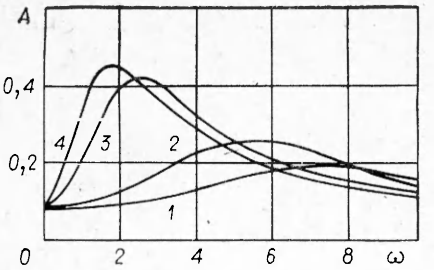


Фиг. 5

зонанса. При увеличении числа Прандтля резонансная частота уменьшается, а амплитуда колебания скорости при этом возрастает.

Безразмерным параметрам, используемым в расчетах, соответствуют значения физических величин, выбранные в пределах для $L = 0{,}01 - 0{,}1$м, $T_0 = 300 - 400$ К, $\Lambda = 100 - 200$ А/(м·град), $G = 10^4 - 10^5$ А/м$^2$, $\eta = 10^{-3}$—$10^{-2}$ кг/(м·с), $\lambda = 0{,}1$—$1{,}0$ Вт/(м·град), $c = 500$—$2000$ Дж/(кг·град).

Аналогично можно рассмотреть течение Куэтта намагничивающейся жидкости при температуре, близкой к точке Кюри. Заметим, что одной из характерных особенностей при этом будет появление возвратных течений у неподвижной стенки.

В заключение отметим, что полученные особенности течений намагничивающейся жидкости обусловлены зависимостью объемной намагниченности от температуры и магнетокалорическим эффектом.

Автор выражает благодарность участникам научного семинара под руководством К. Б. Павлова за полезные обсуждения работы.

*Поступила 4 XI 1982*

**ЛИТЕРАТУРА**

1. **Блум Э. Я., Михайлов Ю. А., Озолс Р. Я.** Тепло- и массообмен в магнитном поле. Рига: Зинатне, 1980.
2. **Rosensweig R. E.** The fascinating magnetic fluids.— New Scient., 1966, vol. 29, N 479.
3. **Бозорт Р. М.** Ферромагнетизм. М.: ИЛ, 1956.
4. **Neuringer J. L., Rosensweig R. E.** Ferrohydrodynamics.— Phys. Fluids, 1964, vol. 7, N 12.
5. **Баштовой В. Г., Берковский Б. М.** Термомеханика ферромагнитных жидкостей.— Магнитн. гидродинамика, 1973, № 3.
6. **Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.** Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.

---

УДК 532.542 : 660.095.26

# СТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ РЕАГИРУЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ С МЕНЯЮЩИМИСЯ С ГЛУБИНОЙ ПРЕВРАЩЕНИЯ СВОЙСТВАМИ

*Д. А. Ваганов*

(*Черноголовка*)

Исследование течения реагирующей жидкости с меняющимися в ходе химических превращений свойствами представляет значительный интерес в связи с анализом работы полимеризационных проточных реакторов вытеснения. Сопровождающее процессы полимеризации существенное увеличение вязкости реагирующей жидкости (до $10^6$ и более раз) приводит к качественным изменениям картины течения, а это, в свою очередь, влияет на макрокинетические закономерности процесса.

В настоящей работе рассмотрен простейший случай изотермического течения реагирующей жидкости, когда глубина превращения и свойства жидкости однозначно определяются временем протекания реакции. Получено общее автомодельное решение задачи, проанализированы основные особенности течения, проявляющиеся при значительном возрастании вязкости реагирующей жидкости.

1. Рассматривается стационарное ламинарное течение реагирующей ньютоновской жидкости в трубе (проточном трубчатом реакторе). Вязкость $\mu$ и плотность $\rho$ жидкости в ходе химических превращений меняются от исходных значений $\mu_0$ и $\rho_0$ на входе в реактор до конечных $\mu_1$ и $\rho_1$ при полном превращении. Температура жидкости полагается постоянной, химические превращения не зависят от градиентов скорости течения, влиянием диффузии ввиду малости коэффициентов диффузии в жидкостях пренебрегаем. Глубина превращения и свойства реагирующей жидкости

в этом случае однозначно определяются временем протекания реакции $t$, причем эти зависимости могут считаться заранее заданными.

