

УДК 532.591: 534-18
DOI: 10.15372/PMTF202315419

ПОВЕРХНОСТНЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ ДВУХ ПОРИСТЫХ СРЕД, НАСЫЩЕННЫХ ГИДРАТОМ МЕТАНА И ВОДОЙ (ЛЬДОМ)

Э. В. Галиакбарова*, Г. Р. Каримова**

* Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа, Россия

** Институт механики им. Р. Р. Мавлютова — обособленное структурное подразделение
Уфимского федерального исследовательского центра РАН, Уфа, Россия

E-mails: Emi.galiakbar@yandex.ru, gulnazkar69@gmail.com

Рассмотрены особенности распространения поверхностных акустических волн вертикальной поляризации на границе раздела пористых сред, насыщенных гидратом метана и льдом (водой), а также волны горизонтальной поляризации на границе раздела пористой среды, насыщенной гидратом, и пористой среды, насыщенной водой. Математическая модель записана для плоских гармонических волн. Пористая среда, насыщенная газогидратом или льдом (водой), полагается упругим изотропным телом. Математическая модель включает волновые уравнения для скалярных и векторных потенциалов скоростей волн с учетом компонент векторов смещения и напряжения частиц среды. Записаны условия непрерывности смещений и напряжений в пористых средах на границе раздела. Проведены анализ полученных дисперсионных уравнений и сравнение его результатов с экспериментальными данными. Установлено, что глубина проникания поперечной волны в песок, насыщенный гидратом, больше глубины проникания продольной волны. Предлагается определять наличие гидратонасыщенного песка при положительных температурах донных отложений по глубине проникания и изменению скорости нулевой моды волны горизонтальной поляризации.

Ключевые слова: газогидрат, пористая среда, волны вертикальной и горизонтальной поляризации

Введение. Активно используемые в сейсмологии поверхностные акустические волны (например, волны Стоунли, Лява) могут найти применение при разведке газогидратных залежей в придонных областях морей и океанов, а также в слоях земной коры с вечной мерзлотой. В России крупными месторождениями газогидратов являются акватории Охотского, Черного морей и озера Байкал, дно которых состоит из песчаников и глинистых минералов [1, 2]. Необходимо уделять особое внимание диагностике газогидратных залежей, поскольку вследствие глобального потепления и повышения температуры могут возникать условия, приводящие к разложению газогидратов, что, в свою очередь, вызовет значительные выбросы метана в атмосферу, представляющие опасность для окружающей среды.

Известно, что волна Стоунли распространяется на границе жидкого и твердого полу-пространств или на границе двух твердых полупространств [3–6]. Такая волна определяется плотностями и упругими параметрами граничащих сред, характеризуется меньшим

Работа выполнена в рамках государственного задания № 124030400064-2 (FMRS-2024-0001).

затуханием, чем волна сжатия. Волна Лява представляет собой поверхностную волну горизонтальной поляризации, в которой механическое смещение параллельно свободной поверхности полупространства и перпендикулярно направлению распространения волны [5, 6].

В работе [7] исследуются некоторые особенности существования волн Лява в жестком слое между газом и мягким полупространством в длинноволновом и коротковолновом приближениях. Показано, что в низкочастотной области первая мода распространяется с фазовой скоростью, меньшей значения скорости поперечного звука в полупространстве, и имеет квадратичную дисперсию. При частотах, больших критического значения, образуются поперечные нормальные моды с фазовой скоростью, превышающей скорость поперечной волны в слое.

В работе [8] изучается волна Лява в подложке из изотропного материала, на которую нанесены два слоя из различных изотропных твердых материалов произвольной толщины. Найдены соотношения толщин слоев, при которых скорость волны в слое не изменяется, т. е. слой становится волновым каналом.

В работах [9, 10] в рамках двухфазной модели пористой среды исследованы частотные зависимости скорости и коэффициента затухания волн Стоунли, распространяющихся вдоль границы между жидкостью (или газом) и пористой средой, насыщенной жидкостью. Найдены решения, соответствующие истинным и псевдомодам. Показано, что скорости истинных мод меньше скоростей объемных волн в обеих средах, а скорости псевдомоды Стоунли могут превышать скорости медленной продольной волны в пористой среде, насыщенной жидкостью. Затухание истинных мод происходит вследствие межфазного силового взаимодействия скелета пористой среды и жидкости, а затухание псевдомоды — в том числе в силу излучения между средами.

Линейный и нелинейный анализ волны Стоунли на границе раздела двух твердых упругих сред проведен в работе [11]. Выведено дисперсионное уравнение, найден действительный корень, соответствующий скорости волны Стоунли, которая меньше скоростей продольных и поперечных волн в граничащих средах.

Методом волнового акустического каротажа скважины в работе [12] найдены проницаемость и пористость пласта по параметрам волны Стоунли.

В работе [13] предложен способ определения наличия газогидрата в пласте по инверсии фазы отраженного исходного сигнала акустической волны в пористой среде, а также способ нахождения глубины залегания газогидратов по зависимости коэффициента отражения от частоты колебаний. По результатам обработки и интерпретации данных сейсморазведки и акустического каротажа можно определить запасы и масштабы пластов с гидратом метана по зависимости скоростей и декрементов затухания волн от частоты и гидратонасыщенности [14].

В работе [15] изучены особенности распространения волн Стоунли на границе между водой и песком, насыщенным гидратом, с использованием экспериментальных данных [16]. Толщину гидратосодержащего слоя предложено определять по затуханию волны Стоунли при увеличении ее длительности. Данная работа является продолжением работы [17], в которой исследовались поверхностные акустические волны, распространяющиеся между пористыми средами, насыщенными водой и гидратом метана.

