

## К РАСЧЕТУ ФЛАТТЕРА ЛОПАТОЧНОГО ВЕНЦА

УДК 533.6.013.422

В. Э. Сарен

Центральный институт авиационного моторостроения, 111250 Москва

Исследование устойчивости к малым колебаниям венца упругих лопаток в потоке — одна из основных задач аэроупругости турбомашин. Основное внимание в этой области в последние десятилетия уделяется разработке эффективных методов расчета нестационарных аэродинамических сил на решетке вибрирующих лопаток. Однако, несмотря на значительные успехи в данном направлении, при расчете границы автоколебаний лопаточного венца турбомашин в общей постановке имеются большие трудности, связанные с неконсервативностью аэродинамических сил. Одна из наиболее распространенных приближенных моделей основана на малости аэродинамических сил, действующих на лопатку, по сравнению с силами упругости [1]. В случае венца идентичных лопаток это допущение формально приводит к совпадению характеристического числа аэроупругой системы с соответствующим аэродинамическим коэффициентом, определенным для собственной частоты колебаний лопатки в вакууме.

Вопросы, связанные с пределами применимости указанной модели и использованием ее в случае малого разброса собственных частот лопаток, исследованы недостаточно, хотя и являются практически важными. Этим вопросам и посвящена данная работа, результаты которой получены в процессе разработки методики расчета границы автоколебаний лопаточного венца осевого компрессора в поле его характеристик. Для оценки влияния на характеристическое число аэроупругой системы отношения аэродинамических и упругих сил предложена аэроупругая модель системы жестко заделанных тонкостенных стержней в несжимаемом потоке, описываемом асимптотической теорией густых решеток профилей [2]. Для анализа устойчивости венца, образованного лопатками с малым разбросом собственных частот, используется параметр качества устойчивости решения линейной системы, метод расчета которой разработан в [3, 4]. Экспериментальные результаты, сопоставляемые с расчетными, получены на компрессорном стенде Центрального института авиационного моторостроения.

Пусть в кольцевом канале в равномерный по окружности невязкий поток помещен венец, состоящий из  $Z$  колеблющихся лопаток с номерами  $k = 0, 1, \dots, Z - 1$ , обладающих при заданной форме колебаний  $\varphi$  обобщенными массами  $M_k$  и жесткостями  $Q_k$  (рис. 1). Лопатки жестко заделаны во внутреннем корпусе (в диске), и связь между ними определяется обобщенными аэродинамическими коэффициентами влияния [1] или коэффициентами обобщенных аэродинамических сил, соответствующих заданной форме колебаний лопаток. Конструкционным демпфированием и демпфированием в материале пренебрегается. Задача состоит в определении параметров потока, при которых существуют незатухающие колебания лопаток.

Уравнение малых колебаний описанной аэроупругой системы при отсутствии внешних сил имеет вид

$$M_k \ddot{x}_k(t) + Q_k x_k(t) - \sum_{l=0}^{Z-1} A_{l-k} x_l(t) = 0, \quad k = 0, 1, \dots, Z - 1, \quad (1)$$

где  $t$  — время;  $\mathbf{X} = (x_0, x_1, \dots, x_{Z-1})$  — вектор обобщенных смещений лопаток, колеблющихся по форме  $\varphi$ ;  $A_{l-k} = A_r$  ( $A_r = A_{Z-r}$ ,  $r = 0, 1, \dots, Z - 1$ ) — аэродинамические коэффициенты влияния (АКВ) колебаний лопатки с номером  $r$  на исходную лопатку ( $r = 0$ ).

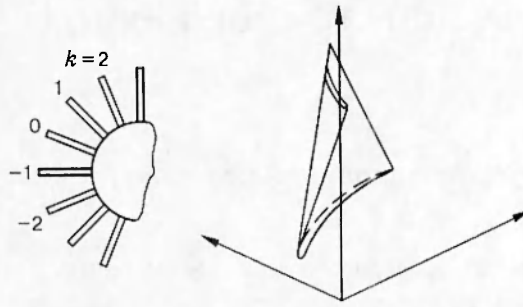


Рис. 1

Величины  $A_r$  зависят, помимо геометрических параметров венца, параметров набегающего потока и формы колебаний лопаток, также от приведенной частоты колебаний лопаток (числа Струхала)  $Sh = \Omega b / V_1$ . Здесь  $\Omega$  — частота колебаний венца,  $1/c$ ;  $b$  — характерный линейный размер лопатки (длина хорды лопатки в периферийном сечении);  $V_1$  — скорость относительного потока на входе в венец в периферийном сечении. Если нетривиальное решение однородной системы (1) представить как