При нахождении поля течения будем полагать, что радиальная составляющая скорости течения, возникающая в результате вызываемой изменением свойств реагирующей жидкости перестройки профиля течения, мала по сравнению с осевой составляющей, изменение давления по радиусу трубы является незначительным, вязкость жидкости достаточно велика, чтобы можно было пренебречь инерцией и влиянием входного участка гидродинамической стабилизации. При этих предположениях течение жидкости в каждом отдельном сечении практически не отличается от плоскопараллельного — приближение, широко используемое при исследовании различных вопросов, касающихся течения жидкости с меняющимися свойствами (см., например, [1—3]). Из общих уравнений движения ньютоновской жидкости [4] в рассматриваемом приближении следует

$$(1.1)\qquad \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(\mu R\frac{\partial V}{\partial R}\right)+\frac{dP}{dZ}=0,\quad 0\leqslant R\leqslant R_0,\quad 0<Z<Z_0,$$

где $V$ — осевая составляющая скорости течения; $R$ — расстояние от оси трубы; $P = P(Z)$ — разность между давлением на входе в трубу и давлением в данном сечении; $Z$ — расстояние от начала трубы; $Z_0$ и $R_0$ — длина и радиус трубы соответственно. Радиальная составляющая скорости течения $W$ определяется из уравнения неразрывности

$$(1.2)\qquad \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}(\rho RW)+\frac{\partial}{\partial Z}(\rho V)=0.$$

Время протекания реакции $t$ есть время, прошедшее с момента попадания элемента жидкости в реактор, и вычисляется по формуле

$$(1.3)\qquad t=\int\limits_0^Z\frac{dz}{V},$$

интегрирование в которой ведется вдоль траектории движения рассматриваемого элемента жидкости, т. е. вдоль фиксированной линии тока $\psi(Z,\ R) = \text{const}$, где

$$(1.4)\qquad \psi(Z,R)=\int\limits_R^{R_0}\rho V2\pi r dr$$

— функция тока, связанная с составляющими скорости соотношениями

$$(1.5)\qquad \partial\psi/\partial R = -2\pi R\rho V,\quad \partial\psi/\partial Z = 2\pi R\rho W.$$

На стенке трубы (при $R = R_0$) функция тока $\psi$ равна нулю, а на оси ее значение совпадает с величиной массового расхода жидкости $M = \pi R_0^2\rho_0 U$, где $U$ — средняя по сечению скорость подачи жидкости в трубу.

Пространственное распределение времен реакции $t(Z,\ R)$ в соответствии с (1.3) удовлетворяет уравнению

$$(1.6)\qquad V\frac{\partial t}{\partial Z}+W\frac{\partial t}{\partial R}\equiv V\left(\frac{\partial t}{\partial Z}\right)_{\psi}=1,$$

а на входе в трубу (при $Z = 0$) должно выполняться естественное граничное условие

$$(1.7)\qquad t(0,\ R) = 0 \text{ для всех } 0\leqslant R<R_0.$$

Задача состоит в решении уравнения (1.6) совместно с уравнениями движения (1.1), (1.2) при заданных зависимостях $\mu(t)$ и $\rho(t)$ и анализе на основании найденного решения общих свойств течения. Ограничения на вид функций $\mu(t)$ и $\rho(t)$ не накладываются; частный случай скачкообразного изменения свойств жидкости рассмотрен в [5].

2. Результаты [5, 6] подсказывают, что решение уравнения (1.6) следует искать в виде автомодельной зависимости

$$t = t(X), \quad X \equiv \psi(Z,\ R)/\sigma(Z) \tag{2.1}$$

такой, что

$$t \to 0 \text{ при } X \to \infty,\ t \to \infty \text{ при } X \to 0, \tag{2.2}$$

а функция $\sigma(Z)$, входящая в состав автомодельной переменной $X$ и также подлежащая нахождению в ходе решения задачи, является строго монотонно возрастающей и должна удовлетворять условию

$$\sigma = 0 \text{ при } Z = 0, \tag{2.3}$$

чтобы при $Z \to 0$ для всех $\psi > 0$ значение $X$ неограниченно возрастало и тем самым выполнялось требование (1.7).

