

# ВЛИЯНИЕ ВДУВА ГАЗОВ В ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ С ПРОДОЛЬНОМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ НА СОПРОТИВЛЕНИЕ ТРЕНИЯ

П. Н. Романенко, В. Н. Харченко

(Москва)

В опубликованных работах по пористому охлаждению [1-8] рассматривается вдув различных охладителей в турбулентный пограничный слой на плоской пластине при ее продольном обтекании без градиента давления в направлении течения.

Ниже представлены результаты исследования основных динамических характеристик турбулентного пограничного слоя на пористой плоской пластине при ее продольном обтекании нагретым воздухом с повышением и понижением давления в направлении течения. Через пористую пластину в воздушный поток вдувались газы с различным молекулярным весом: воздух, углекислота и фреон-12.

## Обозначения

|                                                         |                                                                  |
|---------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| $x, y$ — продольная и поперечная координаты,            | $c_f$ — коэффициент сопротивления,                               |
| $u, v$ — продольная и поперечная составляющие скорости, | $S$ — критерий Шмидта,                                           |
| $\rho$ — плотность,                                     | $R$ — критерий Рейнольдса (индекс означает характерную длину),   |
| $R^\circ$ — газовая постоянная,                         | $\kappa, \beta$ — эмпирические постоянные турбулентного течения, |
| $\delta^*$ — толщина вытеснения,                        | $h$ — разность уровней жидкости в дифференциальном манометре,    |
| $\theta$ — толщина потери импульса,                     | $\gamma_h$ — удельный вес жидкости в дифференциальном манометре, |
| $H$ — формпараметр пограничного слоя,                   | $D$ — коэффициент диффузии.                                      |
| $\tau$ — касательное напряжение,                        |                                                                  |

Индексы:  $w$  — параметры на стенке,  $I$  — параметры невозмущенного потока, ' — параметры вдуваемого газа.

1. Экспериментальная установка. Опыты проведены на экспериментальном участке, представляющем собой теплоизолированный канал прямоугольного сечения, в нижнюю стенку которого заделана медная пористая пластина размерами  $300 \times 60 \times 8$  мм с пористостью около 50%. Боковые стенки канала выполнены раздвижными, что позволяло создавать различные продольные градиенты давления. Предельные углы раствора и сужения канала 10 и 5° соответственно. Длина экспериментального участка 420 мм, размеры входного сечения  $150 \times 80$  мм.

Газы вдувались через пористую пластину под влиянием избыточного давления, создаваемого в нижнем резервуаре под пластиной. Вдуваемый воздух подводился к резервуару из ресивера воздушного компрессора, а другие газы — из баллонов через редукционные клапаны. Перепады статического давления на пластине контролировались дифференциальным манометром, заполненным ртутью. Расход вдуваемого газа определялся по предварительно построенным тарировочным графикам при известных температурах пластины и перепаде давлений в ней. Тарировочные графики устанавливали зависимость объемной проницаемости данного газа через пластину от перепада давлений при различных температурах пластины. Для заданного режима вдува объемная проницаемость определялась до и после опыта на специальной тарировочной установке по объему вытесненной воды из мерного бака газом, проходящим через пластину.

В процессе опыта измерялись следующие величины: динамическое давление и температура воздушного потока в семи сечениях по длине пластины, статическое давление в десяти сечениях по длине пластины, температура пластины в пяти точках на внутренней и в пяти точках на внешней ее поверхностях, температура вдуваемого газа перед пластиной.

Динамические давления в пограничном слое и в невозмущенном потоке контрольных сечений измерялись пневмометрическими микротрубками полного давления, соединяемыми с дифференциальными манометрами, которые заполнялись водой или этиловым спиртом. Температуры потока измерялись передвижными хромель-алюмелевыми термопарами в тех же сечениях, в которых измерялись динамические давления. Запись температур воздуха производилась на ленте электронного уравнивающего потенциометра.

Микротрубки Пито и микротермопары располагались вдоль пластины по ее центру при помощи координатников, позволяющих измерять динамические давления и температуры в сечениях пограничного слоя через интервал 0.05 мм. Одновременно в первом и последнем сечениях измерялись поля динамических давлений и температур по краям пластины. Эти измерения показали, что распределение параметров потока по ширине экспериментального участка было равномерным.

Температуры пластины, а также вдуваемого газа измерялись хромель-алюмелевыми термопарами и фиксировались при помощи переносного потенциометра ПП-25.

