На фиг. 2 показана зависимость q_* от d при кипении бинарной смеси ацетон — вода для объемных концентраций 10, 20 и 30% воды (кривые и точки *1*, *2*, *3* соответственно). Характер зависимости q_* от диаметра для этих смесей сохраняет тот же вид, что и для чистых жидкостей.

Попытки обобщения полученных экспериментальных данных по предложенной в работе [5] методике не привели к положительным результатам.

Проведенные исследования показывают, что влияние диаметра нагревателя на критический поток при кипении сложнее, чем было установлено ранее [5].

Поступила 14 XII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Farber E. A., Scorah R. L. Heat Transfer to Water Under Pressure. Trans ASME, 1948, vol. 70.
2. Sauer E. T., Cooper H. B. H., Akin G. A., Mc Adams W. H. Heat Transfer to Boiling Liquids. Mech. Engng, 1938, vol. 60, p. 669.
3. Van Wijk W. R., Vos A. S., Van Stralen S. J. D. Heat Transfer to Boiling Binary Liquid Mextures. Chem. Engng Sci., 1956, vol. 5, p. 68.
4. Mc Adams W. H., Kennel W. E., Minden C. S. Picornell P. M., Dew J. E. Heat Transfer and High Rates to Water With Surface Boiling. Industr. and Engng Chem., 1949, vol. 41, p. 1945.
5. Бобрович Г. И., Гогонин И. И., Кутателадзе С. С. Влияние размера поверхности нагрева на критический тепловой поток при кипении в большом объеме жидкости. ПМТФ, 1964, № 4.
6. Бобрович Г. И., Гогонин И. И., Кутателадзе С. С., Москвичева В. Н. Критические тепловые потоки при кипении бинарных смесей. ПМТФ, 1962, № 4.

РАСЧЕТ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ В ТРУБАХ ЖИДКОСТЕЙ СО СТРУКТУРНОЙ ВЯЗКОСТЬЮ

В. И. Попов, Е. М. Хабахпашева

(Новосибирск)

Получены выражения для безразмерных критериев теплоотдачи структурновязких жидкостей для условий $t_w = \text{const}$ и $q_w = \text{const}$ в случае ламинарного квазиизотермического течения.

Рассмотрим случай квазиизотермического течения жидкостей со структурной вязкостью, т. е. предположим, что перепады температур по радиусу трубы таковы, что теплопроводность, теплоемкость и плотность жидкости можно считать постоянными по сечению, а вязкость — зависящей только от касательного напряжения сдвига τ.

Уравнение энергии в установившемся осесимметричном прямолинейном ламинарном потоке для значений числа Пекле ($P > 10$) в цилиндрических координатах можно записать в виде

$$W \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t}{\partial r} \right) \tag{1}$$

Здесь W — скорость потока, t — температура потока, a — коэффициент температуропроводности.

Общий вид зависимости текучести от напряжения сдвига $\varphi(\tau)$ для структурновязкой жидкости, реологические характеристики которой не зависят от времени, был предложен в работе [1]. Для жидкостей с линейным, квадратичным и т. д. законом текучести уравнение для градиента скорости при $\tau_1 \approx 0$ можно записать в виде

$$\frac{dW}{dr} = -\varphi_0 \left[1 + \sum_{n=1}^{m} \frac{\theta^n}{\varphi_0} \tau^n \right] \tau \tag{2}$$

Здесь φ_0 — нулевая текучесть (текучесть при $\tau \to 0$), θ — коэффициент структурной устойчивости, τ — касательное напряжение сдвига. На участке стабилизированного течения распределение касательных напряжений по сечению трубы имеет вид

$$\tau = \tau_w \xi \qquad (\xi = r / R) \tag{3}$$

Здесь τ_w — касательное напряжение сдвига на стенке. Подставляя (3) в (2) и интегрируя при условии $W=0$ при $\xi = 1$, получаем распределение скоростей

$$W = \frac{R\varphi_0\tau_w}{2} \left[1 - \xi^2 + \sum_{n=1}^{m} \frac{2}{n+2} \frac{\theta^n}{\varphi_0} \tau_w^{\,n} (1 - \xi^{n+2}) \right] \tag{4}$$