Уравнения для нахождения функции $\sigma(Z)$ и автомодельной зависимости $t(X)$ предстоит определить из самого же уравнения (1.6), а именно, поскольку в соответствии с (2.1)

$$\left(\frac{\partial t}{\partial Z}\right)_\psi = \frac{X}{\sigma(Z)}\frac{d\sigma(Z)}{dZ}\frac{dt(X)}{dX}, \tag{2.4}$$

то, чтобы оказалось справедливым представление (2.1), левая часть уравнения (1.6) должна распадаться на произведение двух групп сомножителей, одна из которых является функцией лишь координаты $Z$, а другая — автомодельной переменной $X$. Для выполнения уравнения (1.6) тогда потребуется постоянство значения каждой из групп сомножителей, что и даст искомые уравнения.

Согласно (2.1), (1.5), при постоянном $Z$

$$\frac{\partial V}{\partial R} = \frac{\partial\psi}{\partial R}\frac{\partial V}{\partial\psi} = -2\pi R\rho V\frac{\partial V}{\partial\psi} = -\frac{\pi R\rho}{\sigma}\frac{\partial V^2}{\partial X}. \tag{2.5}$$

С другой стороны, интегрируя (1.1) по $R$ и учитывая, что $\partial V/\partial R = 0$ при $R = 0$, имеем

$$\partial V/\partial R = -(R/2\mu)dP/dZ. \tag{2.6}$$

В результате, интегрируя вытекающее из (2.5), (2.6) выражение для $\partial V^2/$ $/\partial X$, находим

$$V^2 = \frac{\sigma}{2\pi\mu_0\rho_0}\frac{dP}{dZ}\int\limits_0^X f(t(x))\,dx, \quad f(t) \equiv \frac{\mu_0\rho_0}{\mu\rho}. \tag{2.7}$$

Полученное выражение для скорости течения $V$ имеет вид, необходимый для существования автомодельного решения (2.1), и поэтому, подставляя (2.4), (2.7) в (1.6), в итоге для нахождения $\sigma(Z)$ и $t(X)$ получаем уравнения

$$\frac{1}{\sqrt{\sigma}}\frac{d\sigma}{dZ}\sqrt{\frac{dP/dZ}{2\pi\mu_0\rho_0}} = \beta; \tag{2.8}$$

$$-X\frac{dt}{dX}\Bigg/\sqrt{\int\limits_0^X f(t(x))\,dx} = \frac{1}{\beta}, \tag{2.9}$$

где $\beta$ — произвольная постоянная, наличие которой отражает тот факт, что условия (2.2), (2.3) допускают изменение функции $\sigma(Z)$ на любой постоянный положительный множитель — вид автомодельной зависимости (2.1) при этом не меняется. Но если значение $\beta$ фиксировано, уравнение (2.8) совместно с начальным условием (2.3) однозначно определяет функцию $\sigma(Z)$, а значит, и значение автомодельной переменной $X$, и для определенности в дальнейшем будем полагать $\beta = 4$. В этом случае, несмотря на различия в физической постановке задачи и виде автомодельной переменной, уравнение (2.9) лишь характером поведения функции $f(t)$ отличается от автомодельного уравнения, возникающего в [6].

Дифференцируя интегродифференциальное автомодельное уравнение (2.9) и исключая значение интеграла, получаем обыкновенное дифференциальное уравнение, которое, рассматривая в качестве независимой переменной время $t$, можно представить в виде

$$(2.10)\qquad y\frac{d^2y}{dt^2}=\left(\frac{dy}{\partial t}\right)^2-f(t),\quad y\equiv\frac{1}{2\sqrt{X}},$$

где введенная новая переменная $y$ полностью эквивалентна автомодельной переменной $X$, но имеет более удобный для анализа характер изменения.

