

УДК 533.6.011

МЕТОД ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ В ПОТОКЕ ГАЗА ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЙ В АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ТРУБАХ КРАТКОВРЕМЕННОГО ДЕЙСТВИЯ

В. А. Деревянко, С. В. Кукушкин, А. Ф. Латыпов*

Институт вычислительного моделирования СО РАН, 660036 Красноярск, Россия

* Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия

E-mails: dv@icm.krasn.ru, tankuku@mail.ru, latypov@itam.nsc.ru

Описан метод восстановления давления в потоке газа по результатам измерений датчиком давления на пьезоэлементе в аэродинамических трубах кратковременного действия. Предполагается, что измерительная система является линейным динамическим объектом. Квазирешение линейного интегрального уравнения Вольтерры первого рода строится на основе условия выполнения уравнения в среднем на последовательных интервалах, на которые разбивается временной отрезок измерений. Предложена экспериментальная методика определения нормальной реакции датчика (передаточной функции) и приведен пример восстановления давления в потоке воздуха в ударной аэродинамической трубе.

Ключевые слова: аэродинамическая труба кратковременного действия, давление, интегральное уравнение Вольтерры первого рода.

Введение. Представляется, что любой прибор является линейной динамической системой, в противном случае проводить измерения становится проблематичным. Так как скорость распространения сигнала конечна, то при его воздействии в виде единичной ступеньки на датчик возникающая реакция, называемая в данном случае нормальной, достигает стационарного значения за конечное время (постоянная времени прибора). Если в исследуемом процессе значение параметра в течение промежутка времени, меньшего постоянной времени, изменяется на величину, превышающую погрешность прибора, то для получения точного значения параметра необходимо решать линейное интегральное уравнение Вольтерры первого рода типа свертки. Задача восстановления измеряемого параметра является, как правило, некорректной. Большинство методов регуляризации некорректной задачи предусматривают добавление в уравнение в виде слагаемого функционала с малым параметром [1–3]. Среди большого количества работ, в которых рассматривались некорректные задачи, отметим лишь две работы, где приведены и исследованы достаточно общие методы решения. В [4] изучена задача повышения разрешающей способности антенны и выделения слабого сигнала на фоне анизотропной помехи. Возникающая система линейных интегральных уравнений первого рода решается методом регуляризации М. М. Лаврентьева в сочетании с методом модельных экспериментов для определения параметров регуляризации. В [5] рассмотрена задача непараметрической идентификации

линейных стационарных систем, сводящаяся к решению линейного интегрального уравнения (системы уравнений) Вольтерры первого рода типа свертки. На конкретном примере проверены различные способы решения. Из полученных результатов следует, что предпочтительным методом является метод регуляризации М. М. Лаврентьева в сочетании с методом наименьших квадратов.

Важной особенностью рассматриваемой задачи является то, что значения нормальной реакции и ее производной в начальный момент равны нулю. Однако регуляризация задачи принципиально изменяет свойство моделируемой системы: скорость распространения сигнала становится бесконечной. При этом отсутствует физическое обоснование введения стабилизирующего функционала.

В настоящей работе квазирешение строится на множестве N интервалов, на которые разбивается интервал измерений $[0, T]$, без введения стабилизирующего функционала. Класс функций задается экспериментатором исходя из физической постановки задачи. Предполагается, что на каждом интервале уравнения выполняются в среднем. Поэтому по крайней мере в одной точке интервала уравнения выполняются точно, и осредняются ошибки измерений. Число интервалов и распределение их длин определяются из приближенного решения задачи минимизации среднеквадратичной невязки на всем интервале измерений. Получаемое решение по аналогии с [3] будем называть квазирешением.

Нормальная реакция определяется экспериментально, поэтому отсутствует необходимость строить математические модели прибора, что удастся лишь в простейших случаях. Применение методики позволяет использовать достаточно “грубые” (а значит, недорогие) датчики. Достоверность результатов подтверждена экспериментально на примере датчика давления на пьезоэлементе.

Имеются следующие основания для представления датчика давления в виде линейного динамического объекта: нагрузки таковы, что реализуются упругие деформации; температура датчика в ходе эксперимента изменяется незначительно; малые размеры датчика (диаметр $d = 5 \cdot 10^{-3}$ м, толщина $h = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м) обуславливают слабую зависимость выходного сигнала от функции распределения действующей нагрузки по рабочей поверхности датчика.