Выражение для относительной скорости имеет вид

$$\frac{W}{\langle W\rangle}=2\left[1-\xi^2+\sum_{n=1}^{m}\frac{2}{n+2}\frac{\theta^n}{\varphi_0}\tau_w{}^n(1-\xi^{n+2})\right]\left[1+\sum_{n=1}^{m}\frac{4}{n+4}\frac{\theta^n}{\varphi_0}\tau_w{}^n\right]^{-1} \tag{5}$$

При этом средняя расходная скорость потока равна

$$\langle W\rangle=2\int_0^1 W\xi d\xi=\frac{R\varphi_0\tau_w}{4}\left(1+\sum_{n=1}^{m}\frac{4}{n+4}\frac{\theta^n}{\varphi_0}\tau_w{}^n\right)$$

Как правило, структурно-вязкие среды характеризуются незначительным коэффициентом теплопроводности λ, значительной удельной теплоемкостью c_p и большой кинематической вязкостью ν. Таким образом, для структурно-вязких сред число Прандтля $\sigma \gg 1$. Поэтому можно считать, что толщина гидродинамического пограничного слоя в таких средах намного больше теплового, и процесс теплообмена сосредоточен в узкой пристенной области.

Введем в выражение (5) новую переменную $y = R - r$ и, рассматривая лишь пристенную область, будем пренебрегать отношением y / R в степени выше первой [1] Тогда распределение скоростей вблизи стенки примет вид

$$W=\frac{4\langle W\rangle y}{R}\chi, \qquad \chi=\left(1+\sum_{n=1}^{m}\frac{\theta^n}{\varphi_0}\tau_w{}^n\right)\left(1+\sum_{n=1}^{m}\frac{4}{n+4}\frac{\theta^n}{\varphi_0}\tau_w{}^n\right)^{-1} \tag{6}$$

Коэффициент χ учитывает структурно-вязкие свойства среды с линейным ($n = 1$), квадратичным ($n = 2$) и т. д. законами текучести.

Поскольку тепловой пограничный слой намного меньше радиуса трубы, то слой жидкости, участвующий в теплообмене, можно считать плоским, и уравнение (1) записать в виде

$$W\frac{\partial t}{\partial x}=a\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \tag{7}$$

Решение для случая $t_w =$ const. Введем безразмерные величины

$$\vartheta\equiv\frac{t_w-t}{t_w-t_0}, \quad X\equiv\frac{x}{D}, \quad Y\equiv\frac{y}{D}, \quad P\equiv\frac{D\langle W\rangle}{a}$$

Здесь t_0 — температура жидкости на границе теплового пограничного слоя, равная температуре жидкости на входе в трубу.

Тогда уравнение (7) примет вид

$$8\chi YP\frac{\partial\vartheta}{\partial X}=\frac{\partial^2\vartheta}{\partial Y^2} \tag{8}$$

Вводя новую безразмерную переменную

$$\eta=Y\left(\frac{X}{\chi P}\right)^{-1/3} \tag{9}$$

из уравнения (8) получаем обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2\vartheta}{d\eta^2}+\frac{8}{3}\eta^2\frac{d\vartheta}{d\eta}=0 \tag{10}$$

Решение которого при граничных условиях

$$\vartheta = 0 \text{ при } Y = 0, \qquad \vartheta = 1 \text{ при } X = 0$$

имеет вид

$$\vartheta=\int_0^\eta \exp\left(-\frac{8}{9}\eta^3\right)d\eta\left[\int_0^\infty \exp\left(-\frac{8}{9}\eta^3\right)d\eta\right]^{-1} \tag{11}$$

Значение критерия Нуссельта определится формулой

$$N_x=\frac{D}{t_w-t_0}\left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)_{y=0} \tag{12}$$

Подставляя в (12) выражение $\partial t / \partial y$ при $y = 0$ из (11), получим

$$N_x=1.07\left(\chi P\frac{D}{x}\right)^{1/3} \tag{13}$$

---

[1] Аналогичный подход к диффузионной проблеме осуществлен в работе [2].