Искомое решение уравнения (2.10) должно быть монотонным и удовлетворять условиям

$$(2.11)\qquad y\to 0 \text{ при } t\to 0,\quad dy/dt\to\sqrt{f(\infty)} \text{ при } t\to\infty.$$

Первое из этих граничных условий соответствует (2.2), а второе вытекает из (2.9) в пределе при $X\to 0$. Отметим также, что при $y\to 0$ из (2.10) следует

$$(2.12)\qquad \frac{dy}{dt}\to\sqrt{f},\quad \frac{d^2y}{dt^2}\Big/\frac{df}{dt}\to\frac{1}{\sqrt{f}}$$

и что при $f(t)\equiv\mathrm{const}$ общее решение уравнения (2.10) есть ($C$ и $\varphi$ — произвольные вещественные постоянные)

$$(2.13)\qquad C^{-1}\sqrt{f}\sin(Ct+\varphi),\quad C^{-1}\sqrt{f}\,\mathrm{sh}\,(Ct+\varphi)\ \text{ и }\ \sqrt{f}\,t+\varphi.$$

Из точки $y=t=0$, являющейся особой точкой уравнения (2.10), исходит бесчисленное множество интегральных кривых. Часть из них затем вновь достигает оси $y=0$, и можно показать, что огибающая $y_e(t)$ семейства таких немонотонных интегральных кривых есть единственное решение полученной краевой задачи.

Для доказательства заметим, что если $y_1(t)$ и $y_2(t)$ есть интегральные кривые уравнения (2.10) при, вообще говоря, различных функциях $f_1(t)$ и $f_2(t)$ и эти кривые при некотором $t=t_0$ касаются между собой, то, поскольку уравнение (2.10) можно представить в форме

$$(2.14)\qquad d^2\ln y/dt^2=-y^{-2}f,$$

для отношения $\eta=y_1(t)/y_2(t)$ имеем

$$(2.15)\qquad \frac{d}{dt}\ln\eta(t)\equiv\frac{y_1'(t)}{y_1(t)}-\frac{y_2'(t)}{y_2(t)}=\int_{t_0}^{t}\{(\eta^2-1)f_2+(f_2-f_1)\}y_1^{-2}d\tau,\quad \eta(t_0)=1,$$

откуда следует, что если $f_2\geqslant f_1$, то при $t>t_0$ выполняются соотношения $y_1\geqslant y_2$ и $y_1'\geqslant y_2'$, причем равенство здесь имеет место лишь при полном совпадении функций $f_1$ и $f_2$ на участке между $t_0$ и $t$. Учитывая эти свойства и используя для сравнения соответствующие решения (2.13), в результате получаем, что при нарушении первого из неравенств

$$(2.16)\qquad \min_{t>t_0}\sqrt{f(t)}\leqslant y'(t_0)\leqslant\max_{t>t_0}\sqrt{f(t)}$$

интегральная кривая при $t>t_0$ мажорируется сверху некоторой синусоидальной функцией, а при нарушении второго — экспоненциально возрастает, и, следовательно, как в том, так и в другом случае не может быть ни огибающей $y_e$, ни решением рассматриваемой краевой задачи. Огибающая $y_e(t)$, таким образом, должна при всех значениях аргумента удовлетворять соотношениям (2.16), а значит, удовлетворять и граничным условиям (2.11), т. е. является искомым решением. Если же предположить, что граничным условиям (2.11) удовлетворяют две интегральные кривые уравнения (2.10) $y_1$ и $y_2$, то для их отношения $\eta = y_1(t)/y_2(t)$ из (2.14) с учетом (2.11) получим выражение, совпадающее с (2.15) при $t_0 = \infty$ и $f_2 \equiv \equiv f_1$ и из которого при $\eta \neq 1$ и $f > 0$ следует $d|\ln \eta(t)|/dt < 0$. Следовательно, при $y_1 \not\equiv y_2$ для этих интегральных кривых неминуемо должно было бы быть $\eta(0) \neq 1$. Однако в действительности при $t \to 0$ из (2.11), (2.12) имеем $y_1/y_2 \to y_1'(0)/y_2'(0) = 1$ — противоречие, служащее доказательством единственности решения.

Существование и единственность решения краевой задачи одновременно являются и доказательством существования автомодельной зависимости (2.1).