Обозначим через $u(t)$ нормальную реакцию датчика. Тогда уравнение, связывающее функции воздействия $g(t)$ и реакции $f(t)$, имеет вид (линейное интегральное уравнение Вольтерры первого рода)

$$f(t) = - \int_0^t \frac{\partial u(t-\tau)}{\partial \tau} g(\tau) d\tau, \quad t \in [0, T]. \quad (1)$$

Нормальная реакция удовлетворяет условиям

$$u(0) = \dot{u}(0) = 0. \quad (2)$$

Из уравнения (1) необходимо определить функцию $g(t)$ по результатам измерений $f(t)$ ($t = j\Delta t$, $j = 0, 1, \dots$; Δt — шаг по времени). Пусть на отрезке $[0, t_i]$ решение получено, обозначим его $g_*(t)$. Попытаемся построить решение g_h на интервале $[t_i, t_i + h]$, $h \ll 1$. Запишем (1) с учетом решения $g_*(t)$ на отрезке $[0, t_i]$:

$$- \int_0^{t_i} \frac{\partial u(t-\tau)}{\partial \tau} g_*(\tau) d\tau - \int_{t_i}^t \frac{\partial u(t-\tau)}{\partial \tau} g_h(\tau) d\tau = \tilde{f}(t), \quad t = t_i + h. \quad (3)$$

Здесь $\tilde{f}(t)$ — значение функции с учетом погрешности измерения. Согласно принятому

предположению справедливо соотношение

$$-\int_0^{t_i} \frac{\partial u(t_i - \tau)}{\partial \tau} g_*(\tau) d\tau = \tilde{f}(t_i). \quad (4)$$

Вычтем (4) из (3):

$$-\int_0^{t_i} \left(\frac{\partial u(t - \tau)}{\partial \tau} - \frac{\partial u(t_i - \tau)}{\partial \tau} \right) g_*(\tau) d\tau - \int_{t_i}^t \frac{\partial u(t - \tau)}{\partial \tau} g_h(\tau) d\tau = \tilde{f}(t) - \tilde{f}(t_i). \quad (5)$$

Поскольку h — малое значение, можно записать

$$\begin{aligned} \int_0^{t_i} \left(\frac{\partial u(t - \tau)}{\partial \tau} - \frac{\partial u(t_i - \tau)}{\partial \tau} \right) g_*(\tau) d\tau &= h \int_0^{t_i} \frac{\partial^2 u(t_i - \tau)}{\partial t \partial \tau} g_*(\tau) d\tau + O(h^2), \\ \int_{t_i}^t \frac{\partial u(t - \tau)}{\partial \tau} g_h(\tau) d\tau &= -u(h)g_h(\tau'), \quad \tau' = t_i + \chi h, \quad \chi < 1, \\ u(h) &= \frac{1}{2} \ddot{u}(0)h^2 + O(h^3), \quad \tilde{f}(t) - \tilde{f}(t_i) = \dot{f}(t_i)h + \delta + O(h^2), \end{aligned}$$

где δ — погрешность измерений. Подставляя эти соотношения в (5) и полагая $\ddot{u}(0) \neq 0$, получаем

$$g_h(\tau') = \frac{1}{\ddot{u}(0)h^2/2 + O(h^3)} \left(\dot{f}(t_i)h + \delta + h \int_0^{t_i} \frac{\partial^2 u(t_i - \tau)}{\partial t \partial \tau} g_*(\tau) d\tau + O(h^2) \right). \quad (6)$$

Из (6) следует, что $\lim_{h \rightarrow 0} g_h(\tau') = \infty$ даже при точном значении измеряемой функции $f(t)$. Таким образом, задача некорректна.

Квазирешения строятся на множествах кусочно-постоянных и кусочно-линейных функций. Условие равенства нулю средней на интервале невязки исключает проблему выбора точек коллокации. Значения функций на интервалах в случае ступенчатых функций и значения функций в узлах в случае кусочно-линейных функций определяются из рекуррентных соотношений. Во втором случае значение $g_0 = g(0)$ полагается известным либо может быть определено из условия минимума среднеквадратичной невязки уравнения на первом интервале. Квазирешения могут быть построены также с использованием многозвенных двухточечных интерполяционных полиномов Эрмита большей степени. При этом коэффициенты полиномов определяются из условия минимума среднеквадратичной невязки уравнения на интервалах при равенстве нулю средней невязки.

