

УДК 532.546

Микроструктура двухфазного течения и массоперенос в пористых системах и засыпках*

В.В. Кузнецов

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

E-mail: vladkuz@itp.nsc.ru

Предложены решетчатая модель порового пространства засыпки микросфер и метод расчета микроструктуры двухфазного течения, учитывающий топологию пор. В условиях определяющего влияния капиллярных сил получены последовательность заполнения сужений и расширений пор фазами для дренажа и пропитки, а также зависимость капиллярного давления от насыщенностей фаз и коэффициент продольной дисперсии для переноса растворенного вещества.

Ключевые слова: двух- и газожидкостное течения, пористая среда, капиллярное равновесие, распределение фаз, продольная дисперсия.

Введение

Двухфазные газожидкостные и двухжидкостные течения в пористых системах широко распространены в природе и технике. Важной особенностью таких течений является сложная форма каналов, в которых происходит движение фаз, контролируемое капиллярными силами на поровом уровне. Для математического описания структуры двухфазных течений в пористых системах в последнее время развиваются методы диффузионной границы [1] и сеточные модели [2], основанные на упрощении геометрии порового пространства. Сеточные модели представляют поровое пространство эквивалентной решеткой пор, соединенных горловинами, и их применение позволяет значительно сократить время расчетов двухфазных течений. Однако упрощения, придающие сеточным моделям такую эффективность, имеют недостатки, связанные с тем, что построение сети пор заменяет сложную геометрию порового пространства идеализированными элементами [3]. Поэтому для применения сеточных (решеточных) моделей пористой среды необходимо корректное рассмотрение механизмов течения, учитывающих микроструктуру порового пространства природных материалов, действие вязких и капиллярных сил. В настоящей работе предложен новый подход к моделированию порового пространства уплотненной засыпки микросфер, который учитывает геометрию сужений и расширений пор. Это позволило более точно описать процесс заполнения больших

* Исследование выполнено в рамках государственного задания ИТ СО РАН № 121031800215-4.

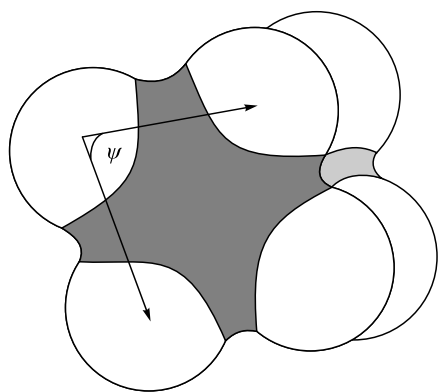


Рис. 1. Форма порового канала для уплотненной засыпки микрошаров.

ансамблей пор смачивающей и несмачивающей фазами, объяснить увеличение коэффициента продольной дисперсии для течения с неполным насыщением.

Модель порового пространства и условия капиллярного равновесия фаз

Рассмотрим влияние геометрии поровых каналов на структуру двухфазного течения на примере уплотненной засыпки микросфер с радиусом R . Известно, что поровое пространство состоит из системы поровых расширений, соединенных поровыми сужениями. В зависимости от насыщенностей смачивающие и несмачивающие стенки пор фазы образуют вложенные проводящие кластеры или изолированные кластеры фаз. Форма проводящего кластера для несмачивающей фазы для пористости $m = 0,38$ была получена при вытеснении воды расплавленным сплавом Вуда и его последующем затвердевании. Детальный анализ срезов проводящего кластера показал, что пора состоит из 8–9 сфер, пространство между которыми образует поровое расширение и поровые сужения (рис. 1). Форма порового сужения определяется величиной угла ψ , который изменяется от 60° до 90° . Поровые расширения, соединенные поровыми сужениями, образуют деформированную пространственную решетку с координационным числом $z_0 \approx 6$. Ориентация связей в такой решетке носит случайный характер, что связано с различными значениями угла ψ в пределах одной поры. Максимум плотности распределения вероятностей сужений смещен в область малых ψ . Среднее значение угла, определенное по формуле Слихтера, составляет $\bar{\psi} = 69,3^\circ$ для $m = 0,38$. Распределение сужений по углу ψ представим в виде

$$f(\psi)d\psi = a\sqrt{(\psi - \psi_0)/d^3} \exp(-(\psi - \psi_0)/d) d\psi, \quad (1)$$

где $d = 6,5^\circ$, $a = 1,16$ определены из условия нормировки, $\psi_0 = 60^\circ$.