Особое внимание было обращено на заделку термопар в стенку. Концы термоэлектродных проводов помещались в изолирующий чулок из стеклоткани; в пористой стенке просверливалось отверстие диаметром, равным толщине проволоки с изоляцией ( $\sim 1$  мм), проволоки обмазывались клеем БФ-2 и вводились в отверстие. Затем концы проводов со спаем термопары укладывались в канавку длиной около 15 мм в направлении, перпендикулярном к направлению основного потока, и укреплялись клеем БФ-2. На внутренней стороне пластины термопары припаивались. Опыты показали, что температура на внутренней и внешней сторонах пластины была почти одинаковой.

На расстоянии 65 мм до входа воздушного потока на пластину выполнен отсос пограничного слоя, чем обеспечивалось начало нарастания пограничного слоя при входе на пластину.

Перед опытом пластина прогревалась до заданной температуры, которая в процессе опыта поддерживалась постоянной. Необходимое значение температуры пластины для данного опыта определялось на основе предварительных продувок.

Опытами охвачен диапазон чисел  $R$  от  $10^5$  до  $5 \cdot 10^5$ . Интенсивность вдува изменялась от 0.0001 до 0.007 параметр продольного градиента давления  $\Gamma$  — от 0.02 до — 0.04, температура воздушного потока — от 450 до 550 °К, температура пластины — от 375 до 420 °К. Скорости невозмущенного потока изменялись от 25 до 75 м/сек.

Экспериментальный участок был частью лабораторной установки, подробное описание которой дано в работе [9].

**2. Обработка и обобщение опытных данных.** Для определения скорости потока  $u$  в пограничном слое использовано исходное уравнение

$$u = \sqrt{2h \frac{\gamma_h}{\rho}}, \quad \rho = \frac{p}{gR_1 T} + \rho' \left(1 - \frac{R'}{R_1}\right) \quad (2.1)$$

В работах [6, 8] показано, что при вдуве газов в турбулентный пограничный слой можно принять

$$\frac{\rho'_w - \rho'}{\rho'_w} \approx \frac{u}{u_1}, \quad \left(\frac{du}{dy}\right)_w = - \left(\frac{d\rho'}{dy}\right)_w \frac{u'}{\rho'_w} \quad (2.2)$$

Касательное напряжение трения на стенке  $\tau_w$  равно

$$\tau_w = \mu_w \left( \frac{du}{dy} \right)_w = \frac{c_f}{2} \rho_1 u_1^2 \quad (2.3)$$

Для удельного массового расхода вдуваемого газа имеем уравнение

$$\rho'_w v_w - D_w \left( \frac{d\rho'}{dy} \right)_w = \rho_w v_w \quad (2.4)$$

Учитывая (2.2) и (2.3), уравнение (2.4) можно записать в следующем виде:

$$\frac{\rho'_w}{\rho_w} \left[ 1 + D_w \frac{\rho_w}{\mu_w} \left( \frac{c_f}{2} \frac{\rho_1 u_1}{\rho_w v_w} + \frac{u}{u_1} \right) \right] = 1 \quad (2.5)$$

Отсюда

$$\rho'_w = \rho_w \left[ 1 + \frac{1}{S} \left( \frac{1}{b_1} + \frac{u}{u_1} \right) \right]^{-1} \left( S = \frac{v_w}{D_w}, b_1 = \frac{\rho_w v_w}{\rho_1 u_1} \frac{2}{c_f} \right) \quad (2.6)$$

Здесь  $S$  — критерий Шмидта,  $b_1$  — параметр, характеризующий влияние подачи вещества через поверхность обтекаемого тела.

Из уравнения (2.2) имеем

$$\rho' = \rho'_w \left( 1 - \frac{u}{u_1} \right) \quad (2.7)$$

Подставляя выражение для  $\rho$  в уравнение (2.1) с учетом (2.6) и (2.7), получим уравнение для определения скорости по экспериментально измеренным величинам  $h$ ,  $p$ ,  $T$  и  $u_1$

$$\frac{1}{u_1} \frac{\rho_w}{1 + (Sb_1)^{-1}} \left( 1 - \frac{R'}{R_1} \right) u^3 - \left[ \frac{p}{gR_1 T} + \left( 1 - \frac{R'}{R_1} \right) \frac{\rho_w}{1 + (Sb_1)^{-1}} \right] u^2 + 2h\gamma_h = 0 \quad (2.8)$$