1. Поверхностные волны вертикальной поляризации. Пусть вдоль границы раздела двух твердых тел, одно из которых представляет собой пористую среду, насыщенную гидратом, а другое — пористую среду, насыщенную льдом (водой), распространяется плоская гармоническая волна вертикальной поляризации в направлении оси Ox . На рис. 1 указано направление осей декартовой системы координат, границей раздела является плоскость $z = 0$. Примем следующие допущения: пористая среда — упругое изотропное тело; начало отсчета расположено на большом расстоянии от источника возбуждения

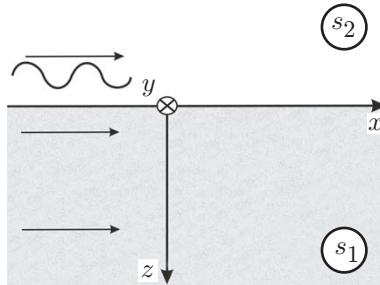


Рис. 1. Схема распространения плоской гармонической волны вертикальной поляризации между пористой средой, насыщенной гидратом, и пористой средой, насыщенной льдом (водой)

поверхностной волны. Структура волны представляет собой комбинацию продольной и поперечной волн. Параметры пористой среды будем обозначать индексом s , который принимает значение 1 для среды, насыщенной гидратом, и значение 2 для среды, насыщенной льдом (водой).

Запишем волновые уравнения

$$\frac{\partial^2 \varphi^{(s)}}{\partial t^2} = C_l^{(s)2} \left(\frac{\partial^2 \varphi^{(s)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi^{(s)}}{\partial z^2} \right), \quad \frac{\partial^2 \psi^{(s)}}{\partial t^2} = C_t^{(s)2} \left(\frac{\partial^2 \psi^{(s)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi^{(s)}}{\partial z^2} \right), \quad (1.1)$$

$$C_l^{(s)2} = (\lambda_{(s)} + 2\mu_{(s)})/\rho_{(s)}, \quad C_t^{(s)2} = \mu_{(s)}/\rho_{(s)},$$

где φ, ψ — скалярные и векторные потенциалы в средах; λ, μ — параметры Ламе; C — скорость волны; нижний индекс l соответствует продольной волне, t — поперечной волне.

Для смещения частиц и компонент тензоров напряжений запишем выражения [5]

$$W_x^{(s)} = \frac{\partial \varphi^{(s)}}{\partial x} + \frac{\partial \psi^{(s)}}{\partial z}, \quad W_z^{(s)} = \frac{\partial \varphi^{(s)}}{\partial z} - \frac{\partial \psi^{(s)}}{\partial x}; \quad (1.2)$$

$$P_{xz}^{(s)} = \mu_{(s)} \left(\frac{\partial W_x^{(s)}}{\partial z} + \frac{\partial W_z^{(s)}}{\partial x} \right), \quad P_{zz}^{(s)} = \lambda_{(s)} \left(\frac{\partial W_x^{(s)}}{\partial x} + \frac{\partial W_z^{(s)}}{\partial z} \right) + 2\mu_{(s)} \frac{\partial W_z^{(s)}}{\partial z}, \quad (1.3)$$

где W_x, W_z — смещения частиц вдоль координат x и z в средах; P_{xz}, P_{zz} — компоненты тензора напряжений.

Границные условия для системы уравнений (1.1)–(1.3) задают непрерывность компонент смещений и напряжений в средах при $z = 0$ [5]:

$$W_x^{(1)} = W_x^{(2)}, \quad W_z^{(1)} = W_z^{(2)}; \quad (1.4)$$

$$P_{xz}^{(1)} = P_{xz}^{(2)} = 0, \quad P_{zz}^{(1)} = P_{zz}^{(2)}. \quad (1.5)$$

Решения уравнений (1.1) будем искать в виде гармонических бегущих волн [18]:

$$\varphi^{(s)} = f_{(s)}(z) e^{i(kx - \omega t)}, \quad \psi^{(s)} = g_{(s)}(z) e^{i(kx - \omega t)}. \quad (1.6)$$

Здесь ω — круговая частота; k — волновое число; $C = \omega/k$ — фазовая скорость волны.

Подставляя (1.6) в уравнения (1.1), получаем дифференциальные уравнения

$$\frac{d^2 f_{(s)}(z)}{dz^2} - (k^2 - k_l^{(s)2}) f_{(s)}(z) = 0, \quad \frac{d^2 g_{(s)}(z)}{dz^2} - (k^2 - k_t^{(s)2}) g_{(s)}(z) = 0, \quad (1.7)$$

где

$$k_l^{(s)2} = \frac{\omega^2}{C_l^{(s)2}}, \quad k_t^{(s)2} = \frac{\omega^2}{C_t^{(s)2}},$$

$$f_{(s)}(z) = A_{(s)} \exp \left(-\sqrt{k^2 - k_l^{(s)2}} z \right), \quad g_{(s)}(z) = B_{(s)} \exp \left(-\sqrt{k^2 - k_t^{(s)2}} z \right).$$

С учетом (1.7) для скалярных и векторных потенциалов получаем

$$\varphi^{(s)} = A_{(s)} e^{i(kx - \omega t) \mp s_l^{(s)} z}, \quad \psi^{(s)} = B_{(s)} e^{i(kx - \omega t) \mp s_t^{(s)} z},$$

где $A_{(s)}$, $B_{(s)}$ — произвольные амплитуды; выбор знака “−”, соответствующего $s = 1$, и знака “+”, соответствующего $s = 2$, обусловлен затуханием волны по мере удаления от границы раздела; $s_l^{(s)} = \sqrt{k^2 - k_l^{(s)2}}$, $s_t^{(s)} = \sqrt{k^2 - k_t^{(s)2}}$ соответствуют ветвям кривых, удовлетворяющим принципу излучения.