Распределение поровых расширений по размерам соответствует распределению радиусов вписанных шаров r_e ; среднее значение $\bar{r}_e$ соответствует $\bar{\psi}$. Распределение поровых расширений для $m = 0,38$ ($\bar{r}_e = 0,514 \cdot R$) представим следующим образом:

$$f(r_e)dr_e = \frac{b(\tilde{r}_e - 0,414)}{c^2} \exp\left(-\sqrt{\frac{(\tilde{r}_e - 0,414)}{c}}\right) d\tilde{r}_e, \quad (2)$$

где $\tilde{r}_e = r_e/R$, $c = 6,61 \cdot 10^{-3}$ и $b = 0,0911$ определены из условия нормировки.

Равновесная форма межфазного мениска в поровом сужении определяется перепадом давления в фазах $p_{2,1} = p_2 - p_1$ (индексом 1 обозначена фаза, смачивающая стенки пор). Пусть вначале пора полностью заполнена смачивающей фазой и межфазный мениск находится на входе в одно из сужений. При увеличении перепада давления и превышении критической разницы давлений ($p_{c,1}$) несмачивающая фаза заполняет пору (процесс дренажа). Наступающий мениск находится в капиллярном равновесии

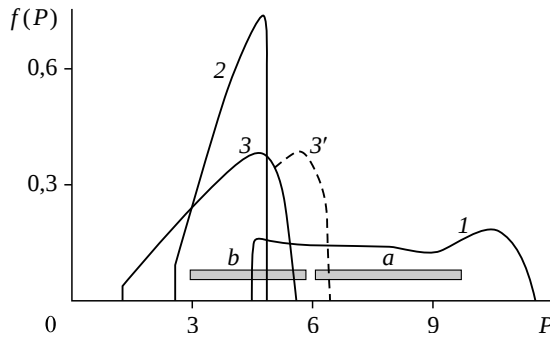


Рис. 2. Зависимость плотности распределения дренажа сужения (1), пропитки расширения (2), разрыва несмачивающей фазы в поровом сужении (3) и пропитки сужения (3') от перепада давления P в фазах.

a соответствует непрерывному кластеру при дренаже и b — при пропитке.

со смачивающей фазой, удерживаемой в области пендулярных колец вблизи точек контакта шаров. Для расчета капиллярного давления в самом узком сечении порового сужения используем метод [4], основанный на анализе изменения поверхностной энергии при смещении мениска. Для больших ψ смачивающая фаза остается только вблизи контактов шаров, а при малых углах в канале формируются два мениска. Выбор критического давления определяется минимумом поверхностной энергии.

При снижении перепада давления возможна пропитка поровых сужений или разрыв несмачивающей фазы. Критический перепад давления, необходимый для разрыва $P_{c,3}$, зависит от заполнения соседних сужений смачивающей фазой. Критическое давление пропитки порового расширения $P_{c,2}$ определяется радиусом вписанного шара r_c и условиями в соседних сужениях.

Распределения размеров сужений и расширений пор приводят к тому, что критические давления дренажирования и пропитки изменяются в широких пределах. Плотности вероятностей для критических давлений дренажирования поровых сужений, пропитки расширений, разрыва несмачивающей фазы в сужениях и пропитки сужений приведены на рис. 2. Они определяют долю поровых сужений и расширений, заполненных фазами при заданном перепаде давления $P = (p_2 - p_1)R/\sigma$.

Капиллярное равновесие в больших ансамблях пор

Рассмотрим стационарное распределение фаз в большом ансамбле пор, используя методы теории перколяции. При нулевом перепаде давления предполагается, что несмачивающая фаза находится в капиллярно-защемленном состоянии или полностью отсутствует. При увеличении перепада давления несмачивающая фаза дренирует узлы и связи решетки, вытесняя смачивающую фазу. Учитывая, что кривые давления дренажирования узлов и связей не пересекаются (см. рис. 2), процесс заполнения пор фазами является задачей связей в теории перколяции [5]. Результаты численных расчетов числа узлов $X(y)$ и числа связей $Y(y)$, принадлежащих проводящему кластеру несмачивающей фазы, в зависимости от числа связей y , которые могут быть дренированы, приведены на рис. 3. Расчеты выполнены методом Монте – Карло для кубической решетки с $5,2 \cdot 10^3$ связей. Проводящий кластер для несмачивающей фазы возникает при $y \geq 0,25$, что соответствует результату в [5]. При дренажировании 69 % узлов проводящий кластер для смачивающей фазы по узлам решетки исчезает. Тем не менее наличие смачивающей

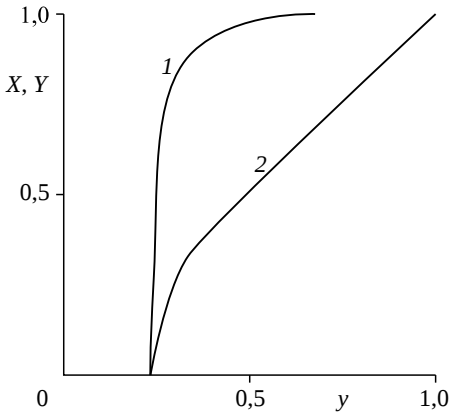


Рис. 3. Зависимость числа узлов X (1) и числа связей Y (2), принадлежащих проводящему кластеру, от возможного числа заполненных связей y .