Для вычисления локальных значений коэффициента сопротивления  $c_f$  использовано интегральное уравнение импульсов

$$\frac{d\theta}{dx} + \left[ (H + 2) \frac{1}{u_1} \frac{du_1}{dx} + \frac{1}{\rho_1} \frac{d\rho_1}{dx} \right] \theta - \frac{\rho_w v_w}{\rho_1 u_1} = \frac{c_f}{2} \quad (2.9)$$

Здесь приходится графически определять производные  $\theta$ ,  $u_1$ ,  $\rho_1$ , что снижает точность значения  $c_f$ .

Для надежности локальные значения  $c_f$  определялись еще другим независимым путем, пользуясь методом Клаузера [10]. Для турбулентного ядра пограничного слоя с теплообменом и вдувом газов получен логарифмический закон распределения скоростей следующего вида:

$$\frac{u}{V\bar{A}} \ln \frac{2\sqrt{A[A(u/u_1)^2 + B(u/u_1) + C]} + 2A(u/u_1) + B}{2\sqrt{AC} + B} = \ln \frac{R_y \sqrt{c_f/2}}{\beta} \quad (2.10)$$

Здесь коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $C$  зависят от физических свойств вдуваемых газов, интенсивности вдува и температурного фактора  $T_w^\circ = T_u/T_1$ .

Строя профиль скоростей (2.10) в переменных  $u/u_1 = f(\lg, R_y)$ , получаем сетку кривых при фиксированных  $c_f$ . Локальное значение  $c_f$  определяется по совпадению экспериментального профиля скорости в его логарифмической части с одной из кривых сетки. Было замечено, что примерно на одной трети толщины пограничного слоя сохраняется логарифмический закон распределения скоростей, не зависящий от градиента давления.

Опытные данные обобщены в виде графических зависимостей между параметрами, характеризующими перенос тепла и импульсов в турбулентном пограничном слое с продольным градиентом давления и поперечным подводом массы.

В качестве параметров динамического турбулентного пограничного слоя приняты.

Параметр градиента давления

$$\Gamma = \frac{\theta}{u_1} \frac{du_1}{dx} R_\theta^{0.25} \quad (2.11)$$

Параметр закона трения

$$\zeta = \frac{\tau_w}{\rho_1 u_1^2} R_\theta^{0.25} = \frac{c_f}{2} R_\theta^{0.25} \quad (2.12)$$

Параметр вдува

$$J = \frac{\rho_w v_w}{\rho_1 u_1} R_\theta^{0.25} \quad (2.13)$$

Параметр для установления закона трения в пограничном слое с продольным градиентом давления и поперечным подводом массы можно получить на основании следующих соображений.

В случае ламинарного пограничного слоя уравнение количества движения на стенке имеет вид

$$\rho_w v_w \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_w = - \frac{dp}{dx} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_w \quad (2.14)$$

Примем распределение скорости  $u$  по сечению пограничного слоя в виде полинома четвертой степени

$$\frac{u}{u_1} = f(\eta) = e + a\eta + b\eta^2 + c\eta^3 + d\eta^4 \quad \left( \eta = \frac{y}{\delta} \right) \quad (2.15)$$

Граничные условия

$$\frac{u}{u_1} = 1, \quad \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{u}{u_1} = 0, \quad \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \frac{u}{u_1} = 0 \quad \text{при } \eta = 1 \quad (2.16)$$

С учетом (2.14) и (2.16) уравнение (2.15) приводится к виду

$$\frac{u}{u_1} = F(\eta) + BG(\eta) \quad \left( \begin{array}{l} F(\eta) = 2\eta - \eta^3 + 3\eta^4 \\ C(\eta) = 1/6 (\eta - 3\eta^2 + 3\eta^3 - \eta^4) \end{array} \right) \quad (2.17)$$

где

$$B = \left( \frac{\delta}{u_1} \frac{du_1}{dx} R_\delta - 2 \frac{\rho_w v_w}{\rho_1 u_1} R_\delta \right) / \left( \frac{1}{6} \frac{\rho_w v_w}{\rho_1 u_1} R_\delta + 1 \right) \quad (2.18)$$

Из уравнения (2.17) видно, что профили скоростей образуют семейство кривых, зависящих от одного параметра  $B$