Границные условия (1.4), (1.5) с учетом выражений (1.2), (1.3) преобразуются в однородную систему уравнений относительно амплитуд продольных и поперечных волн ($A_{(s)}$ и $B_{(s)}$), а из условия существования нетривиального решения следует дисперсионное уравнение, которое после несложных преобразований принимает вид

$$\begin{vmatrix} 1 & -\sqrt{1 - \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_t^{(1)}}} & -1 & -\sqrt{1 - \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_t^{(2)}}} \\ \sqrt{1 - \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_l^{(1)}}} & -1 & \sqrt{1 - \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_l^{(2)}}} & 1 \\ -2\sqrt{1 - \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_l^{(1)}}} & 2 - \frac{\tilde{C}}{C_t^{(1)}} & 2\tilde{\rho} \frac{\tilde{C}_t^{(2)}}{\tilde{C}_t^{(1)}} \sqrt{1 - \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_l^{(2)}}} & \tilde{\rho} \frac{\tilde{C}_t^{(2)}}{\tilde{C}_t^{(1)}} \left(2 - \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_t^{(2)}} \right) \\ \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_t^{(1)}} - 2 & 2\sqrt{1 - \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_t^{(1)}}} & \tilde{\rho} \left(2 \frac{\tilde{C}_t^{(2)}}{\tilde{C}_t^{(1)}} - \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_t^{(1)}} \right) & 2\tilde{\rho} \frac{\tilde{C}_t^{(2)}}{\tilde{C}_t^{(1)}} \sqrt{1 - \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_t^{(2)}}} \end{vmatrix} = 0, \quad (1.8)$$

где $\tilde{C} = C^2$; $\tilde{C}_l^{(s)} = C_l^{(s)2}$; $\tilde{C}_t^{(s)} = C_t^{(s)2}$; $\tilde{\rho} = \rho_2/\rho_1$.

При получении дисперсионного уравнения (1.8) полагалось, что характерные глубины проникания возмущений от границы раздела, определяемые формулами [18]

$$H_l^{(s)} = 1/s_l^{(s)}, \quad H_t^{(s)} = 1/s_t^{(s)}, \quad (1.9)$$

значительно меньше толщины слоев насыщенных пористых сред.

Покажем, что с учетом экспериментальных данных [16] дисперсионное уравнение (1.8) имеет действительный корень, если твердое полупространство ($s = 2$) является пористой средой, насыщенной льдом. Тогда выполняются условия $\tilde{\rho} \neq 1$, $\tilde{C}_l^{(1)} = \tilde{C}_l^{(2)}$, $\tilde{C}_t^{(1)} = \tilde{C}_t^{(2)}$, при этом имеем классические решения $C < C_l^{(s)}$, $C < C_t^{(s)}$. При $\tilde{\rho} = 1$, $\tilde{C}_l^{(1)} = \tilde{C}_l^{(2)}$, $\tilde{C}_t^{(1)} = \tilde{C}_t^{(2)}$ уравнение (1.8) имеет решение $C = C_l$ или $C = C_t$, где $C_l = C_l^{(1)} = C_l^{(2)}$; $C_t = C_t^{(1)} = C_t^{(2)}$.

В случае если твердое полупространство ($s = 2$) является пористой средой, насыщенной водой, при $\tilde{\rho} = 1$, $\tilde{C}_l^{(1)} \neq \tilde{C}_l^{(2)}$, $\tilde{C}_t^{(1)} \neq \tilde{C}_t^{(2)}$ решения уравнения (1.8) соответствуют

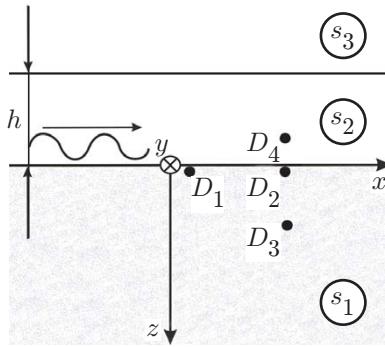


Рис. 2. Схема распространения плоской гармонической волны горизонтальной поляризации между пористой средой, насыщенной гидратом ($s = 1$), и слоем водонасыщенной пористой среды толщиной h ($s = 2$) при наличии воды ($s = 3$)

только условиям $C > C_l^{(s)}$, $C > C_t^{(s)}$, при которых глубина проникания волны согласно (1.9) становится мнимой величиной и граница между пористой средой, насыщенной гидратом, и пористой средой, насыщенной водой, представляет собой волновой канал.

2. Поверхностные волны горизонтальной поляризации. Пусть плоская гармоническая поперечная волна горизонтальной поляризации распространяется вдоль границы раздела $z = 0$ между пористой средой, насыщенной гидратом ($s = 1$), и слоем пористой среды толщиной h , нарисованной водой ($s = 2$), на рис. 2 область $s = 3$ — вода. Полагаем, что волновой вектор расположен в плоскости Oxz , а смещения параллельны оси Oy .

Запишем волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 W_y^{(s)}}{\partial t^2} = C_t^{(s)2} \left(\frac{\partial^2 W_y^{(s)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_y^{(s)}}{\partial z^2} \right), \quad (2.1)$$

где $\mathbf{W}^{(s)} = W_y^{(s)} \mathbf{j}$, $C_t^{(s)2} = \mu_{(s)}/\rho_{(s)}$, $s = 1, 2$.

Решение уравнения (2.1) будем искать в виде затухающих волн [5]

$$W_y^{(1)} = A e^{i(kx - \omega t) - s_t^{(1)} z}; \quad (2.2)$$

$$W_y^{(2)} = (B_1 \sin s_t^{(2)} z + B_2 \cos s_t^{(2)} z) e^{i(kx - \omega t)}, \quad (2.3)$$

где $s_t^{(1)} = \sqrt{k^2 - k_t^{(1)2}}$; $s_t^{(2)} = \sqrt{k_t^{(2)2} - k^2}$.

Для области с водой ($z < -h$) примем гипотезу потенциальности

$$\mathbf{W}^{(3)} = \nabla \Phi^{(3)}, \quad (2.4)$$

где $\Phi^{(3)} = D e^{i(kx - \omega t)}$.

Из граничных условий, задающих непрерывность касательных компонент смещений и напряжений при $z = 0$ и отсутствие касательных напряжений при $z = -h$ [5]:

$$W_y^{(1)}|_{z=0} = W_y^{(2)}|_{z=0}, \quad P_{zy}^{(1)}|_{z=0} = P_{zy}^{(2)}|_{z=0}, \quad P_{zy}^{(2)}|_{z=-h} = 0,$$

для системы уравнений (2.1)–(2.4) получаем дисперсионное уравнение

$$\operatorname{tg} s_t^{(2)} h = \frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{s_t^{(1)}}{s_t^{(2)}}. \quad (2.5)$$

Рассмотрим решение уравнения (2.5)

$$s_t^{(2)} h = \operatorname{arctg} \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{s_t^{(1)}}{s_t^{(2)}} \right) + \pi n, \quad n \in Z \quad (2.6)$$

в двух случаях: $\lambda \gg h$ и $\lambda \ll h$.