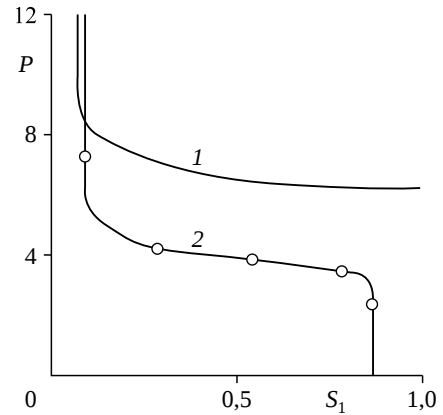


Рис. 4. Зависимость капиллярного давления P от насыщенности смачивающей фазы S_1 .
Линии — расчет (1 — дренаж, 2 — пропитка); точки — эксперимент [6].

фазы вблизи контактов шаров сохраняет ее проводимость в системе «поровые сужения — пендулярные кольца». Координационное число для этой решетки равно 12, поэтому проводящий кластер для смачивающей фазы исчезает при разрыве 71 % узлов в данной решетке [5]. Расчеты показали, что изолированные кластеры имеют развитую форму и могут занимать много пор, но их поперечный размер не превышает размера поры.

Зависимости капиллярного давления от насыщенности смачивающей фазы S_1 для дренажа и пропитки в решеточной модели приведены на рис. 4. Величина S_1 определялась с учетом нормировки $N_y V_y = m$ следующим образом:

$$S_1(P) = (1 - X(y)) + 6X(y) \int_{\psi_-}^{\psi_*(P)} A_\psi l(\psi, P) / \bar{V}_y f(\psi) d\psi + 3X(y) \bar{V}_k(P) / \bar{V}_{y,1}, \quad (3)$$

здесь N_y — число узлов в первой решетке в единице объема пористой среды, $\bar{V}_{y,1}$, $\bar{V}_k$ — средние объемы недреннированного узла, A_ψ — площадь сечения сужения с углом ψ , $l(\psi, P)$ — расстояние от мениска до самого узкого сечения в недреннированном сужении, $\psi_*(P)$ — наибольший угол в дренированных сужениях.

Решеточная модель порового пространства применена для анализа конвективного переноса растворенного вещества при неполном насыщении. В этом случае неоднородность порового пространства приводит к неоднородности поля локальных скоростей. Для определения коэффициента продольной дисперсии (эффективной диффузии) используем механистический подход [7], основанный на представлении пористой среды случайно ориентированными в пространстве капиллярными трубками с эквивалентным радиусом R_e и длиной $h = 2R$. Для упаковки микросфер трубки имеют форму, близкую к синусоидальной, поэтому для определения R_e использован подход [8]. Продольная дисперсия определяется распределениями скорости меченых частиц, ориентацией связей и величиной R_e . На основе статистических характеристик перемещения облака меченых частиц и продолжительности шагов получаем коэффициент продольной дисперсии в виде

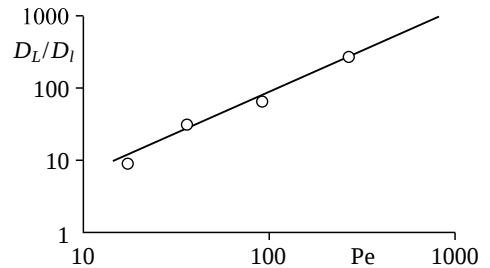
$$\begin{aligned} \frac{D_L}{D_l} \approx \frac{Pe}{2} \left[\frac{B}{3} \ln \frac{3}{2} Pe + \frac{\overline{R_e^2}}{12} \int_{R_{e,\min}}^{R_{e,\max}} \left(\ln \frac{3}{16} \frac{R_e^2}{R^2} Pe \right)^2 \frac{f(R_e)}{R_e^2} dR_e - \right. \\ \left. - \frac{\overline{R_e^2}}{3} \int_{R_{e,\min}}^{R_{e,\max}} \left(\ln \frac{3}{16} \frac{R_e^2}{R^2} Pe \right) \frac{f(R_e)}{R_e^2} dR_e + \right. \\ \left. + \frac{1}{12 \overline{R_e^2}} \int_{R_{e,\min}}^{R_{e,\max}} \left(\ln \frac{3}{16} \frac{R_e^2}{R^2} Pe \right) R_e^2 f(R_e) dR_e + \frac{B}{6} + \frac{15}{24} \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь D_l — коэффициент молекулярной диффузии, $B = \frac{\overline{R_e^2}}{R_e^2} \int_{R_{e,\min}}^{R_{e,\max}} \frac{f(R_e)}{R_e^2} dR_e$, $f(R_e)$ — плотность вероятности для R_e , $t_1 = R_e^2/8D_l$, $t_0 = h^2/2D_l$, $Pe = \langle v \rangle_l 2R/D_l$.