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}e^{i\lambda t}, \quad i = \sqrt{-1}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{X} = (x_0, x_1, \dots, x_{Z-1})$  — собственный вектор, то на границе автоколебаний, соответствующей условию  $\lambda = \text{Re } \lambda$ , число Струхала определяется частотой  $\Omega = \lambda$ . Аэродинамические коэффициенты влияния при этом — комплексные величины. Они представляют собой наиболее сложный элемент системы (1), и успех в расчете границы автоколебаний венца определяется возможностью решения соответствующей газодинамической задачи.

Существенное упрощение рассматриваемой аэроупругой модели лопаточного венца связано со следующими предположениями [1]:

1) силы упругости в лопатках значительно превосходят нестационарные аэродинамические нагрузки, действующие на лопатки;

2) собственные частоты колебаний лопаток в вакууме  $\omega_k$  ( $k = 0, 1, \dots, Z-1$ ) мало отличаются от их среднеквадратичного значения

$$\Omega = \left\{ \frac{1}{Z} \sum_{k=0}^{Z-1} \omega_k^2 \right\}^{1/2}.$$

Тогда уравнение (1) после подстановки в него решения (2) можно записать в виде

$$(\Delta\omega_k - \nu)\bar{x}_k - R \sum_{l=0}^{Z-1} A_{l-k}\bar{x}_l + O(R^2, R|M - M_k|) = 0. \quad (3)$$

Здесь

$$\Delta\omega_k = \frac{\omega_k^2 - \Omega^2}{\Omega^2}; \quad \nu = \frac{\lambda^2 - \Omega^2}{\Omega^2}; \quad R = \frac{1}{2} \frac{\rho_r V_1^2 b}{\Omega^2 M}; \quad \omega_k = \frac{Q_k}{M_k}; \quad M = \frac{1}{Z} \sum_{k=0}^{Z-1} M_k;$$

$\rho_r$  — характерная плотность потока. Для коэффициента влияния  $A_{l-k}$ , отнесенного к скоростному напору, сохранено прежнее обозначение.

Из уравнения (3) видно, что при условиях  $R \ll 1$  (предположение 1) и  $\max_{0 \leq k \leq Z-1} \Delta\omega_k \ll 1$  (предположение 2) значения  $\nu$ , для которых существует ненулевое решение, имеют порядок малости величин  $R$  и  $\max_{0 \leq k \leq Z-1} \Delta\omega_k$ . Отсюда следует, что с точностью до линейных

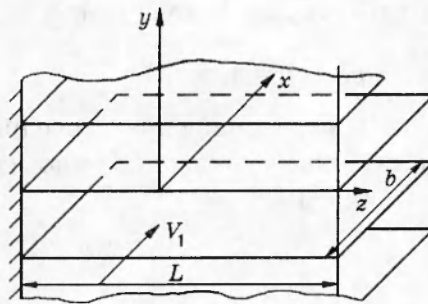


Рис. 2

слагаемых в уравнении (3) можно положить  $A_{l-k}(\text{Sh}) = A_{l-k}(\text{Sh}_0)$ ,  $\text{Sh}_0 = \Omega b/V_1$ .

Таким образом, в рассматриваемом случае определение границы автоколебаний венца сводится к последовательному решению задач динамики упругого венца в вакууме, аэродинамики венца лопаток, вибрирующих с заданными частотой и формой, и устойчивости решения линейной системы уравнений первого порядка.

Для произвольных значений критерия  $\bar{R}$  аэродинамические силы в уравнении (1) неотделимы от сил инерции и упругости. В частности, для идентичных лопаток ( $M_k = M$ ,  $Q_k = Q$ ,  $k = 0, 1, \dots, Z-1$ ), колеблющихся по закону (2) с заданной формой  $\varphi$ , уравнение (1) после умножения на величину  $b/V_1^2$  принимает вид

$$(\text{Sh}_0^2 - \text{Sh}^2)\bar{x}_k - \frac{1}{2}\bar{R} \sum_{l=0}^{Z-1} A_{l-k}(\text{Sh})x_l = 0, \quad k = 0, 1, \dots, Z-1, \quad (4)$$

где  $\bar{R} = \rho_r b^3/M$  — приведенный массовый критерий, а приведенная частота  $\text{Sh}_0 = \sqrt{Q/M(b/V_1)}$  определена по собственной частоте колебаний лопатки в вакууме.