1. Квазирешение — кусочно-постоянная функция. Рассмотрим систему линейных интегральных уравнений Вольтерры первого рода вида

$$\mathbf{F}(t) = - \int_0^t \frac{\partial \mathbf{U}(t - \tau)}{\partial \tau} \mathbf{G}(\tau) d\tau, \quad t \in [0, T]. \quad (7)$$

Вектор-функция $\mathbf{F}(t)$ размером $[r \times 1]$ и матрица $\mathbf{U}(t)$ размером $[r \times r]$ заданы в точках $t_k = k\Delta t$, $k = \overline{0, L}$, $L = T/\Delta t$. Вектор-функция $\mathbf{G}(t)$ размером $[r \times 1]$ подлежит определению.

Уравнение (7) описывает линейную динамическую систему, имеющую r входов и r выходов. Матрица нормальных реакций $\mathbf{U}(t)$ удовлетворяет условиям $\mathbf{U}(0) = \dot{\mathbf{U}}(0) = 0$, соответствующим физической системе. Поэтому минимальная длина интервала должна быть конечной величиной. Квазирешение будем строить в классе кусочно-постоянных функций на N интервалах. Пусть на интервалах $[t_l, t_{l+1}]$, $l = \overline{0, i-1}$ значения $\{\mathbf{G}_l\}$ определены. Запишем функцию невязки $\mathbf{z}(t)$ на интервале $h_i = t_{i+1} - t_i$:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(t) &= \mathbf{Q}(t) - \mathbf{U}(t - t_i) \cdot \mathbf{G}_i, \quad t \in [t_i, t_{i+1}], \\ \mathbf{Q}(t) &= \mathbf{F}(t) + \sum_{l=0}^{i-1} [\mathbf{U}(t - t_{l+1}) - \mathbf{U}(t - t_l)] \cdot \mathbf{G}_l \end{aligned} \quad (8)$$

и выполним осреднение: $\langle \mathbf{z}_i \rangle = \frac{1}{h_i} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \mathbf{z}(t) dt$. Используя условие равенства нулю невязки в среднем на интервале $\langle \mathbf{z}_i \rangle = 0$, получаем значение \mathbf{G}_i :

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_i &= \langle \mathbf{U}(t - t_i) \rangle^{-1} \cdot \langle \mathbf{Q}(t) \rangle, \\ \langle \mathbf{Q}(t) \rangle &= \langle \mathbf{F}(t) \rangle + \sum_{l=0}^{i-1} [\langle \mathbf{U}(t - t_{l+1}) \rangle - \langle \mathbf{U}(t - t_l) \rangle] \cdot \mathbf{G}_l. \end{aligned} \quad (9)$$

Определенные интегралы в уравнении (9) вычисляются методом трапеций. Предполагается, что при каждом значении N существует разбиение, при котором матрица $\langle \mathbf{U}(t - t_i) \rangle$ не вырождена. Если $r = 1$, то равенство нулю осредненной по интервалу функции на любом разбиении означает, что функция тождественно равна нулю [5]. Если матрица $\langle \mathbf{U}(t - t_i) \rangle$ вырождена на любом разбиении, то это означает, что по крайней мере два канала реакции или два канала воздействия идентичны.

Квазирешение \mathbf{G}_i , $i = \overline{0, N-1}$ зависит от количества интервалов N и распределения их длин $h_i = t_{i+1} - t_i$. Для получения этого распределения введем функционал среднеквадратичной невязки

$$\Phi(N, t_i) = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{z}'(t) \cdot \mathbf{z}(t) dt \quad (10)$$

(штрих означает транспонирование). Число интервалов и распределение их длин определим из решения задачи

$$\Phi_* = \inf_{N, t_i} \Phi(N, t_i), \quad t_{i-1} < t_i < t_{i+1}, \quad i = \overline{1, N-1}. \quad (11)$$

Функционал среднеквадратичной невязки (10) — многоэкстремальная функция по переменным t_i . Для получения точного решения задачи (11) требуется выполнить очень большой объем вычислений. В данной работе приближенное решение определяется с использованием алгоритма циклического покоординатного сканирования функционала в заданном числе точек с выбором лучшей точки для последовательности значений N .

Ниже приведен алгоритм минимизации функционала Φ .

Заданы равномерное начальное распределение длин N интервалов ($t_0 = 0, t_N = T$); шаг поиска τ_* ; число точек $2s + 1$, в которых сканируется окрестность точки t_i ; минимальная длина интервала h_{\min} .