Для турбулентного пограничного слоя можно ввести параметр, сходный по структуре с  $B$ , но с заменой  $\delta$  в уравнении (2.18) на  $\theta$  и  $R$  на  $R_\theta^{0.25}$ , т. е.

$$K = \left( \frac{\theta}{u_1} \frac{du_1}{dx} R_\theta^{0.25} - 2 \frac{\rho_w v_w}{\rho_1 u_1} R_\theta^{0.25} \right) / \left( \frac{1}{6} \frac{\rho_w v_w}{\rho_1 u_1} R_\theta^{0.25} + 1 \right) \quad (2.19)$$

В широком диапазоне изменения интенсивности вдува

$$\frac{1}{6} \frac{\rho_w v_w}{\rho_1 u_1} R_\theta^{0.25} \ll 1 \quad \left( \frac{1}{6} \frac{\rho_w v_w}{\rho_1 u_1} R_\theta^{0.25} \approx 0.015 \quad \text{при } \frac{\rho_w v_w}{\rho_1 u_1} = 0.01 \right)$$

Поэтому можно принять

$$K \approx \frac{\theta}{u_1} \frac{du_1}{dx} R_0^{0.25} - 2 \frac{\rho_w v_w}{\rho_1 u_1} R_0^{0.25} \quad (2.20)$$

Обработка опытных данных по сопротивлению в виде зависимости  $\zeta = f(K)$  показывает, что  $K$  является действительно эффективным параметром для установления связи между коэффициентом сопротивления, градиентом давления и массовым расходом вдуваемого газа. На фиг. 1 показана зависимость  $\zeta$  от  $K$  по опытным данным. Точки на графике соответствуют вдуву следующих газов: 1 — фреон-12, 2 — углекислота, 3 — воздух. При построении графика коэффициент сопротивления  $c_f$  в параметре  $\zeta$  определялся с учетом поправки на теплообмен  $(2/\sqrt{T_w^\circ + 1})^2$ . На фиг. 1 нанесены точки, соответствующие значениям параметра  $K$  с одинаковыми  $\Gamma$  и  $J$ .

Из фиг. 1 видно, что при определенном градиенте давления влияние вдува на трение зависит от физических свойств вдуваемых газов. С ростом молекулярного веса вдуваемых газов влияние вдува на трение уменьшается. Фреон-12 значительно меньше снижает сопротивление, чем воздух, однако при одинаковых расходах вдуваемого газа эффективность вдува воздуха значительно больше по сравнению с углекислотой, чем углекислоты по сравнению с фреоном-12.

Введем параметры  $\Gamma$ ,  $\zeta$  и  $J$  в уравнение (2.9)

$$\frac{d}{dx^\circ} (R_0^{1.25}) = 1.25 R_L [\zeta - (H + 1)\Gamma + J] \quad \left(x^\circ = \frac{x}{L}, R_L = \frac{\rho_1 u_1 L}{\mu_{00}}\right) \quad (2.21)$$

Здесь  $L$  — характерный линейный размер;  $\mu_{00}$  — коэффициент динамической вязкости невозмущенного потока при температуре торможения.

Обозначим правую часть уравнения (2.21) через  $F(\sigma)$  и установим вид этой функции.

Для турбулентного пограничного слоя с продольным градиентом давления на непроницаемой поверхности правая часть уравнения (2.21) имеет вид  $1.25[\zeta - (H + 1)\Gamma]R_L$ .

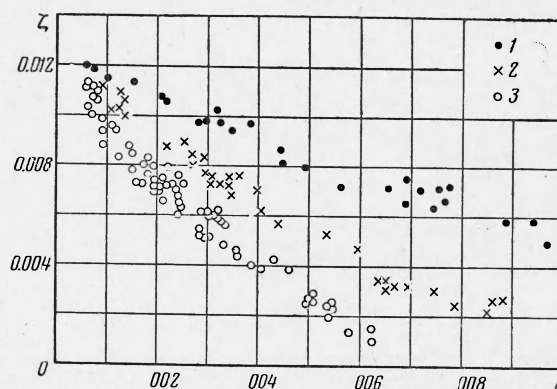
В случае турбулентного пограничного слоя на плоской пластине без градиента давления в направлении течения, но с подводом массы правая часть уравнения (2.21) запишется в виде  $1.25(\zeta + J)R_L$ .

