газового пласта. М.: Недра, 1982.
3. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1, 2.
4. Хьюитт Г., Баттерворс Д. Теплопередача в двухфазном потоке. М.: Энергия, 1980.
5. Чисхолм Д. Двухфазные течения в трубопроводах и теплообменниках. М.: Недра, 1986.
6. Бондарев Э. А., Будугаев В. А., Каниболотский М. А. Выбор режима течения газа в трубах с максимальной температурой на выходе // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1979. № 1. С. 173–176.
7. Бурже Ж., Сурио П., Комбарну М. Термические методы повышения нефтеотдачи пластов. М.: Недра, 1988.
8. Goodman J. The heat balance integral and its application to problems involving change of phase // Trans. Soc. Mech. Eng. 1958. V. 80. P. 335–442.
9. Дубина М. М., Красовицкий Б. А., Лозовский А. С., Попов Ф. С. Тепловое и механическое взаимодействие инженерных сооружений с мерзлыми грунтами. Новосибирск: Наука, 1977.
10. Лейбензон Л. С. Собр. тр. Т. 4. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
11. Красовицкий Б. А. Применение метода последовательных приближений к задаче о протаивании мерзлого грунта вокруг газовой скважины // Изв. вузов. Нефть и газ. 1971. № 6. С. 37–41.

Поступила в редакцию 13/IX 1995 г.,  
в окончательном варианте — 5/XII 1995 г.