1. Пусть на некотором этапе поиска минимума функционала определено распределение $T^0 = \{t_0, t_i^0, t_N, i = \overline{1, N-1}\}$ и вычислено значение функционала Φ^0 .

2. Для каждого i в s -окрестности t_i^0 определяется значение t_i^1 :

$$t_i^1 = \arg [\inf_k \Phi(N, t_0, t_1^1, \dots, t_{i-1}^1, t_i^0 \pm \tau_* k, t_{i+1}^0, \dots, t_{N-1}^0, t_N)], \quad k = \overline{0, s}, \quad i = \overline{1, N-1}$$

при $t_{i-1}^1 + h_{\min} \leq t_i^0 \pm \tau_* k \leq t_{i+1}^0 - h_{\min}$.

3. По распределению $T^1 = \{t_0, t_i^1, t_N, i = \overline{1, N-1}\}$ вычисляется значение Φ^1 .

4. Если $\Phi^1 < \Phi^0$, то распределению T^1 присваивается символ T^0 , значению Φ^0 присваивается значение Φ^1 , и происходит переход к п. 2, иначе задача решена.

Вычисления выполняются для нескольких значений N , из которых выбирается значение, соответствующее минимальному значению функционала с соответствующим распределением интервалов. Данный алгоритм в общем случае не обеспечивает получение точного решения задачи (11), однако по сравнению с алгоритмами поиска локального экстремума он дает существенно меньшие значения функционала.

2. Квазирешение — кусочно-линейная функция. Пусть на интервалах $\{[t_l, t_{l+1}]; l = \overline{0, i-1}\}$ функции

$$G_l(t) = G_l + \frac{G_{l+1} - G_l}{h_l} (t - t_l)$$

определены, т. е. определены значения $\{G_l\}$ в точках $\{t_l\}$. Принято, что значение G_0 известно. Запишем уравнение (7) для i -го интервала:

$$-\sum_{l=0}^{i-1} \int_{t_l}^{t_{l+1}} \frac{\partial U(t-\tau)}{\partial \tau} G_l(\tau) d\tau - \int_{t_i}^t \frac{\partial U(t-\tau)}{\partial \tau} G_i(\tau) d\tau = F(t), \quad t \in [t_i, t_{i+1}]. \quad (12)$$

Интегрируя по частям, интегралы в (12) представим в виде

$$\int_{t_l}^{t_{l+1}} \frac{\partial U(t-\tau)}{\partial \tau} G_l(\tau) d\tau = U(t-t_{l+1})G_{l+1} - U(t-t_l)G_l - V(t, t_l, t_{l+1})(G_{l+1} - G_l),$$

$$\int_{t_i}^t \frac{\partial U(t-\tau)}{\partial \tau} G_i(\tau) d\tau = -U(t-t_i)G_i - V(t, t_i, t)(G_{i+1} - G_i),$$

$$V(t, t_l, t_{l+1}) = \frac{1}{h_l} \int_{t_l}^{t_{l+1}} U(t-\tau) d\tau.$$

Подставляя эти выражения в (12), получаем функцию невязки $z(t)$ на i -м интервале:

$$z(t) = F(t) - U(t)G_0 - Q(t) - V(t, t_i, t)(G_{i+1} - G_i), \quad (13)$$

$$Q(t) = \sum_{l=0}^{i-1} V(t, t_l, t_{l+1})(G_{l+1} - G_l), \quad t \in [t_i, t_{i+1}].$$