В работе [9] показано, что для неизотермического турбулентного пограничного слоя с продольным градиентом давления на непроницаемой поверхности параметры  $\zeta$  и  $H$  являются функциями  $\Gamma$ . Поэтому выражение  $1.25[\zeta - (H + 1)\Gamma]$  также есть функция от  $\Gamma$

$$F(\Gamma) = 1.25[\zeta - (H + 1)\Gamma] \quad (2.22)$$

График функции  $F(\Gamma)$  от  $\Gamma$  представляется прямой, которая описывается уравнением

$$F(\Gamma) = 0.016 - 3.55\Gamma \quad (2.23)$$



Фиг. 1



На фиг. 2 дана зависимость функции  $1.25 (\zeta + J)$  от  $J$  для турбулентного пограничного слоя без градиента давления при вдуве различных газов по нашим опытным данным (точки на этой фигуре соответствуют вдуву: 1 — фреона-12; 2 — углекислоты; 3 — воздуха). График на фиг. 2 показывает, что  $1.25 (\zeta + J)$  является линейной функцией от  $J$ , но имеет различные угловые коэффициенты в зависимости от физических свойств вдуваемых газов

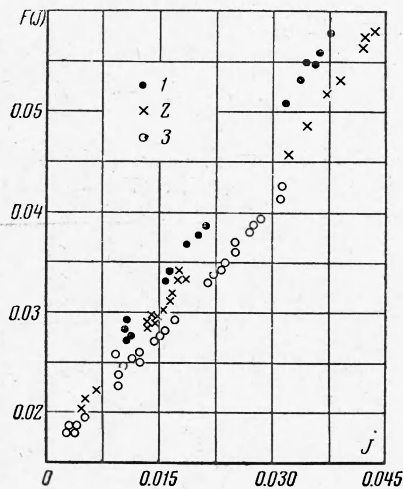
$$F(J) = 1.25 (\zeta + J) = 0.016 + aJ \quad (2.24)$$

При вдуве воздуха, углекислоты и фреона-12 значения постоянной  $a$  в уравнении (2.24) соответственно будут: 0.85, 0.98, 1.14.

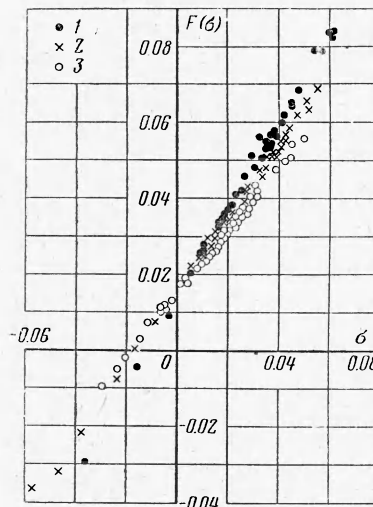
С учетом уравнений (2.23) и (2.24) функция  $F(\sigma)$  будет иметь вид

$$F(\sigma) = 0.016 - 3.55\Gamma + aJ = 0.016 + a\sigma \quad \left( \sigma = -\frac{3.55}{a}\Gamma + J \right) \quad (2.25)$$

На фиг. 3 показана зависимость функции  $F(\sigma)$  от  $\sigma$  при вдуве фреона-12 (точки 1), углекислоты (точки 2) и воздуха (точки 3). Расположение опытных точек на фиг. 3 подтверждает линейный характер функции  $F(\sigma)$ .



Фиг. 2



Фиг. 3

3. Расчет динамического пограничного слоя. При заданном изменении параметра вдува  $J(x)$  уравнение (2.25) с учетом уравнения (2.11) приводится к дифференциальному уравнению первого порядка относительно величины  $R_0^{1.25}$

$$\frac{d}{dx^0} (R_0^{1.25}) + 3.55 R_0^{1.25} \frac{1}{u_1} \frac{du_1}{dx^0} - (aJ + 0.016) R_L = 0 \quad (3.1)$$

Интеграл уравнения (3.1) равен

$$R_0^{1.25} = u_1^{-3.55} \left[ \int_{x_0^0}^{x^0} (aJ + 0.016) R_L u_1^{3.55} dx^0 + C \right]$$

или

$$R_0 = \left\{ u_1^{-3.55} \left[ \int_{x_0^0}^{x^0} (aJ + 0.016) R_L u_1^{3.55} dx^0 + C \right] \right\}^{0.8} \quad (3.2)$$

где  $C$  — постоянная интегрирования,  $x_0^\circ$  — значение безразмерной координаты в точке начала рассчитываемого турбулентного пограничного слоя

$$C = \left[ \frac{R_\theta^{1.25} u_1^{3.55}}{0.016} \right]_{x^\circ = x_0^\circ}$$

Таким образом, на основе полученных опытных данных, их обработки и обобщения, позволившего проинтегрировать уравнение движения, можно рекомендовать такую последовательность расчета динамического пограничного слоя при турбулентном течении газа с продольным градиентом давления и поперечным подводом массы.