Границе автоколебаний аэроупругой системы отвечают действительные значения  $\text{Sh} = \text{Sh}^*$ , обращающие в нуль определитель матрицы системы (4), а соответствующие комплекснозначные собственные векторы  $\mathbf{X} = (\bar{x}_0, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_{Z-1})$  дают относительное распределение обобщенных смещений лопаток.

Решение проблемы собственных значений системы (4) в общем случае представляет большие трудности вследствие трансцендентной зависимости АКВ от приведенной частоты  $\text{Sh}$ . Для рассмотренной ниже модели обтекания решетки эта зависимость более проста, и задачу удастся решить аналитически.

Пусть прямая решетка составлена из тонких, жестко заземленных пластин с толщиной  $\Delta$ , шириной  $b$  и размахом  $L$  (рис. 2). Будем предполагать, что  $\Delta/d$ ,  $b/L$ ,  $h/b \ll 1$  ( $h$  — шаг решетки). Рассматриваются чисто изгибные колебания описанной решетки в потоке несжимаемой жидкости, вектор скорости которого на бесконечности перед решеткой образует угол  $\alpha_0$  с нормалью к фронту решетки. Уравнение малых колебаний аэроупругой системы может быть записано в форме

$$\rho_m S \frac{\partial^2 y_k(z, t)}{\partial t^2} + E J_x \frac{\partial^4 y_k(z, t)}{\partial z^4} - \frac{1}{2} \rho_r V_1^2 C_k y_k(z, t) = 0. \quad (5)$$

Здесь  $S = b\Delta$  — площадь поперечного сечения пластины;  $y = y_k(z, t)$  — смещение по нормали к средней плоскости пластины;  $E$  — модуль упругости;  $J_x$  — момент инерции;  $C_k$  — безразмерный коэффициент погонной нестационарной аэродинамической нагрузки, действующей на пластину в решетке;  $\rho_m$  — плотность материала, из которого изготовлены пластины.

Так как все пластины в решетке идентичны и любая из них может быть выбрана в

качестве исходной, будем искать гармонические решения уравнения (5) в виде

$$y_k(z, t) = \bar{y}(z) e^{i(\omega t + k\mu)}, \quad (6)$$

где число  $\mu$  определяет сдвиг по фазе в смещениях соседних пластин в решетке. После подстановки (6) в (5) получим известное уравнение относительно формы колебаний рассматриваемых тонкостенных стержней:

$$\frac{d^4 \bar{y}}{dz^4} - \alpha^4 \bar{y} = 0. \quad (7)$$

Здесь

$$\alpha^4 = \frac{\rho_m S \omega^2}{E J_x} \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{\rho_r b}{\rho_m \Delta} \frac{V_1^2}{\omega^2 b^2} C(\text{Sh}, \mu) \right] \quad (8)$$

— одно из счетного множества значений, допускающих ненулевые решения (7), удовлетворяющие следующим краевым условиям:  $y = y' = 0$ ,  $z = 0$  (зашемленный конец),  $\bar{y}'' = \bar{y}''' = 0$ ,  $z = 1$  (свободный конец).

Значение  $\alpha_1 = 1,875/L$  соответствует первой изгибной форме колебаний пластин. Для значений  $\text{Sh}$ , обеспечивающих ненулевое решение системы (5) при  $\alpha = \alpha_1$ , из (8) вытекает уравнение

$$\text{Sh}_0^2 - \text{Sh}^2 - \bar{R}C(\text{Sh}, \mu) = 0, \quad \text{Sh}_0 = \omega_0 b / V_1, \quad (9)$$

где  $\omega_0 = \{\alpha_1^4 E J_x / (\rho_m S)\}^{1/2}$  — первая собственная частота колебаний пластины в вакууме;  $\bar{R} = \rho_r b^2 / (\rho_m S)$  — приведенный массовый критерий. Наличие действительных значений  $\text{Sh}$ , удовлетворяющих уравнению (9), для данных параметров решетки и потока эквивалентно существованию незатухающих колебаний решетки пластин в потоке. Последнее утверждение равносильно существованию действительных значений  $\text{Sh}$  и  $\mu$ , удовлетворяющих системе двух уравнений:

$$\text{Im}C(\text{Sh}, \mu) = 0, \quad \text{Sh}^2 + \text{Re}[\bar{R}C(\text{Sh}, \mu)] = \text{Sh}_0^2. \quad (10)$$