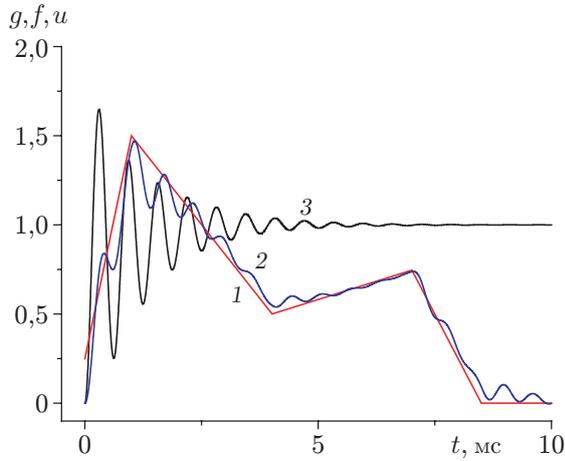


Рис. 1

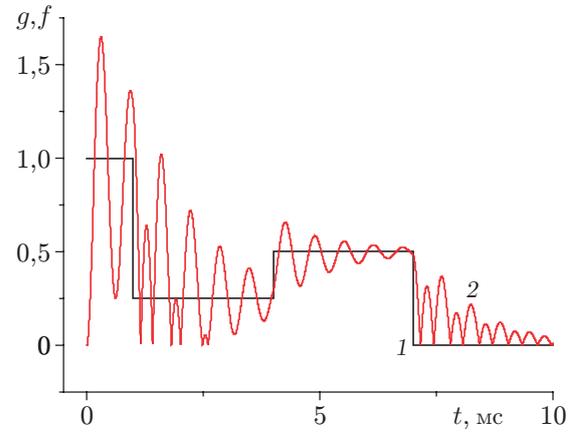


Рис. 2

Рис. 1. Реакция системы (2) на кусочно-линейное воздействие (1) и нормальная реакция системы (3)

Рис. 2. Реакция системы (2) на кусочно-постоянное воздействие (1)

Выполняя осреднение в уравнении (13) на интервале $h_i = t_{i+1} - t_i$ и используя условие равенства нулю невязки в среднем на интервале $\langle z_i \rangle = 0$, получаем значение \mathbf{G}_{i+1} , $i = \overline{0, N - 1}$:

$$\mathbf{G}_{i+1} = \mathbf{G}_i + \langle \mathbf{V}(t, t_i, t) \rangle^{-1} \cdot [\langle \mathbf{F}(t) \rangle - \langle \mathbf{U}(t) \rangle \cdot \mathbf{G}_0 - \langle \mathbf{Q}(t) \rangle].$$

Число интервалов N и распределение их длины определяются так же, как в п. 1.

3. Тест. Нормальная реакция модельного объекта имеет вид

$$u(t) = 1 - \exp(-\lambda_1 t) \cos(\beta_1 t) - (\lambda_1/\beta_2) \exp(-\lambda_2 t) \sin(\beta_2 t),$$

$$\lambda_1 = 0,8, \quad \lambda_2 = 2,0, \quad \beta_1 = 10, \quad \beta_2 = 0,5$$

(кривая 3 на рис. 1). Приложим кусочно-линейное (кривая 1 на рис. 1) и кусочно-постоянное (кривая 1 на рис. 2) воздействия. Если рассматривать реакции (кривые 2 на рис. 1, 2) в качестве экспериментальной информации, то с использованием предложенного метода соответствующие воздействия восстанавливаются точно.

4. Восстановление нагрузки, действующей на датчик давления. Для определения нормальной реакции датчика было создано устройство, содержащее собственно датчик, электромагнит, удерживающий металлический шарик радиусом r на начальной высоте h_0 относительно пьезоэлемента, и регистрирующую аппаратуру. При выключении электромагнита начиналось свободное падение шарика. По результатам измерения напряжения на пьезоэлементе определяются моменты времени первого контакта t_1 шарика с пьезоэлементом, остановки шарика t_{st} , его отрыва t_{sep} и второго контакта t_2 . По этим моментам времени и массе шарика m вычисляются средние силы, действующие на него на участках торможения и разгона при первом контакте.

Выполним оценку величины силы аэродинамического сопротивления X относительно силы тяжести $m\hat{g}$ при движении шарика в воздухе:

$$\frac{X}{m\hat{g}} = \frac{c_x \rho_\infty V^2 \pi r^2}{2m\hat{g}} \leq \frac{c_x \rho_\infty V_{\max}^2 \pi r^2}{2m\hat{g}}. \quad (14)$$

Максимальная скорость шарика достигается в момент первого соударения, формула для ее оценки без учета силы аэродинамического сопротивления имеет вид $V_{\max} \simeq \hat{g}t_1$. В экс-