**3.** Согласно найденному автомодельному решению, распределение времен реакции в потоке жидкости, пересекающей любое сечение $Z = = \mathrm{const}$, определяется одной и той же функцией $t(X)$; с ростом $Z$ приходится лишь отбрасывать все бо́льший и бо́льший участок универсальной кривой, а относительные значения плотности распределения остаются неизменными. Среднее время, за которое жидкость достигает данное сечение, есть

$$\vartheta(Z) \equiv M^{-1}\int_0^M t\,d\psi = X_0^{-1}\int_0^{X_0} t(X)\,dX, \quad X_0 \equiv M/\sigma(Z). \tag{3.1}$$

Не только $\vartheta$, но и другие характеристики могут быть представлены в квадратурах как функции переменных $X$ и $X_0$ (или $y_0 \equiv 1/2\sqrt{X_0}$). Так, поскольку в соответствии с (2.1), (1.5) при постоянном $Z$

$$\partial R^2/\partial X = \sigma\partial R^2/\partial\psi = -\sigma/\pi\rho V, \tag{3.2}$$

то, подставляя в (3.2) найденное выше выражение для скорости течения (2.7) и интегрируя, имеем

$$\left(R_0^2 - R^2\right)\sqrt{\frac{dP}{dZ}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}\frac{\mu_0}{\rho_0}}\,\sigma G(X), \tag{3.3}$$

где

$$G(X) = \int_0^X \frac{\rho_0}{\rho(t(x))}\frac{dx}{\sqrt{F(x)}}, \quad F(X) = \int_0^X f(t(x))\,dx. \tag{3.4}$$

При $X = X_0$ должно быть $R = 0$, и поэтому из (3.3) для градиента давления $dP/dZ$ следует

$$\frac{dP}{dZ} = \frac{2\mu_0 M}{\pi R_0^4\rho_0}\frac{G^2(X_0)}{X_0} = 8\frac{\mu_0}{R_0^2}U\Phi^2, \quad \Phi \equiv y_0 G(X_0), \tag{3.5}$$

а для радиальной координаты получаем

$$R^2/R_0^2 = 1 - G(X)/G(X_0). \tag{3.6}$$

Для скорости течения подстановка (3.6) в (2.7) дает

$$V/U = \sqrt{F(X)}G(X_0)/X_0. \tag{3.7}$$

Для координаты $Z$ из уравнения (2.8) с учетом (3.5) вытекает

$$Z = U\zeta(y_0), \quad \zeta(y_0) = 2\int_0^{y_0}\Phi(y)\,dy, \tag{3.8}$$

а для изменения давления из (3.5), (3.8) находим

$$P = 8\frac{\mu_0}{R_0^2}U^2 p(y_0), \quad p(y_0) = 2\int_0^{y_0}\Phi^3(y)\,dy. \tag{3.9}$$

При заданном расходе жидкости выражения (3.5) — (3.9) полностью описывают изменения характеристик потока по длине трубы. И наконец, связь между расходом жидкости и перепадом давления $P_0 \equiv P(Z_0)$ дается вытекающим из (3.8), (3.9) параметрическим представлением

$$U = \frac{Z_0}{\zeta(y)}, \quad P_0 = 8\frac{\mu_0}{R_0^2} Z_0^2 \varkappa(y), \quad \varkappa \equiv \frac{p}{\zeta^2} \quad (0 < y < \infty). \tag{3.10}$$

Таким образом, все основные параметры течения выражаются в квадратурах через найденную выше автомодельную зависимость $t(X)$.

4. Особый интерес представляет анализ закономерностей течения в случае значительного возрастания вязкости реагирующей жидкости, $\mu_1 \gg \mu_0$. Поток непрореагировавшей жидкости в этом случае сжимается в узкую струю, прорывающуюся через малоподвижный слой продуктов реакции, и для достижения полного превращения может потребоваться, чтобы среднее время пребывания жидкости в реакторе уже существенно превышало время, действительно необходимое для химического превращения [5].