Таким образом, любое действительное решение  $(\text{Sh}^*, \mu^*)$  системы (10) дает критические значения приведенной частоты  $\text{Sh}^*$  и параметра формы  $\mu^*$  колебаний аэроупругой системы, соответствующие первой изгибной форме колебаний пластин в потоке.

В явном виде функция  $C(\text{Sh}, \mu)$  может быть получена как асимптотическое решение задачи обтекания густой ( $\tau = b/h \gg 1$ ) решетки дужек, вибрирующих в несжимаемом потоке при  $|\mu| \ll 1$  ( $\mu \neq 0$ ) [2]:

$$C(\text{Sh}, \mu) = \frac{1}{\mu \tau e^{i\beta} + A \text{Sh}} [A_0 + A_1 \text{Sh} + A_2 \text{Sh}^2 + A_3 \text{Sh}^3].$$

Здесь  $\beta$  — угол между хордой профиля и нормалью к фронту решетки; комплексные величины  $A$ ,  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  зависят только от параметра  $\mu\tau$ , угла входа  $\alpha_0$ , формы дужки и формы ее колебаний.

Пусть  $\text{Sh}^* = \text{Sh}^*(\mu\tau)$  — действительное положительное решение первого из уравнений (10). Тогда

$$d = \text{Re} \left[ \frac{1}{(\text{Sh}^*)^2} C(\text{Sh}^*, \mu\tau, \alpha_0) \right], \quad (11)$$

где  $\bar{R}d = (\omega_0/\omega)^2 - 1$ , а  $\omega$  (частота автоколебаний) определяет в пространстве параметров решетки и потока границу автоколебаний рассматриваемой аэроупругой системы.

Для решетки жестко зашемленных пластин, совершающих чисто изгибные колебания, зависимость  $d = d^*(\alpha_0 - \beta)$  при  $\mu\tau = 0,1$  ( $\beta = 0$ ) и  $1,0$  ( $\beta = 45^\circ$ ) представлена на рис. 3

(линии 1 и 2), где по оси абсцисс отложен угол атаки  $\alpha = \alpha_0 - \beta$ . Область автоколебаний относится к  $d > d^*$ .

Характерно, что при отсутствии аэродинамической нагрузки ( $\alpha = 0$ ) рассматриваемые автоколебания невозможны. В области реальных значений приведенного массового критерия ( $R \sim 10^{-2} \div 10^{-3}$ ) автоколебания возможны, начиная с некоторого значения угла атаки ( $\alpha > 0$ ). При этом для заданных значений  $R$  понижение частоты автоколебаний по сравнению с собственной частотой колебаний системы пластин в вакууме пренебрежимо мало лишь для достаточно малых значений аэродинамической характеристики  $d$ , определенной равенством (11).

Если принять, что для рассматриваемого лопаточного венца величина  $d$  достаточно мала, систему (3) можно приближенно записать в виде

$$(\Delta\omega_k - \nu)\bar{x}_k - R \sum_{l=0}^{Z-1} A_{l-k}\bar{x}_l = 0 \quad (k = 0, 1, \dots, Z-1), \quad (12)$$

где  $A_{l-k} = A_{l-k}(\text{Sh}_0)$ .

Умножим (12) на величину  $(1/Z)e^{-2\pi i k r/Z}$  ( $k, r = 0, 1, \dots, Z-1$ ) и просуммируем полученное равенство по всем значениям  $k$ . После элементарных преобразований систему (12) запишем в эквивалентной форме:

$$(RC_r + \nu)\xi_r - \sum_{l=0}^{Z-1} \Delta\mu_{l-r}\bar{\xi}_l = 0. \quad (12')$$

Здесь  $\xi_r, C_r, \Delta\mu_r$  связаны с  $\bar{x}_k, A_k$  и  $\Delta\omega_k$  формулами обращения:

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_r &= \frac{1}{Z} \sum_{k=0}^{Z-1} \bar{x}_k e^{-2\pi i k r/Z}, \quad C_r = \sum_{k=0}^{Z-1} A_k e^{2\pi i k r/Z}, \quad \Delta\mu_r = \frac{1}{Z} \sum_{k=0}^{Z-1} \Delta\omega_k e^{-2\pi i k r/Z}, \\ \bar{x}_k &= \sum_{r=0}^{Z-1} \bar{\xi}_r e^{2\pi i r k/Z}, \quad A_k = \frac{1}{Z} \sum_{r=0}^{Z-1} C_r e^{-2\pi i r k/Z}, \quad \Delta\omega_k = \sum_{r=0}^{Z-1} \Delta\mu_r e^{-2\pi i r k/Z}. \end{aligned}$$

Величина  $C_r$  по определению аэродинамических коэффициентов влияния представляет собой обобщенную аэродинамическую силу, действующую на исходную ( $k = 0$ ) лопатку венца при синхронных колебаниях лопаток по заданной форме  $\varphi$  с одинаковой амплитудой и сдвигом фазы  $2\pi r/Z$  между колебаниями соседних лопаток. В случае колебаний однородного венца ( $\Delta\omega_k = 0$ ) из (12') следуют выражение для собственного числа  $\nu = -C_k$  ( $k = 0, 1, \dots, Z-1$ ) и необходимое условие автоколебаний  $\text{Im}C_k \geq 0$  ( $k = 0, 1, \dots, Z-1$ ).

При наличии у лопаток расстройки собственных частот задача сводится к определению корней характеристического уравнения системы (12) с матрицей  $D$  или системы (12') с матрицей  $D'$ . Отличие матриц  $D$  и  $D'$ , очевидно, состоит в форме задания расстройки собственных частот и вида нестационарных аэродинамических характеристик венца, используемых в расчете. В частности, быстрое уменьшение величины  $|A_r|$  с ростом номера  $r$  [1] позволяет приближенно заменить матрицу  $D$  ленточной. Необходимо, однако, иметь в виду, что такое упрощение допустимо лишь в случае, когда критический сдвиг фазы  $\mu^*$  не находится вблизи значений  $\mu = 0$  и  $\mu = 2\pi$ .

Для реальных лопаточных венцов значение  $Z$  часто велико, и матрица  $D$  (или  $D'$ ) является полностью заполненной матрицей высокого порядка. При этом матрица, определенная по проектным геометрическим параметрам и расчетным характеристикам конкретного лопаточного венца, неизбежно содержит неконтролируемые малые отклонения от той матрицы, которая была бы адекватна лопаточному венцу. Эти отличия связаны как с погрешностями аэродинамического расчета, так и с технологическими отклонениями в конкретном лопаточном венце. К указанным погрешностям необходимо добавить ошибки

округления в ЭВМ, возникающие при операциях с матрицей, необходимых для вычисления характеристических чисел. Таким образом, любую реализацию матрицы  $D$  (или  $D'$ ), связанную с конкретным лопаточным венцом, следует рассматривать лишь как представителя некоторого множества близких матриц. Практическая проблема состоит в том, что в совокупности отмеченные отклонения могут приводить к значительным отличиям в определении режима обтекания венца по точному критерию  $\lambda = \operatorname{Re} \lambda$ .

Указанное обстоятельство привело к попытке использования для анализа устойчивости колебаний лопаточного венца как аэроупругой системы критерия качества устойчивости  $\chi(D)$  матрицы  $D$  (или  $D'$ ) [3, 4], который определен равенством

$$\chi(D) = 2\|D\| \max \left[ \int_0^\infty \|X\|^2 dt / \|X(0)\|^2 \right] \quad (\chi \in (1, \infty))$$

и является характеристикой асимптотической устойчивости решения системы вида  $dX/dt = DX$  при некотором начальном возмущении  $X(0)$ . Величина  $\chi(D)$  слабо зависит от малых вариаций коэффициентов матрицы  $D$  и может служить характеристикой устойчивости лопаточного венца, описываемого совокупностью матриц, представителем которой является матрица  $D$  (или  $D'$ ).