В первом случае, соответствующем длинноволновому приближению ($\lambda \gg h$), имеем $k_t^{(2)} h \ll 1$, $s_t^{(2)} h = k_t^{(2)} h \sqrt{1 - (k/k_t^{(2)})^2} \ll 1$, поэтому можно положить $\operatorname{tg} s_t^{(2)} h \approx s_t^{(2)} h$. Тогда уравнение (2.5) записывается в виде

$$s_t^{(2)} h = \frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{s_t^{(1)}}{s_t^{(2)}}$$

и при условии $C < C_t^{(1)}$, $C > C_t^{(2)}$ приводится к виду

$$\left(1 - \frac{\tilde{C}_t^{(2)}}{\tilde{C}} \right)^2 = \frac{\tilde{C}_t^{(1)}}{h^2 \omega^2} \frac{\tilde{C}_t^{(1)}/\tilde{C} - 1}{\tilde{\rho}^2}, \quad n = 0, \quad (2.7)$$

где $\tilde{C} = C^2$; $\tilde{C}_t^{(s)} = C_t^{(s)2}$; $\tilde{\rho} = \rho_2/\rho_1$. Кроме того, выражение (2.3) для смещений в слое пористой среды, насыщенной водой, в случае нулевой моды принимает вид

$$W_y^{(2)} = A e^{i(kx - \omega t)},$$

что означает постоянство смещений по толщине слоя. Заметим, что смещения в области пористой среды, насыщенной гидратом ($s = 1$), уменьшаются с увеличением координаты z согласно выражению (2.2). Приведем также оценку глубины проникания волны в область $s = 1$:

$$\frac{H_t^{(1)}}{\lambda} = \frac{1}{2\pi \sqrt{1 - (C/C_t^{(1)})^2}}. \quad (2.8)$$

Во втором случае, соответствующем коротковолновому приближению ($\lambda \ll h$), имеем $k_t^{(2)} h \gg 1$, $s_t^{(2)} h = k_t^{(2)} h \sqrt{1 - (k/k_t^{(2)})^2} \gg 1$. Поэтому, полагая в решении (2.6)

$$\operatorname{arctg} \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{s_t^{(1)}}{s_t^{(2)}} \right) \rightarrow \frac{\pi}{2},$$

получаем

$$s_t^{(2)} h = \pi/2 + \pi n, \quad n \in Z,$$

в результате несложных преобразований находим

$$\frac{C}{C_t^{(2)}} = \frac{1}{\sqrt{1 - [\pi(n + 1/2)C_t^{(2)}]/(\omega h)]^2}}. \quad (2.9)$$

Здесь для частот должно выполняться условие $\omega > \pi(n + 1/2)C_t^{(2)}/h$.

Оценка глубины проникания волн в среду $s = 1$ с учетом (2.9) определяется формулой

$$\frac{H_t^{(1)}}{\lambda} = \frac{1}{2\pi} \left(1 - \frac{(C_t^{(2)}/C_t^{(1)})^2}{1 - [\pi(n + 1/2)C_t^{(2)}]/(\omega h)]^2} \right)^{-1/2} \ll 1 \quad (2.10)$$

и соответствует волне, локализованной в слое.

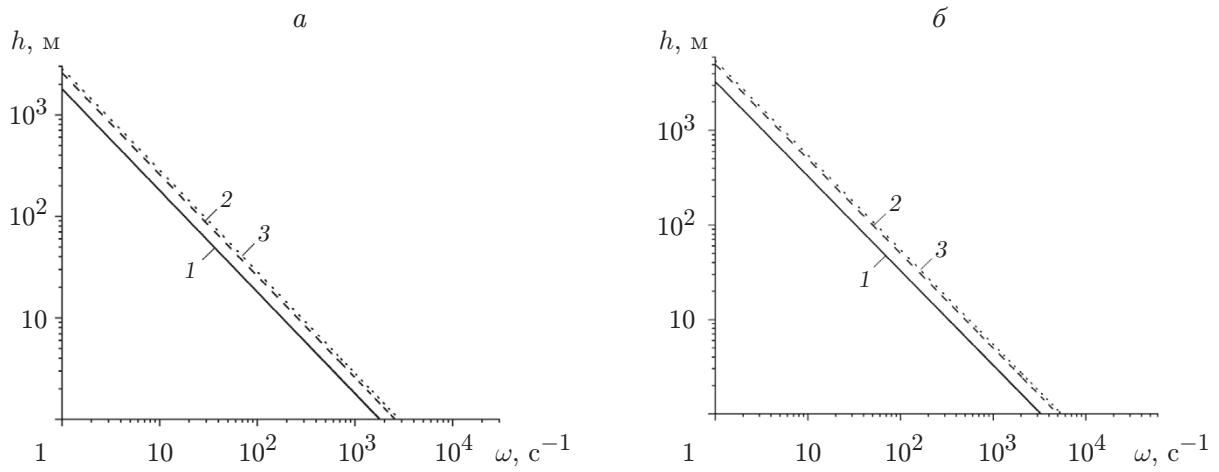


Рис. 3. Зависимости глубины проникания волны вертикальной поляризации в пористую среду от частоты:

a — продольная волна, *б* — поперечная волна; 1 — $S^{(1)} = S^{(2)} = 0,1$, 2 — $S^{(1)} = 0,6$, $S^{(2)} = 0,3$; 3 — $S^{(1)} = 0,7$, $S^{(2)} = 0,4$

Заметим, что решение (2.6) для нулевой моды ($n = 0$) волны при длине волны, кратной толщине слоя: $\lambda = bh$, преобразуется к виду

$$\frac{2\pi}{b} \sqrt{\frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_t^{(2)}} - 1} = \arctg \left(\frac{\tilde{C}_t^{(1)}/\tilde{C}_t^{(2)}}{\tilde{\rho}} \sqrt{\frac{1 - \tilde{C}/\tilde{C}_t^{(1)}}{\tilde{C}/\tilde{C}_t^{(2)} - 1}} \right), \quad b \in Z. \quad (2.11)$$