Положим, что начиная с некоторого времени $t_0$ свойства реагирующей жидкости перестают далее меняться (достигается полное превращение), и, считая для простоты плотность жидкости постоянной, проанализируем асимптотическое поведение параметров потока при $A \equiv \mu_1/\mu_0 \to \infty$, предполагая неизменными значения вязкости жидкости на временах, для которых функция $f(t) = \mu_0/\mu(t)$ заметно превышает величину $\alpha \equiv A^{-1} \ll 1$ (например, рассматривая последовательность функций $f(t, \alpha) = \max\{\alpha, f_0(t)\}$, где $f_0(t)$ не зависит от значения $\alpha$ и обращается в нуль при $t > t_0$).

В соответствии с (2.13) при $t > t_0$

$$y = y_* + \sqrt{\alpha}(t - t_0), \tag{4.1}$$

где $y_* \equiv y(t_0)$, и так как при сделанных выше предположениях поведение решения автомодельной краевой задачи на конечном участке $t \leqslant t_0$ при достаточно малых $\alpha$ практически перестает зависеть от значения $\alpha$, то $y_*$ можно приближенно считать константой. В случае скачкообразного изменения вязкости [5] $y = t_0/\arccos\alpha \simeq (2/\pi)t_0$, и, пользуясь аналогией, положим и в общем случае $y_* = (2/\pi)t_*$. Значения $t_*$ для ряда зависимостей приведены в [6]; в частности, для линейной зависимости $f(t) = 1 - t/t_0$ $t_* \simeq 0{,}60 t_0$.

Величина $\zeta \equiv Z/U$ при постоянной плотности жидкости совпадает со средним временем достижения жидкостью данного сечения, $\zeta = \vartheta$, и для расстояния $Z_*$, на котором в потоке достигается полное превращение, из (3.1) с учетом (4.1) следует

$$\zeta_* = t_0 + y_* \sqrt{A} \simeq (2/\pi)\, t_* \sqrt{A}. \tag{4.2}$$

Для $Z > Z_*$ имеет место обычное пуазейлевское течение полностью прореагировавшей жидкости, и, следовательно,

$$p = p_* + A(\zeta - \zeta_*), \quad p_* \equiv p(\zeta_*), \tag{4.3}$$

а представляя при $X > X_* \equiv (\pi/4t_*)^2$ соответствующее (3.1) выражение для $\zeta < \zeta_*$ в форме

$$\zeta = \zeta_0(X) + \frac{X_*}{X}\zeta_*, \quad \zeta_0(X) = X^{-1}\int\limits_{X_*}^{X} t(x)\,dx, \tag{4.4}$$

заметим, что, за исключением узкого интервала значений $X \simeq X_*$, в котором, впрочем, при $\alpha \ll 1$ первым слагаемым в (4.4) ввиду малости заведомо можно пренебречь, $\zeta_0(X)$ практически не зависит от значения $\alpha$. Аналогично и (3.4) при $X > X_*$ также можно с точностью до величин, стремящихся к нулю при $\alpha \to 0$, представить в виде

$$G(X) = G_0(X) + G_*, \; G_* = (\pi/2)\sqrt{A}/t_*, \; F(X) \simeq F_0(X), \tag{4.5}$$

где $G_0(X)$ и $F_0(X)$ не зависят от $\alpha$. При достаточно больших $X$

$$\zeta_0(X) \simeq 1/\sqrt{X}, \quad G_0(X) \simeq 2\sqrt{X}, \tag{4.6}$$

причем подстановка (4.6) в (4.4), (4.5) приводит к равномерно-пригодным асимптотическим разложениям (слагаемые в (4.4), (4.5) сравниваются лишь при $X/X_* \sim A \gg 1$, и поэтому при значениях аргумента, при которых проявляются отличия от (4.6), $\zeta_0(X)$ и $G_0(X)$ при $A \to \infty$ оказываются пренебрежимо малыми по сравнению со вторыми слагаемыми). И в результате с учетом (4.4)—(4.6) и (4.2) из (3.9) для $Z < Z_*$ получаем