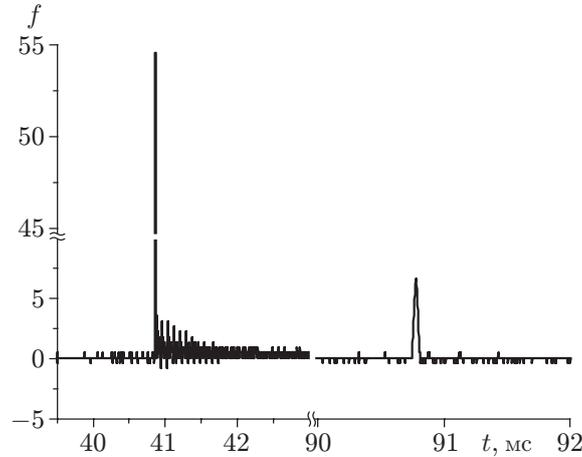


Рис. 3. Ненормированная реакция датчика на первый и второй удары шарика

перименте получено значение $t_1 \approx 0,04$ с (рис. 3). Другие величины в (14) имеют значения $c_x = 0,45$, $\rho_\infty = 1,25$ кг/м³, $m = 0,25 \cdot 10^{-3}$ кг, $r = 10^{-3}$ м. Следовательно, $X/(m\hat{g}) \leq 0,6 \cdot 10^{-4}$ и силу аэродинамического сопротивления при движении шарика в воздухе можно не учитывать. Оценки скоростей шарика при первом соударении V_1 и в момент отрыва V_{sep} могут быть получены из простых соотношений $V_1 = \hat{g}t_1$, $V_{sep} = 0,5\hat{g}(t_2 - t_{sep})$. Из законов сохранения импульса находим значения средних сил на участках торможения g_{1s} и разгона g_{2s} :

$$g_{1s} = m\hat{g} \frac{t_1}{t_{st} - t_1}, \quad g_{2s} = \frac{1}{2} m\hat{g} \frac{t_2 - t_{sep}}{t_{sep} - t_{st}}, \quad q = \frac{g_{2s}}{g_{1s}}.$$

Подставляя эти значения сил в уравнение (1) и обозначая соответствующую реакцию датчика $f_0(t)$, получаем

$$f_0(t) = g_{1s}u(t) + (g_{2s} - g_{1s})u(t - t_{st}) - g_{2s}u(t - t_{sep}), \quad u(t) = 0 \quad \text{при} \quad t \leq 0.$$

При взаимодействии шарика с пьезоэлементом часть кинетической энергии шарика расходуется на генерацию волн, энергия которых диссипирует в конструкции датчика. Поэтому скорость отскока датчика меньше начальной скорости, соответственно средняя сила на участке разгона g_{2s} меньше средней силы g_{1s} , действующей на участке торможения. Вычислим среднее значение функции $f_0(t)$ на отрезке $[t_1, t_{st}]$. Имеем

$$\langle f_0(t) \rangle = \frac{1}{t_{st} - t_1} \int_{t_1}^{t_{st}} f_0(t) dt.$$

Проведем нормирование, сохраняя исходные обозначения величин:

$$f_0(t) = \frac{f_0(t)}{\langle f_0(t) \rangle}, \quad f(t) = \frac{f(t)}{\langle f_0(t) \rangle}, \quad u(t) = \frac{g_{1s}u(t)}{\langle f_0(t) \rangle}, \quad q = \frac{g_{2s}}{g_{1s}}.$$

Нормированная нормальная реакция определяется из уравнения

$$u(t) = f_0(t) + (1 - q)u(t - t_{st}) + qu(t - t_{sep}).$$

Функция $f_0(t)$ приведена на рис. 4, нормированная нормальная реакция $u(t)$ — на рис. 5. Так как на воздействие в виде единичной ступеньки реакция в пределе должна быть равна единице, полученный результат $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = 1$ свидетельствует о том, что нормирование величин выполнено верно. Это также позволяет получить оценку для коэффициента