В уравнении (4) первое слагаемое является наибольшим и D_L определяется временем переноса меченых частиц молекулярной диффузией вдоль стенок пор. Результаты расчета продольной дисперсии с учетом (2) и (3) показаны линией на рис. 5, точки соответствуют данным [9]. При двухфазном течении с капиллярно-затемненной несмачивающей фазой движение облака меченых частиц происходит в проводящем кластере вблизи порога протекания, что увеличивает путь меченых частиц до пересечения с ближайшей линией тока. Учитывая, что поперечный размер кластеров не превышает размера поры, коэффициент продольной дисперсии увеличивается до трех раз по сравнению с однофазным течением. Это соответствует данным [9] для течения с неполным насыщением.

Рис. 5. Зависимость коэффициента продольной дисперсии от числа Пекле (Pe).

Линия — расчет по формуле (4),
точки — эксперимент [9].



Заключение

Предложенная решеточная модель порового пространства уплотненной засыпки микросфер и метод расчета микроструктуры двухфазного течения на ее основе включают механизмы капиллярного равновесия в трехмерных сужениях и расширениях пор, которые необходимо учитывать при разработке цифровой модели керна. Это позволило более корректно описать процесс заполнения пор смачивающей и несмачивающей фазами в больших ансамблях пор, объяснить различный вид зависимости капиллярного давления от насыщенностей фаз для дренажа и пропитки. Расчеты по предложенной механистической модели переноса растворенного вещества, основанной на представлении пористой среды случайно ориентированными в пространстве капиллярными трубками, хорошо соответствуют экспериментальным данным и объясняют увеличение продольной дисперсии для течения с неполным насыщением.

Список литературы

1. **Santra S., Mandal S., Chakraborty S.** Phase-field modeling of multicomponent and multiphase flows in microfluidic systems: a review // *Int. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow*. 2020. Vol. 31, No. 10. P. 3089–3131.
2. **Giudici L.M., Raeini A.Q., Akai T., Blunt M.J., Bijeljic B.** Pore-scale modeling of two-phase flow: A comparison of the generalized network model to direct numerical simulation // *Phys. Rev. E*. 2023. Vol. 107, No. 3. P. 035107-1–035107-15.
3. **Bondino I., Hamon G., Kallel W., Kac D.** Relative permeabilities from simulation in 3D rock models and equivalent pore networks: Critical review and way forward // *Petrophysics*. 2013. Vol. 54. P. 538–546.
4. **Mason J., Morrow N.** Coexistence of menisci and influence of neighboring pores on capillary displacement curvature in sphere packing // *J. Colloid Interface Sci.* 1984. Vol. 100, No. 2. P. 519–535.
5. **Kirkpatrick S.** Percolation and conduction // *Rev. Mod. Phys.* 1973. Vol. 45. P. 574–588.
6. **Naar J., Wygal R.J., Henderson J.H.** Imbibition relative permeability in unconsolidated porous media // *SPE J.* Vol. 962, No. 2. P. 13–17.
7. **Saffman P.G.** A theory of dispersion in a porous medium // *J. Fluid Mech.* 1959. Vol. 6. P. 321–349.
8. **Payatakes A.C., Tien C., Turan R.M.** New model of granular porous media: part 1. Model formulation // *AIChE J.* 1973. Vol. 19, No. 1. P. 58–67.
9. **Zhang C., She Y., Hu Y., Li Z., Wang W., Patmonoaji A., Suekane T.** Experimental investigation of solute transport in variably saturated porous media using x-ray computed tomography // *Phys. Fluids*. 2021. Vol. 33, No. 7. P. 076610-1–076610-14.

*Статья поступила в редакцию 21 июня 2024 г.,
после доработки — 12 июля 2024 г.,
принята к публикации 8 ноября 2024 г.*