3. Результаты расчетов. С использованием предложенных теоретических моделей проведены численные расчеты. Приняты следующие значения физических параметров: $m = 0,4$, $C_w = 1500$ м/с, $\rho_w = 1000$ кг/м³, $\rho_h = 910$ кг/м³, $\rho_q = 2700$ кг/м³, $\rho_g = 0,7168$ кг/м³, $\rho_{ice} = 916,7$ кг/м³. Плотность пористой среды, насыщенной водой (льдом) и гидратом, определяется из выражения

$$\rho^{(s)} = (S^{(s)}\rho_i + \rho_g(1 - S^{(s)}))m + \rho_q(1 - m),$$

где $S^{(s)}$ — насыщенность водой (льдом) или гидратом пористой среды; ρ_i — плотность; индексы $i = h, w, ice$ соответствуют гидрату, воде и льду; ρ_g — плотность метана; ρ_q — плотность кварца; m — пористость.

На основе результатов лабораторных исследований [16] составлены интерполяционные зависимости скоростей продольных и поперечных волн в насыщенных песчаных образцах от величины насыщенности гидратом, водой и льдом, которые использовались в расчетах.

На рис. 3 показаны зависимости глубины проникания волны вертикальной поляризации в пористую среду от частоты, рассчитанные по формуле (1.9) с учетом упрощенного дисперсионного уравнения, следующего из (1.8) при $\tilde{C}_l^{(1)} = \tilde{C}_l^{(2)} = \tilde{C}_l$, $\tilde{C}_t^{(1)} = \tilde{C}_t^{(2)} = \tilde{C}_t$:

$$\left(1 - 4\frac{\tilde{C}_t}{\tilde{C}} + 8\left(\frac{\tilde{C}_t}{\tilde{C}}\right)^2\right) \sqrt{\left(1 - \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_l}\right)\left(1 - \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_t}\right)} = 4\frac{\tilde{C}_t}{\tilde{C}_l} \left(1 - \frac{\tilde{C}_t}{\tilde{C}}\right) \left(2\frac{\tilde{C}_l}{\tilde{C}} - 1\right) + 1.$$

Здесь $\tilde{C} = C^2$; $\tilde{C}_l^{(s)} = C_l^{(s)2}$; $\tilde{C}_t^{(s)} = C_t^{(s)2}$. В расчетах принято, что полупространство с индексом $s = 1$ — пористая среда (песок), насыщенная гидратом, а $s = 2$ — пористая среда (песок), насыщенная льдом. Линии 1, 2 и 3 соответствуют следующим значениям скоростей продольных и поперечных волн в средах: $C_l^{(1)} = 2470$, 3705 , 4078 м/с, $C_l^{(2)} = 2506$,

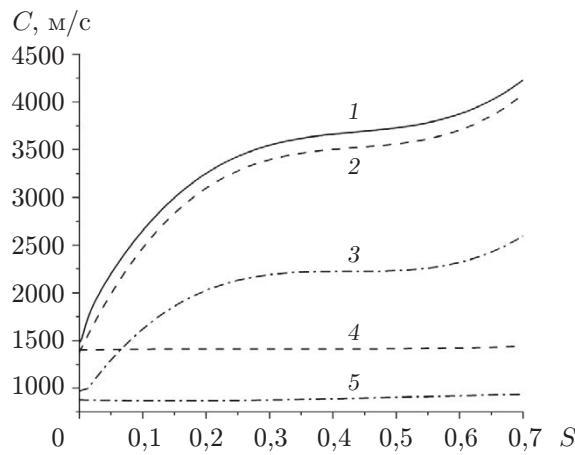


Рис. 4. Зависимости скорости волн от насыщенности:

1 — скорость волны вертикальной поляризации вдоль границы раздела между водонасыщенным и гидратонасыщенным слоями песка, 2, 4 — скорости продольных волн (2 — в водонасыщенном песке, 4 — в гидратонасыщенном песке), 3, 5 — скорости поперечных волн (3 — в водонасыщенном песке, 5 — в гидратонасыщенном песке)

3702, 4035 м/с и $C_t^{(1)} = 1621, 2320, 2595$ м/с, $C_t^{(2)} = 1612, 2335, 2517$ м/с. Видно, что глубина проникания поперечной волны в насыщенный песок почти в два раза больше глубины проникания продольной волны и с уменьшением частоты увеличивается. Также при наличии в песке гидрата глубина проникания волн незначительно увеличивается (линии 2, 3). Так, при круговой частоте, меняющейся в диапазоне от 10 до 1 с^{-1} , глубина проникания поперечных волн увеличивается: для линии 1 — с 320 до 3200 м, для линии 2 — с 490 до 4900 м, для линии 3 — с 540 до 5400 м; глубина проникания продольных волн увеличивается: для линии 1 — со 180 до 1800 м, для линии 2 — с 250 до 2500 м, для линии 3 — с 280 до 2800 м.

На рис. 4 представлены зависимости от насыщенности скорости волны вертикальной поляризации вдоль границы раздела пористой среды, насыщенной гидратом метана, и пористой среды, насыщенной водой, полученные с использованием дисперсионного уравнения (1.8). Расчеты проведены при одних и тех же значениях насыщенности в верхнем и нижнем твердых полупространствах. В [16] получены следующие интерполяционные зависимости скоростей продольных и поперечных волн от насыщенности: $C_l^{(1)} = 23176 S^{(1)3} - 30352 S^{(1)2} + 13752 S^{(1)} + 1375$, $C_t^{(1)} = 17754 S^{(1)3} - 22599 S^{(1)2} + 9584 S^{(1)} + 970$, $C_l^{(2)} = 509 S^{(2)3} - 461 S^{(2)2} + 128 S^{(2)} + 1400$, $C_t^{(2)} = -342 S^{(2)3} + 556 S^{(2)2} - 142 S^{(2)} + 881$. Таким образом, в данном случае граница раздела является волновым каналом. Математически это обусловлено отсутствием касательных напряжений, что следует из первого граничного условия (1.5). Такое условие физически реализуемо, поскольку водонасыщенный песок может отделяться от гидратонасыщенного песка тонким слоем свободной воды.