$$p = \zeta + \zeta^2 (\pi/4t_*) \sqrt{A}. \tag{4.7}$$

По характеру движения жидкости расстояние $Z_*$, на котором совершаются в потоке химические превращения, при $A \gg 1$ можно подразделить на две частично пересекающиеся области, отвечающие соответственно значениям $X_0/X_* \gg 1$, для которых применимо приближение (4.6), и значениям $1 \leqslant X_0/X_* \ll A$, при которых можно уже пренебрегать первыми слагаемыми в (4.4), (4.5). В первой области, т. е. на начальном участке $0 < \zeta \ll \zeta_*$, течение реагирующей жидкости мало чем отличается от движения инертного потока в канале переменного сечения:

$$\frac{dP}{dZ} \simeq 8\frac{\mu_0}{R_*^2}\frac{M}{\pi R_*^2 \rho}, \quad \frac{R_*^2}{R_0^2} = \frac{G_0(X_0)}{G(X_0)} \simeq \left(1 + \frac{\pi}{2}\frac{Z}{Ut_*}\sqrt{A}\right)^{-1/2}, \tag{4.8}$$

а во второй, т. е. на участке $t_*/\sqrt{A} \ll \zeta \leqslant \zeta_*$, составляющем подавляющую часть расстояния $Z_*$, уже почти все сечение трубы занимает полностью прореагировавшая жидкость $\left(R_*^2/R_0^2 \ll 1\right)$, и именно величина ее массового потока $M_* = \psi(Z, R_*)$ и определяет текущее значение градиента давления:

$$\frac{dP}{dZ} \simeq 8\frac{\mu_1}{R_0^2}\frac{M_*}{\pi R_0^2 \rho}, \quad \frac{M_*}{M} \equiv \frac{X_*}{X_0} \simeq \frac{Z}{Z_*}.$$

При прочих равных условиях сжатие и ускорение превратившегося в узкую струю потока реагирующей жидкости пропорциональны $\sqrt{A}$:

$$\frac{R^2}{R_0^2} \simeq \frac{G_0(X_0) - G_0(X)}{(\pi/2t_*)\sqrt{A}}, \quad \frac{V}{U} \simeq \frac{\sqrt{F_0(X)}}{X_0}\frac{\pi\sqrt{A}}{2t_*},$$

и, хотя детальное поведение струи зависит от конкретного вида функции $f(t)$ (так, для скачкообразного изменения максимальное значение величины $v = V/U\sqrt{A}$ равно единице и достигается при $\zeta = (1/2)\zeta_*$, а для линейной зависимости — равно 0,7 и достигается при $\zeta \simeq 0{,}4\zeta_*$), неизменным сохраняется такое свойство, как постоянство по длине струи «эффективной скорости реакции» $dM_*/dZ$.

Максимальные значения расхода и перепада давления, при которых на выходе из реактора еще имеет место полное превращение, в соответствии с (3.10) равны

$$U_* \simeq \frac{\pi}{2t_*}\frac{Z_0}{\sqrt{A}}, \quad P_* \simeq 8\frac{\mu_0}{R_0^2} Z_0^2 \frac{\pi\sqrt{A}}{4t_*} = 8\frac{\mu_1/2}{R_0^2} Z_0 U_*,$$

а для зависимости перепада давления от расхода жидкости из (4.7) и (4.3) для $U > U_*$ и $U < U_*$ соответственно получаем

$$\frac{P}{P_*} = 1 + \frac{2}{A}\left(\frac{U}{U_*} - 1\right) \text{ и } \frac{P}{P_*} = 2\frac{U}{U_*} - \left(\frac{U}{U_*}\right)^2. \tag{4.9}$$

Как следует из (4.9), при $A \gg 1$ широкому интервалу изменения расхода $1 \leqslant U/U_* \ll A$ отвечает практически одно и то же значение перепада давления $P \simeq P_*$, так что если течение жидкости поддерживается путем задания перепада давления, то при переходе через это значение расход жидкости резко возрастает (или падает) чуть ли не в $A$ раз, а режим течения скачком меняется от соответствующего полному превращению на выходе из реактора до такого, в котором единственным видимым проявлением химических превращений является наличие сжимающего поток почти неподвижного слоя продуктов реакции ($Z_0/U \ll \zeta_*$, профиль образующегося слоя указан в выражении (4.8)).