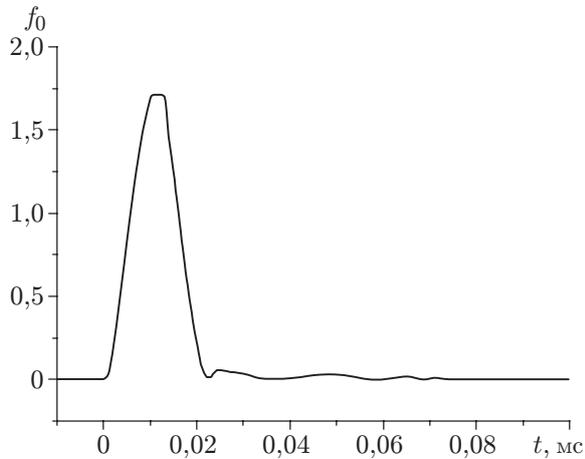


Рис. 4

Рис. 4. Нормированная реакция датчика на первый удар шарика

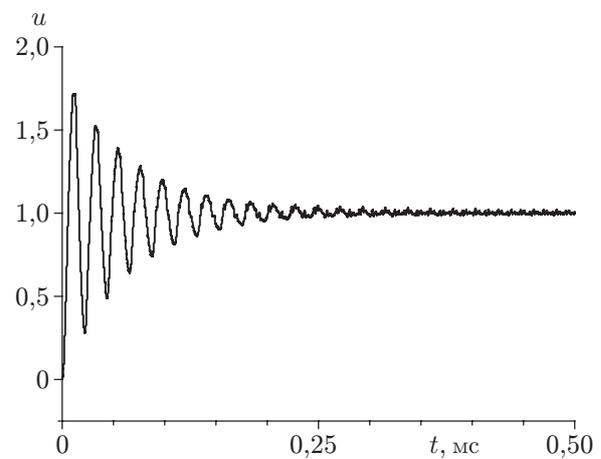


Рис. 5

Рис. 5. Нормированная нормальная реакция датчика

пропорциональности σ , связывающего действующую на пьезоэлемент силу и возникающее напряжение: $\sigma = \langle f_0(t) \rangle / g_{1s}$. Среднее избыточное давление равно $\Delta p_0 = g_{1s} / S$ (S — площадь пьезоэлемента). В эксперименте, результаты которого представлены на рис. 3, 4, получены следующие значения характерных параметров: длительность взаимодействия $\Delta t_w = t_{sep} - t_1 = 2,2 \cdot 10^{-5}$ с, скорость шарика в момент первого контакта $V_1 = 0,40$ м/с, относительная скорость отрыва $V_{sep} / V_1 = 0,61$; средняя сила торможения $g_{1s} = 7,86$ Н, относительная средняя сила разгона $q = 0,84$, осредненная перегрузка при торможении $g_{1s} / (m\dot{g}) = 3204$; среднее избыточное давление $\Delta p_0 = 4 \cdot 10^5$ Па.

Найдя кусочно-постоянное или кусочно-линейное квазирешение уравнения (1), вычисляем избыточное давление $\Delta p(t) = \Delta p_0 g(t)$.

Для тестирования методики проведен эксперимент в ударной аэродинамической трубе, представляющей собой канал прямоугольного сечения, состоящий из секций высокого и низкого давления, разделенных в начальный момент диафрагмой. В секции низкого давления на участке длиной $\Delta l = 0,5$ м установлены три датчика давления. При разрыве диафрагмы в канале возникает движущаяся ударная волна, средняя скорость которой определяется по времени ее прохождения через крайние датчики (рис. 6). Среднее число Маха ударной волны равно $M = 1,15$. Второй датчик, передаточная функция которого определена выше, подлежит тестированию. Показания этого датчика представлены на рис. 7. В табл. 1 указаны значения функционала среднеквадратичной невязки при различном количестве интервалов (оптимальное число интервалов равно семи). В табл. 2 приведены длины интервалов и значения среднеквадратичных невязок на них. Функция избыточного давления для оптимального числа интервалов представлена на рис. 8. Поскольку газ расширяется, давление со временем уменьшается, соответственно уменьшается и скорость ударной волны. Значение перепада давления, соответствующее среднему числу Маха, показано горизонтальной линией 2, т. е. находится в интервале вычисленных значений избыточного давления.

Заключение. Разработана методика восстановления давления в аэродинамических трубах кратковременного действия. На примере ударной аэродинамической трубы с использованием датчиков давления на пьезоэлементе показана ее работоспособность. Метод решения линейных интегральных уравнений Вольтерры первого рода может быть приме-