Заметим, что при граничных условиях для двух жестко склеенных твердых полупространств (первое условие (1.5) задает только равенство касательных напряжений) в случае $\tilde{\rho} \approx 1$ [16] при $\tilde{C}_l^{(1)} \neq \tilde{C}_l^{(2)}$, $\tilde{C}_t^{(1)} \neq \tilde{C}_t^{(2)}$ получаются тривиальные решения $C = 0$, а при $\tilde{C}_l^{(1)} = \tilde{C}_l^{(2)}$, $\tilde{C}_t^{(1)} = \tilde{C}_t^{(2)}$ — решения $C = C_l$, $C = C_t$.

На рис. 5 показаны зависимости относительных скорости $C/C_t^{(1)}$ (см. (2.7)) и глубины проникания (см. (2.8)) нулевой моды волны горизонтальной поляризации в песок, насы-

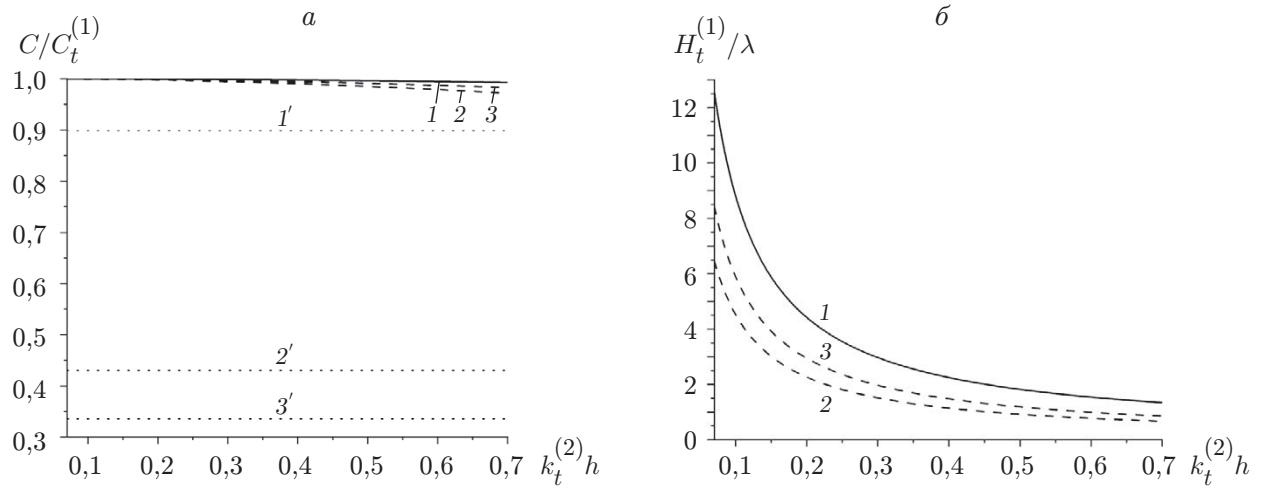


Рис. 5. Зависимости относительных скорости (а) и глубины проникания (б) волн горизонтальной поляризации от безразмерной толщины слоя:

1 — $S^{(1)} = 0, S^{(2)} = 0,2$; 2 — $S^{(1)} = 0,2, S^{(2)} = 0,2$, 3 — $S^{(1)} = 0,7, S^{(2)} = 0,2$; 1', 2', 3' — прямые $y = C_t^{(2)}/C_t^{(1)}$, соответствующие линиям 1, 2, 3

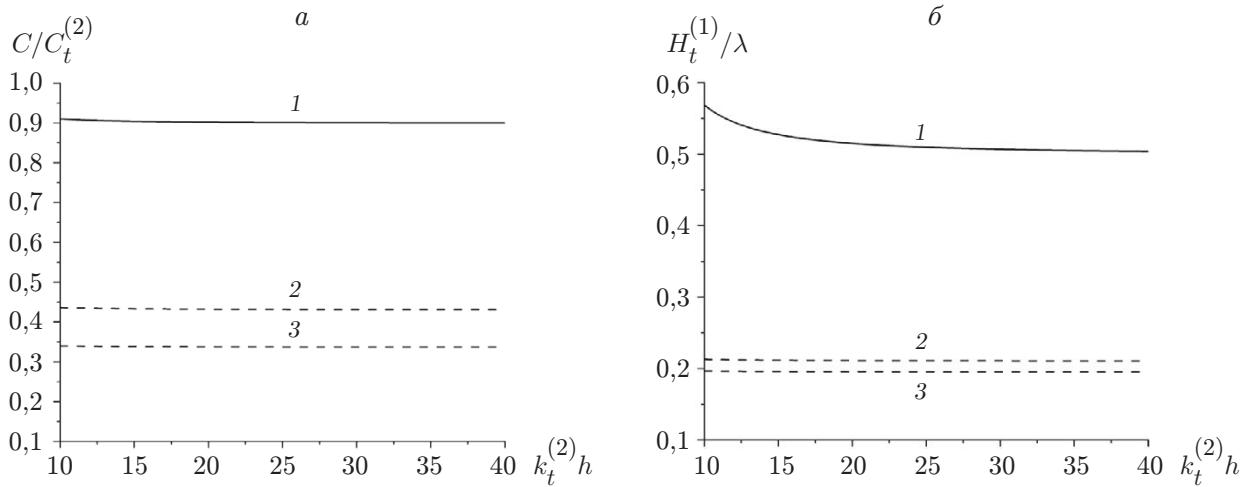


Рис. 6. Зависимости относительных скорости (а) и глубины проникания (б) коротких волн горизонтальной поляризации от безразмерной толщины слоя:
1 — $S^{(1)} = 0, S^{(2)} = 0,2$, 2 — $S^{(1)} = 0,2, S^{(2)} = 0,2$, 3 — $S^{(1)} = 0,7, S^{(2)} = 0,2$

щенным гидратом, от безразмерной толщины слоя $k_t^{(2)} h$. Линии 1, 2 и 3 соответствуют значениям скорости волн $C_t^{(2)} = 872$ м/с для водонасыщенного песка и $C_t^{(1)} = 970, 2025, 2595$ м/с для гидратонасыщенного песка. На рис. 6–8 линии 1, 2 и 3 соответствуют тем же значениям скорости волн в граничащих средах.