Для глубины превращения в реакторе $\eta$ можно предсказать зависимость вида $\eta = aU_*/U$, где множитель $a$ слабо меняется с увеличением расхода, $a(U_*) = 1$.

Результаты анализа свидетельствуют, что основные количественные закономерности в случае значительного возрастания вязкости реагирующей жидкости определяются значениями всего лишь двух параметров — величины относительного увеличения вязкости $A \equiv \mu_1/\mu_0$ и параметра $t_*$, играющего роль характеристического для данной задачи масштаба времени. И так как параметр $t_*$ оказывается единственным параметром, отражающим характер изменения вязкости во времени, важно подчеркнуть, что его значение определяется главным образом поведением вязкости на временах, соответствующих малым глубинам превращения, когда вязкость еще сравнительно близка к исходной (причем, чем раньше вязкость жидкости начинает заметно отличаться от исходной, тем меньше значение $t_*$ [6]), тогда как особенности изменения вязкости на больших глубинах, где она уже существенно превышает исходную, а также время достижения полного превращения слабо или практически вовсе не влияют на значение параметра $t_*$ (а следовательно, и на закономерности течения).

*Поступила 21 X 1982*

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Pearson J. R. A.** Variable-viscosity flows in channels with high heat generation.— J. Fluid Mech., 1977, vol. 83, N 1.
2. **Ockendon H., Ockendon J. R.** Variable-viscosity flows in heated and cooled channels.— J. Fluid Mech., 1977, vol. 83, N 1.
3. **Бостанджиян С. А., Боярченко В. И. и др.** Низкотемпературные режимы полимеризации в проточном реакторе.— ПМТФ, 1979, № 1.
4. **Лайцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970.
5. **Ваганов Д. А.** Некоторые двумерные эффекты при течении реагирующей жидкости со свойствами, меняющимися с глубиной превращения.— ПМТФ, 1977, № 1.
6. **Ваганов Д. А.** Квазистационарное течение реагирующей жидкости, теряющей текучесть при глубоких степенях превращения.— ПМТФ, 1982, № 3.

---

УДК 536.46; 621.45.022

# ИССЛЕДОВАНИЕ СИЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК И ПАРАМЕТРОВ ПОТОКА В ТРАКТЕ МОДЕЛЕЙ С ГОРЕНИЕМ

*В. К. Баев, В. В. Шумский, М. И. Ярославцев*

(*Новосибирск*)

В [1] изложены результаты исследования силовых характеристик и параметров потока во внутреннем тракте газодинамической модели с горением в импульсной аэродинамической трубе при числе Маха набегающего потока воздуха $M_н = 7{,}3$, которое определялось тем, что энергетика импульсной трубы ИТ-301 [2], где производились исследования, допускала при условии обеспечения давления и температуры, достаточных для самовоспламенения водорода в модели, иметь объем форкамеры трубы не более $\sim 1{,}2$ дм$^3$. Данный объем форкамеры (с учетом максимально возможного для проведения измерений сил и давления темпа падения параметров набегающего воздуха) позволял иметь диаметр критического сечения сопла трубы не более $\sim 10$ мм, что при имевших место в [1] размерах модели $d_0 = 72$ мм определяло минимально возможное $M_н = 7$—$7{,}5$, где $d_0$ — диаметр входа в воздухозаборное устройство модели.

Положительные результаты [1] как по рабочему процессу во внутреннем тракте модели, так и по силовым характеристикам поставили вопрос, нельзя ли за счет уменьшения размеров модели опуститься вниз по $M_н$ при той же энергетике трубы и при том же темпе падения параметров? Поэтому была разработана модель с $d_0 = 23$ мм, что позволило опуститься по числу Маха набегающего потока воздуха до $M_н = 4{,}9$. Изложение результатов исследований, выполненных на этой модели в высокоэнтальпийном потоке воздуха, составляет содержание данной работы.