Так как  $\chi$  дает оценку сверху решения при начальном возмущении  $X(0)$ , то можно отнести к практически неустойчивым режимы работы лопаточного венца, при которых  $\chi(D) > \chi_{\text{гр}}$ , где величина  $\chi_{\text{гр}}$  должна быть определена эмпирически. В частности, если за допустимый уровень динамических напряжений в лопатках осевых компрессоров ГТД принять  $(5 \div 7) \cdot 10^7$  Па (при обычном уровне фоновых напряжений  $(2 \div 3) \cdot 10^7$  Па), то  $\chi_{\text{гр}} = 30 \div 50$ .

Относительный технологический разброс собственных частот по первым трем формам колебаний лопаток авиационных ГТД, который может достигать нескольких процентов, как известно [1, 5], является одним из важных и трудно учитываемых факторов, влияющих на смещение границы автоколебаний лопаточного венца в поле его характеристик. Критерий устойчивости  $\chi(D)$  может служить удобным инструментом для оценки влияния указанного разброса на аэроупругие свойства лопаточного венца.

В качестве примера на рис. 4 приведены результаты расчета величины  $\chi(D')$  в зависимости от относительного разброса частот, полученные при различных видах сборки венца из лопаток, имеющих несколько различные собственные частоты колебаний. Расчет проводился для венца из 20 незакрученных лопаток с постоянным по высоте профилем, отвечающим среднему сечению лопатки ротора типичной компрессорной ступени ГТД. Режим обтекания венца выбран вблизи границы автоколебаний соответствующего однородного венца при  $Sh = 0,011$  ( $Sh^* = 0,01$ ). Соответствующее значение  $\chi(D')$  обозначено на рис. 4 штриховой линией.

При расчете матриц  $D'$  задавалось распределение величин  $\Delta\mu_r$  ( $r = 0, 1, \dots, 19$ ), отвечающее одной из форм расстройки, указанной на рис. 4, где по оси абсцисс отложена величина  $\lg \Delta$  ( $\Delta$  равно среднеквадратичному значению  $\Delta\omega_k$ ,  $k = 0, 1, \dots, 19$ ).

Из полученных результатов видно, что, начиная от некоторого значения  $\Delta$ , малая ( $\Delta \sim 10^{-2}$ ) расстройка собственных частот приводит к резкому уменьшению величины  $\chi$  и на данном режиме обеспечивает практическую устойчивость исследованного лопаточного венца. При этом, как уже отмечалось ранее [6], сборка венца, обозначенная на рис. 4 цифрой 1 («пила»), наиболее эффективна.

Изложенный выше подход к анализу аэроупругой устойчивости лопаточного венца положен в основу методики расчета флаттера лопаточного венца в поле его характеристик. Расчет форм и частот собственных колебаний проектной лопатки в вакууме проводится по теории тонкостенных стержней [7]. Нестационарные аэродинамические характеристики рассчитываются по двумерной теории обтекания решетки вибрирующих профилей для до-

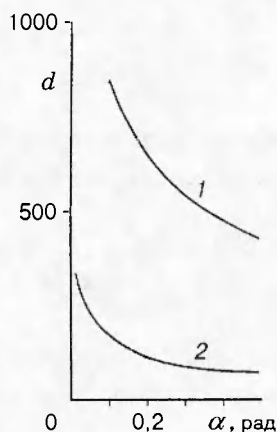


Рис. 3

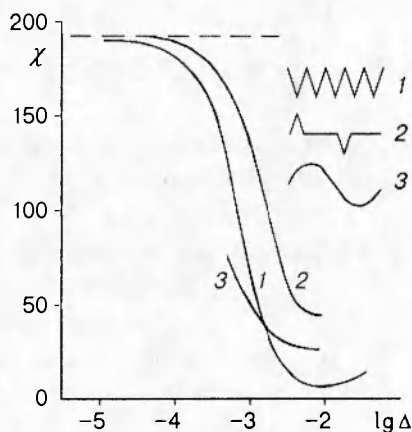


Рис. 4

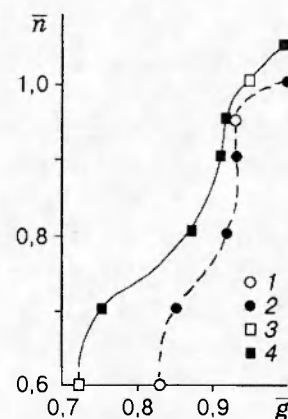


Рис. 5

звуковых режимов обтекания [1, 8] или решетки прямолинейных отрезков для сверхзвуковых режимов [9]. Последующий расчет обобщенных аэродинамических сил осуществляется путем численного интегрирования по срединной поверхности лопатки. Эффекты, связанные с течением в радиальном зазоре венца, не учитываются.