Из анализа расчетных кривых следует, что насыщенность гидратом песка приводит к некоторой дисперсии скорости (линии 2, 3 на рис. 5, а), которая увеличивается с увеличением толщины слоя $k_t^{(2)} h$. Также происходит уменьшение глубины проникания (линии 2, 3 на рис. 5, б). При толщине слоя $k_t^{(2)} h \geq 0,6$ глубина проникания $H_t^{(1)} \leq \lambda$.

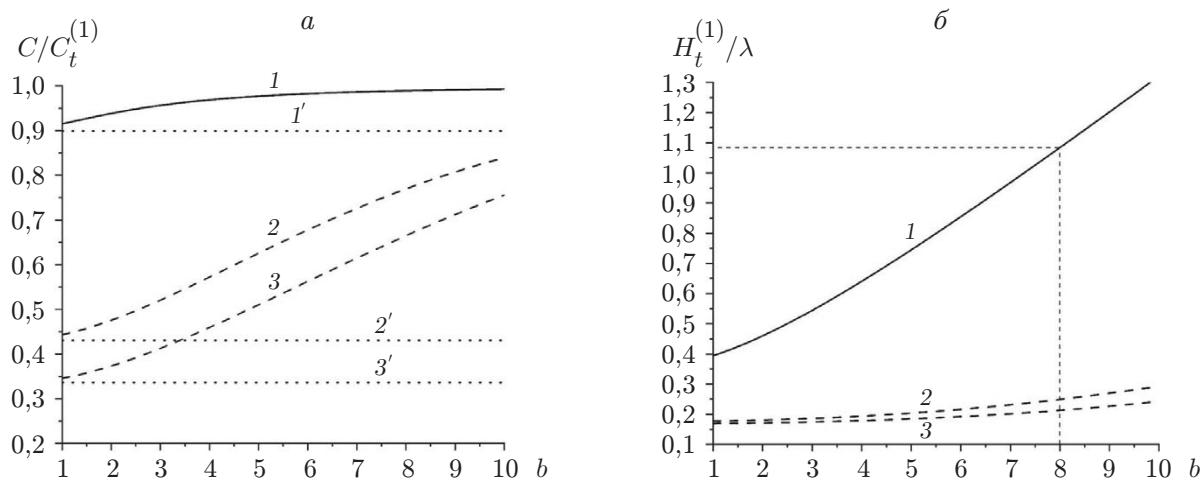


Рис. 7. Зависимости относительных скорости (*а*) и глубины проникания (*б*) волн горизонтальной поляризации от отношения длины волны к толщине слоя b :

1 — $S^{(1)} = 0$, $S^{(2)} = 0.2$, 2 — $S^{(1)} = 0.2$, $S^{(2)} = 0.2$, 3 — $S^{(1)} = 0.7$, $S^{(2)} = 0.2$; 1', 2', 3' — прямые $y = C_t^{(2)}/C_t^{(1)}$, соответствующие линиям 1, 2, 3

В случае более коротких волн согласно формулам (2.9), (2.10) зависимость относительной скорости $C/C_t^{(2)}$ от безразмерной толщины слоя менее существенно зависит от наличия гидрата в песке, при этом глубина проникания волны значительно меньше длины волны. Из рис. 6 следуют только некоторые количественные различия зависимостей скорости и глубины проникания нулевой моды волны в гидратонасыщенную пористую среду от толщины слоя. Значения скорости и глубины проникания волны при наличии гидрата (линии 2, 3) уменьшаются более чем в два раза по сравнению со случаем отсутствия гидрата (линия 1).

На рис. 7 представлены зависимости относительных скорости $C/C_t^{(1)}$ (см. (2.11)) и глубины проникания (см. (2.8)) нулевой моды волны горизонтальной поляризации в песок, насыщенный гидратом, от параметра $b \geq 1$. Из результатов расчетов следует, что в песок, насыщенный гидратом (линии 2, 3), поверхностная волна практически не проникает. В отсутствие гидрата (линия 1) глубина проникания волны в полупространство не меньше длины волны: $H_t^{(1)} \geq \lambda$ для $b \geq 8$.

Из анализа результатов расчетов, представленных на рис. 7, б, следует условие для частот $\pi C_t^{(2)}/(4h) \leq \omega < \pi C_t^{(1)}/(4h)$.

На рис. 8 представлена динамика импульсного сигнала длительностью $\Delta t = 4 \cdot 10^{-4}$ с, имеющего колоколообразную форму, на плоской границе между гидратонасыщенным песком и слоем водонасыщенного песка толщиной $h = 0.05$ м, полученная с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье [19–21]. Предполагается, что датчики D₁, D₂ расположены на плоской границе ($z = 0$) вдали от источника возбуждения волны, датчик D₃ — в гидратонасыщенном песке, датчик D₄ — в слое водонасыщенного песка (см. рис. 2). Датчики D₁ и D₂ имеют координаты $x = 0$ и $x = 2$ м и регистрируют импульсы вдоль границы раздела, датчики D₃ и D₄ имеют координаты $x = 2$ м, $z = 1.5$ м и $x = 2$ м, $z = -0.02$ м соответственно. Полученные осциллограммы подтверждают, что волна локализуется в слое водонасыщенного песка, который в случае наличия под ним толщи гидратосодержащего песчаника является волновым каналом (линии 2, 3). В случае