1) При заданных законах изменения скорости и температуры в невозмущенном потоке, а также параметра вдува по продольной координате  $x$  по уравнению (3.2) определяется число  $R_\theta$ , а следовательно, и зависимость толщины потери импульса  $\theta$  от  $x$ .

Если не задана зависимость  $J(x)$ , но известен закон подвода массы вдуваемого газа  $\rho_w v_w / \rho_1 u_1$  по координате  $x$ , при определении величины  $J$  в уравнении (3.2) можно пользоваться соответствующими значениями  $\theta$ , вычисленными из уравнения (4.5) работы [9] для турбулентного пограничного слоя с продольным градиентом давления на непроницаемой поверхности. Расчеты показывают, что погрешность в определении толщины потери импульса для рассматриваемых условий течения получается незначительной, так как в величину  $J$  число  $R_\theta$  входит в степени 0.25.

2) По уравнениям (2.11) и (2.20) вычисляются значения параметров  $\Gamma$  и  $K$  в зависимости от  $x$ . В том случае, когда не задано закона изменения параметра  $J(x)$  и в подынтегральном выражении уравнения (3.2) его значение оценивается по толщине потери импульса в соответствующих условиях на непроницаемой поверхности, окончательные значения  $J$  подставляются по уравнению (2.13) после определения  $\theta$  из уравнения (3.2).

3) По графику на фиг. 1 определяются значения параметра  $\zeta$ , а по уравнению (2.12) — соответствующие локальные значения коэффициента сопротивления на стенке в зависимости от  $x$ .

4) Если аналитические зависимости  $u_1(x)$ ,  $T_1(x)$ ,  $\rho_w v_w / \rho_1 u_1$  от  $x$  не заданы, уравнение (3.2) может быть проинтегрировано численно одним из известных методов.

Поступила 29 VII 1962

#### ЛИТЕРАТУРА

1. R a n n i e W. E. A simplified theory of porous wall cooling. Prog. Rept. 4—50. Power plant lab. Proj. NMX801 Jet Prop. lab. CIT, 1947, XI.
2. M i c k l e y H. S. Heat, mass and momentum transfer for flow over a flat plate with blowing or suction. MIT Cambridge Mass. 1952, IX.
3. D o r r a n c e W. H., D o r e F. J. The effect of mass transfer on compressible turbulent boundary layer skin — friction and heat transfer. JAS, 1954, vol. 21, No 6, and an addendum JAS, 1956, vol. 23, No 3.
4. H a r t n e t t J. P., M a s s o n D. J., G r o s s G. F., G a z l e y C. J. Mass transfer cooling in a turbulent boundary layer. JAS, 1960, vol. 27, No 8.
5. C l a r k e J. H., M e n k e s H. R., L i b b y P. A. Principial analisis of turbulent boundary layer with injection. JAS, 1955, vol. 22, No 4.
6. М у г а л е в В. П. Приближенный метод расчета трения и теплоотдачи при вдувании воздуха в турбулентный пограничный слой. Тр. Московск. физ.-техн. ин-та, Оборонгиз, 1960, вып. 5.
7. К а л и х м а н Л. Е. Турбулентный пограничный слой несжимаемой жидкости на пористой стенке. ЖТФ, 1955, XXV, вып. 11.
8. К у т а т е л а д з е С. С., Л е о н т ъ е в А. И. Турбулентный пограничный слой газа на проницаемой стенке. ПМТФ, 1962, № 1.
9. Р о м а н е н к о П. Н., Л е о н т ъ е в А. И. Экспериментальное исследование турбулентного пограничного слоя при движении газа в осесимметричных диффузорах с охлаждаемыми стенками. Тр. Московск. ин-та инж. тр-та. Трансжелдориздат, 1961, вып. 139.
10. C l a u s e r F. H. Turbulent boundary layer in adverse pressure gradients. JAS, 1954, vol. 21, No 2.