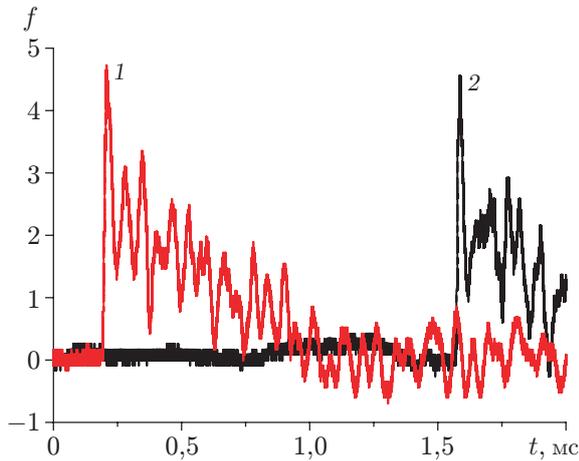


Рис. 6

Рис. 6. Реакции первого (1) и третьего (2) датчиков на воздействие ударной волны

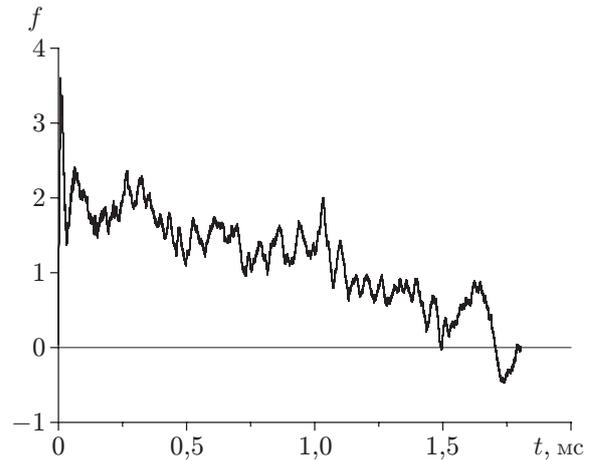


Рис. 7

Рис. 7. Реакция тестируемого датчика на воздействие ударной волны

Таблица 1

Значения функционала среднеквадратичной невязки при различном количестве интервалов			
N	F_{\min}	N_F	t_c, c
5	0,020 42	3093	39
6	0,019 14	9036	132
7	0,018 86	7081	117
8	0,018 97	6798	126

Примечание. N — число интервалов; F_{\min} — минимальное значение функционала среднеквадратичного отклонения; N_F — число вычислений функционала; t_c — время решения задачи.

Таблица 2

Значения среднеквадратичных невязок на интервалах различной длины		
i	m_i	Z_i
1	4250	0,0366
2	3172	0,0103
3	3711	0,0140
4	3685	0,0128
5	3590	0,0101
6	3968	0,0162
7	3685	0,0119

Примечание. i — номер интервала; m_i — длина интервала, выраженная в шагах измерения $\Delta t = 5 \cdot 10^{-8}$ с; Z_i — значение среднеквадратичной невязки на i -м интервале.

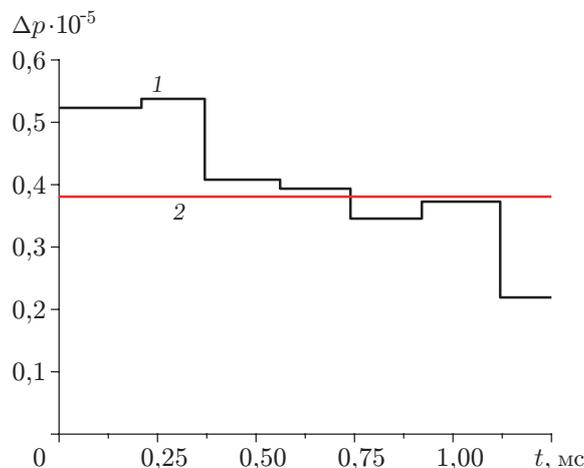


Рис. 8. Зависимости перепадов давления в канале (1) и в ударной волне при $M = 1,15$ (2) от времени

нен для других видов измерений. При этом в каждом случае необходимо разрабатывать способ экспериментального получения нормальной реакции.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Тихонов А. Н.** Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. М.: Наука, 1986.
2. **Верлань А. Ф.** Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы: Справ. пособие / А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков. Киев: Наук. думка, 1986.
3. **Иванов В. К.** Теория линейных некорректных задач и ее приложения / В. К. Иванов, В. В. Васин, В. П. Танана. М.: Наука, 1978.
4. **Капалин В. И.** Некорректные задачи и непараметрическая идентификация систем управления // Науч. ведомости Белгород. гос. ун-та. Сер. История. Политология. Экономика. Информатика. 2009. № 12-1. С. 131–137.
5. **Верлань А. Ф., Сизиков В. С., Мосенцова Л. В.** Регуляризация многомерной задачи повышения разрешающей способности антенны на основе метода модельных экспериментов // Электрон. моделирование. 2013. Т. 35, № 1. С. 3–13.
6. **Коллатц Л.** Функциональный анализ и вычислительная математика. М.: Мир, 1969.

*Поступила в редакцию 30/VIII 2012 г.,
в окончательном варианте — 30/XII 2013 г.*