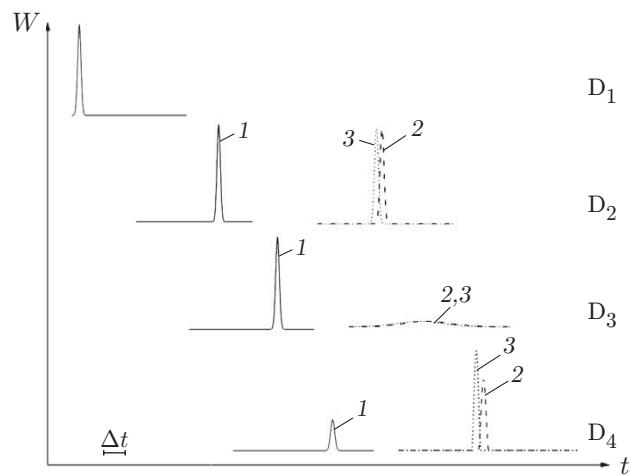


Рис. 8. Динамика сигнала длительностью $\Delta t = 4 \cdot 10^{-4}$ с для песка, насыщенного гидратом, и слоя песка, насыщенного водой, толщиной $h = 0,05$ м:
 1 — $S^{(1)} = 0, S^{(2)} = 0,2$, 2 — $S^{(1)} = 0,2, S^{(2)} = 0,2$, 3 — $S^{(1)} = 0,7, S^{(2)} = 0,2$; D₁—D₄ — датчики, регистрирующие сигнал

льдонасыщенной песчаной породы динамика поверхностных волн горизонтальной поляризации качественно подобна, поскольку льдонасыщенная порода акустически более жесткая по сравнению с водонасыщенным слоем песка.

Заключение. В рамках односкоростной модели упругой изотропной насыщенной пористой среды построена математическая модель акустики поверхностных волн вертикальной и горизонтальной поляризации, в которой уравнения состояния среды получены с использованием лабораторных данных о скоростях продольных и поперечных волн.

Показано, что при условии наличия тонкой пленки между водонасыщенной средой и гидратонасыщенной пористой средой (песчаником) плоская граница раздела является волновым каналом в случае волн вертикальной поляризации. Установлено, что глубина проникания поперечных волн приблизительно в два раза больше глубины проникания продольных волн в насыщенную пористую среду.

Предлагается для диагностики газогидратных залежей наряду с другими методами применять метод поверхностных волн горизонтальной поляризации с длиной волны, по крайней мере, в восемь раз превышающей толщину слоя пористой среды, насыщенной водой. Для таких волн найден диапазон частот, в котором происходит локализация волны в слое водонасыщенного песка, расположенному над гидратонасыщенной песчаной породой, при положительных температурах. Заметим, что при отрицательных температурах донных отложений в рамках односкоростной модели среды невозможно различить гидратонасыщенный и льдонасыщенный песчаники. Поэтому в дальнейшем необходимо сформулировать двухскоростную модель сред, в которой учитываются теплофизические особенности газогидратов, насыщающих пористую среду.

ЛИТЕРАТУРА

1. Макогон Ю. Ф. Газогидраты. История изучения и перспективы освоения // Геология и полезные ископаемые Мирового океана. 2010. № 2. С. 5–21.
2. Сапарлиев Х. М., Нургельдыев Н. Основные типы сейсмических волн // Новое слово в науке и практике: гипотезы и апробация результатов исследований. 2015. № 18. С. 17–26.

3. Stoneley R. Elastic waves at the surface of separation of two solids // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1924. V. 106, N 738. P. 416–428. DOI: 10.1098/rspa.1924.0079.
4. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
5. Викторов И. А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981.
6. Гринченко В. Т. Гармонические колебания и волны в упругих телах / В. Т. Гринченко, В. В. Мелешко. Киев: Наук. думка, 1981.
7. Кайбичев И. А., Шавров В. Г. Трансформация спектра волн Лява при жестком слое и мягким полупространстве // Акуст. журн. 1993. Т. 39, № 5. С. 848–853.
8. Кессених Г. Г. Поверхностные волны Лява для двух изотропных слоев на изотропной подложке // Акуст. журн. 1984. Т. 30, № 1. С. 74–78.
9. Губайдуллин А. А., Болдырева О. Ю. Распространение волн вдоль границы насыщенной пористой среды и жидкости // Акуст. журн. 2006. Т. 52, № 2. С. 201–211.
10. Губайдуллин А. А., Болдырева О. Ю. Распространение поверхностных акустических волн вдоль свободной границы насыщенной пористой среды // ПМТФ. 2009. Т. 50, № 5. С. 46–55.
11. Рущицкий Я. Я. О нелинейно-упругой волне Стоунли // Прикл. механика. 2014. Т. 50, № 6. С. 39–54.
12. Рафиков В. Г., Леготин Л. Г., Минияров Р. Х. и др. Оценка проницаемости нефтегазовых коллекторов методом волнового акустического каротажа // Каротажник. 2014. № 3. С. 134–139.
13. Губайдуллин А. А., Болдырева О. Ю. Волны в пористой среде со слоем, содержащим газовый гидрат // ПМТФ. 2020. Т. 61, № 4. С. 31–38.
14. Губайдуллин А. А., Болдырева О. Ю., Дудко Д. Н. Скорость и поглощение линейных волн в слоистых средах, насыщенных газом и его гидратом // ПМТФ. 2022. Т. 63, № 4. С. 56–63.
15. Шагапов В. Ш., Рафикова Г. Р., Каримова Г. Р. Динамика волн Стоунли на границе “вода — насыщенный водой или газогидратом песок” // Инж.-физ. журн. 2022. Т. 95, № 4. С. 869–875.
16. Дучков А. Д., Дучков А. А., Дугаров Г. А., Дробчик А. Н. Скорости ультразвуковых волн в песчаных образцах, содержащих воду, лед или гидраты метана и тетрагидрофурана // Докл. АН. 2018. Т. 478, № 1. С. 94–99.
17. Каримова Г. Р., Рафикова Г. Р. Вывод дисперсионного уравнения для определения скорости волны Стоунли на границе пористых сред, насыщенных гидратом и водой // Многофаз. системы. 2021. Т. 16, № 2. С. 79–83. DOI: 10.21662/mfs2021.2.011.
18. Исакович М. А. Общая акустика. М.: Наука, 1973.
19. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. М.: Наука, 1977.
20. Ефимов В. А. Математический анализ (специальные разделы). М.: Высш. шк., 1980. Ч. 1.
21. Губайдуллин А. А., Болдырева О. Ю. Компьютерное моделирование волновых процессов в пористых средах // Вестн. кибернетики. 2016. № 2. С. 103–111.

Поступила в редакцию 24/X 2023 г.,
после доработки — 11/II 2024 г.
Принята к публикации 26/II 2024 г.