Для иллюстрации практического применения предложенной методики на рис. 5 представлены результаты расчета границы изгибных колебаний лопаток ротора высоконапорной (расчетная степень повышения полного давления  $\sim 1,7$ ) ступени вентилятора авиационного ГТД, выполненного по проектным данным. По оси абсцисс отложено значение массового расхода  $g$ , отнесенного к его максимальному значению на приведенных оборотах  $\bar{n}$ . Точки 1 и 2 относятся к расчету (точки 1 — значения  $g$ , полученные при достижении границы срыва потока, а 2 — при возникновении автоколебаний лопаток по первой собственной форме). Таким образом, область справа от кривой (до  $\bar{g} = 1$ ) указывает диапазон расходов, достигаемый в ступени при изменении оборотов.

Как видно из результатов расчетов, в данной ступени следовало ожидать автоколебаний лопаток ротора по первой форме в левых ветвях характеристик на средних оборотах. Для номинальных оборотов ( $n = 1$ ) все точки характеристики оказались в зоне сверхзвукового флаттера.

На основе полученных результатов соответствующая модельная ступень была собрана таким образом, что собственные частоты лопаток ротора чередовались в пределах технологического разброса, который составлял в данном случае  $\Delta \sim 0,05$ . Результаты испытаний модельной ступени обозначены на рис. 5 точками 3, 4 (точки 3 относятся к достигнутой границе срыва потока, а 4 — к режимам, для которых были установлены изгибные автоколебания).

Как и следовало ожидать, диапазон допустимого изменения расхода у реальной ступени увеличился по сравнению с диапазоном, предсказанным расчетом, хотя при испытаниях флаттер на средних оборотах наступил до возникновения срыва. Сверхзвуковой флаттер был обнаружен только на оборотах, превышающих номинальные. Можно ожидать, что неточность расчета связана в этом случае с приближенностью аэродинамической модели, описывающей транс- и сверхзвуковое обтекание ротора.

Автор выражает благодарность С. Б. Богомолу, выполнившему трудоемкие расчеты, иллюстрируемые на рис. 4 и 5.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 94-01220-а).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Горелов Д. Н., Курзин В. Б., Сарен В. Э. Аэродинамика решеток в нестационарном потоке. Новосибирск: Наука, 1971.
2. Сарен В. Э. Обтекание решетки вибрирующих профилей потенциальным потоком несжимаемой жидкости // Газодинамика воздушно-реактивных двигателей. М.: ЦИАМ, 1984. № 1093. С. 15–25.
3. Булгаков А. Я. Эффективно вычисляемый параметр качества устойчивости систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами // Сиб. мат. журн. 1980. Т. 21, № 3. С. 32–41.
4. Булгаков А. Я., Годунов С. К. Численное определение одного из критериев качества устойчивости систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Новосибирск, 1981 (Препр. / ИМ СО АН СССР).
5. Курзин В. Б. О влиянии расстройки собственных частот лопаток турбомашин на устойчивость их колебаний в потоке // Лопаточные машины и струйные аппараты: Сб. ст. М.: Машиностроение, 1969. Вып. 4. С. 166–175.
6. Довженко Н. В., Шипов Р. А. Об аэроупругой устойчивости динамически неоднородных решеток, содержащих стоящие рядом лопатки с близкими частотами // Пробл. прочности. 1974. № 8. С. 52–56.
7. Ушаков А. И., Фатеев В. А., Мельников М. А. Расчет статического напряженно-деформированного состояния и собственных колебаний лопаток сложной конструкции // Аэроупругость лопаток турбомашин. М.: ЦИАМ, 1987. № 1221. С. 113–129.
8. Файзуллин Р. Т. Расчет методом конечных элементов дозвукового течения идеального газа через решетку колеблющихся профилей // Аэроупругость лопаток турбомашин. М.: ЦИАМ, 1985. № 1127. С. 230–234.
9. Бутенко К. К. Расчет нестационарных аэродинамических нагрузок на решетке тонких колеблющихся профилей в дозвуковом или сверхзвуковом потоках идеального газа // Там же. С. 226–230.

*Поступила в редакцию 26/II 1996 г.*

---