и среднее значение критерия Нуссельта на длине L

$$\langle N \rangle = 1.62 \left(\chi P \frac{D}{L} \right)^{1/3} \qquad (14)$$

Для оценки изменения толщины теплового пограничного слоя δ_T

$$\delta_T \sim \frac{\lambda (t_w - t_0)}{q(x)} \sim \left(\frac{R^2 x}{\chi P} \right)^{1/3}$$

Для структурно-вязких жидкостей, у которых $\chi > 1$, нарастание теплового пограничного слоя происходит медленнее, чем у обычных жидкостей ($\chi = 1$) при одном и том же значении критерия Пекле. Поэтому длина участка трубы L_0, на которой δ_T достигает значений радиуса, будет несколько больше, т. е. $L_0 \sim \chi R P$.

Так как для жидкостей со структурной вязкостью в большинстве практических случаев произведение χP велико, то вся труба будет занята входной областью, в которой справедливо принятое предположение $\delta_T \ll R$.

Решение для случая $q_w = \text{const}$. Дифференцируя уравнение (8) по Y, имеем

$$8\chi P \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial Y \, \partial X} = \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{1}{Y} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial Y^2} \right) \qquad (15)$$

Вводя в уравнение (15) отношение плотностей теплового потока

$$Q = \frac{\partial \vartheta}{\partial Y} \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial Y} \right)^{-1}_{Y=0} \qquad (16)$$

и производя замену переменных по (9), получим

$$\frac{d^2 Q}{d\eta^2} + \frac{8\eta^3 - 3}{3\eta} \frac{dQ}{d\eta} = 0 \qquad (17)$$

Решение этого уравнения при граничных условиях $Q = 1$ при $Y = 0$, $Q = 0$ при $X = 0$ имеет вид

$$Q = \int_\eta^\infty \eta \exp\left(-\frac{8}{9} \eta^3 \right) d\eta \left[\int_0^\infty \eta \exp\left(-\frac{8}{9} \eta^3 \right) d\eta \right]^{-1} \qquad (18)$$

Подставляя (18) в (16) и интегрируя, получаем распределение температур

$$\vartheta = \left(\frac{X}{\chi P} \right)^{1/3} \left\{ \eta \left[1 - \frac{\Gamma(2/3, \eta)}{\Gamma(2/3)} \right] + \frac{\exp(-8/9\, \eta^3)}{(8/9)^{1/3} \Gamma(2/3)} \right\} \qquad (19)$$

и локальное значение критерия Нуссельта

$$N_x = 1.29 \left(\chi P \frac{D}{x} \right)^{1/3} \qquad (20)$$

Среднее значение числа Нуссельта на длине L равно

$$\langle N \rangle = 1.93 \left(\chi P \frac{D}{L} \right)^{1/3} \qquad (21)$$

Таким образом, расчеты показывают, что отношение коэффициентов теплоотдачи жидкостей со структурной вязкостью к коэффициентам теплоотдачи обычных ньютоновских жидкостей при одинаковых значениях PD / L и при граничных условиях как первого ($t_w = \text{const}$), так и второго $q_w = \text{const}$ рода будет

$$N / N_0 = \chi^{1/3}$$

Величины χ, подсчитанные для ряда структурно-вязких жидкостей (1%-ный раствор натриевой карбоксиметилцеллюлозы, 1.7%-ный раствор резины в толуоле, битум М-III), не превышали значений 1.3. Поэтому следует ожидать, что и значения критериев Нуссельта для таких сред в условиях квазиизотермического течения будут отличаться от их значений для обычных жидкостей не более чем на 10—20%.

Поступила 6 V 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С. С., Попов В. И., Хабахпашева Е. М. К гидродинамике жидкостей с переменной вязкостью. ПМТФ, 1966, № 1.
2. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. Физматгиз, 1959.