

ределяется изменением  $f$  и  $w$ , крайние значения  $Sh$  — условиями гашения пламени после выгорания смеси. Из сопоставления видно, что частота колебаний в выходной трубе ниже, чем в инжекционной. Время заполнения горючей смесью выхлопной трубы оказывается больше, чем инжекционной, так как в нее смесь поступает через капилляр малого сечения. При увеличении сечения капилляра пламя стабилизируется и РВГ в выхлопной трубе прекращается. В инжекционную трубу газ поступает через капилляр, а воздух — через зазор вокруг капилляра и смесительной трубы. Этим обеспечивается более быстрое заполнение инжекционной трубы горючей смесью, и частота в инжекционной трубе больше, чем в выхлопной.

На рис. 4 показана зависимость максимального давления при горении в выхлопной и инжекционной трубах от  $Q_r/Q_b$ . Видно, что максимальное значение давления в выхлопной трубе на два порядка выше, чем в инжекционной. Причина в том, что инжекционная трубакрыта с обоих концов и продукты сгорания движутся в обоих направлениях. С выходного конца выбрасываются продукты сгорания, с входного — часть горючей смеси, не успевшей сгореть.

Давление в выхлопной и инжекционной трубах растет с увеличением расхода горючего газа. Концентрация горючей смеси влияет на давление при горении так же, как и на скорость горения.

Казанский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
24/XII 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Габидовский, А. С. Гафаров, В. Н. Подымов. Лабораторные исследования некоторых систем вибрационного горения. Казань, Изд-во КГУ, 1971.
2. В. Н. Подымов. Вибрационное горение в некоторых модельных устройствах. Казань, Изд-во КГУ, 1970.
3. А. С. Гафаров.— В сб.: Точные науки. Казань, Изд-во КГУ, 1973.
4. В. В. Мурзаков. Основы теории и практики сжигания газа в паровых котлах. М., «Энергия», 1969.
5. Я. М. Щелоков, Э. М. Телегин, В. Н. Подымов. Пособие по освоению систем релаксационного вибрационного горения. Казань, Изд-во КГУ, 1971.
6. Б. Льюис, Г. Эльбе. Горение, пламя и взрывы в газах. М., «Мир», 1968.

### К ДИФФУЗИОННО-ТЕПЛОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЛАМИНАРНОГО ФРОНТА ПЛАМЕНИ

(Сообщение II)

П. П. Лазарев, А. С. Плешанов

Задача диффузионно-тепловой устойчивости ламинарного фронта пламени в предположении непрерывности температуры  $T$  и ведущей массовой концентрации  $c$  во фронте пламени была поставлена в [1], где был получен также приближенный критерий такой устойчивости в длинноволновом приближении, сводящийся к условию

$$L = D/\chi \leqslant 1,$$

где  $D$  и  $\chi$  — коэффициенты диффузии и температуропроводности соответственно,  $L$  — число Льюиса. В [2] были учтены возможные разры-

вы  $T$  и  $c$  и получена точная граница области устойчивости, соответствующая нейтральной кривой, на которой  $\operatorname{Re}(\Omega) = 0$ , где  $\Omega$  — темп временной зависимости возмущений вида  $e^{\Omega t}$ . Нейтральные кривые в [2] были получены при заданных значениях безразмерных волновых чисел  $\lambda_m$  ( $m=1, 2, 3$ ) и отношении плотностей  $\mu = \rho_2/\rho_1 \leq 1$  на диаграмме  $L-M$ , где  $M$  — обратная безразмерная энергия активации химической реакции горения.

В этой и других задачах с нелинейными дисперсионными уравнениями следует учитывать возможные дополнительные ограничения области устойчивости за счет условий: 1) возмущения, генерируемые разрывом, не должны возрастать по мере удаления их от разрыва; 2) число испускаемых возмущений + возмущение поверхности разрыва не должно превышать числа граничных условий на разрыв — в противном случае разрыв считается неустойчивым (в [3] такие разрывы определены как неэволюционные); 3) если задача не зависит от знака  $\operatorname{Im}(\Omega)$ , то одна из границ области устойчивости может определяться условием  $\operatorname{Im}(\Omega) = 0$  (при выполнении первых двух условий).

В данной работе показано, что область диффузионно-тепловой устойчивости ламинарного фронта пламени в постановке [1] определяется не только нейтральной кривой, но и первыми двумя из перечисленных выше условий. В частном случае совпадающих плотностей до и после фронта пламени в постановке [2], что может моделировать так называемые холодные пламена, область рассматриваемой устойчивости определяется всеми тремя условиями.

Дисперсионные уравнения (14) из [2] имеют вид

$$z_m + w_m = 1/2(w_m^2 - \lambda_m^2),$$

где  $z_m$  и  $w_m$  — безразмерные частоты и волновые числа соответственно. Из представлений

$$z_m = x_m + iy_m, \quad w_m = u_m + iv_m$$

имеем уравнения

$$x_m + u_m = 1/2(u_m^2 - v_m^2 - \lambda_m^2),$$

$$y_m - v_m = u_m v_m,$$

откуда следует

$$\begin{aligned} u_1 &= 1 + v_1, \quad v_1 = y_1/v_1; \\ u_2 &= 1 - v_2, \quad v_2 = -y_2/v_2; \\ u_3 &= 1 + v_3, \quad v_3 = y_3/v_3, \end{aligned} \tag{1}$$

где

$$v_m = [p_m + (p_m^2 + q_m)^{1/2}]^{1/2}, \tag{2}$$

$$p_m = 1/2(1 + \lambda_m^2 + 2x_m), \quad q_m = y_m^2.$$

Знаки перед  $v_m$  в (1) выбраны так, чтобы при  $x_m = 0$  имело место  $u_{1,3} \geq 0$  и  $u_2 \leq 0$ , что необходимо для постоянства возмущений по мере удаления их от фронта. При  $x_2 < 0$  должно соблюдаться условие  $u_2 \leq 0$ , т. е. всегда  $v_2 \geq 1$ . С другой стороны, при  $v_{1,3} < 1$  от разрыва в свежую смесь пойдут дополнительные возмущения, так что разрыв станет неэволюционным.

Таким образом, кроме условия  $x_m \leq 0$  должны выполняться условия  $v_m \geq 1$ , что приводит к неравенствам

$$-1/2(\lambda_m^2 + y_m^2) \leq x_m \leq 0. \tag{3}$$

Учитывая соотношения (15) из [2]

$$z_2 = \mu z_1, \quad z_3 = L z_1, \quad \lambda_3 = L \lambda_1,$$

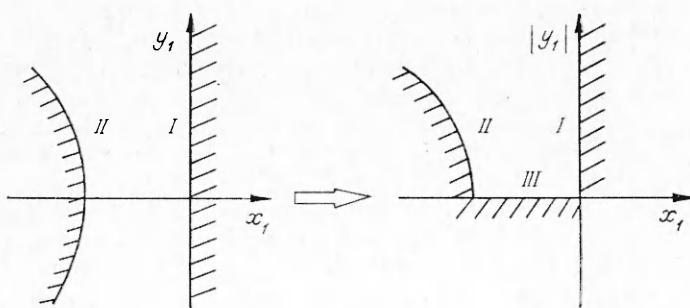


Рис. 1.

из (3) получим при  $\lambda_2 = \lambda_1$  дополнительные условия

$$|x_1|_I = 0 \leq |x_1| \leq |x_1|_{II} = \min \begin{cases} 1/2 (\lambda_1^2/\mu + \mu y_1^2), \\ 1/2 L (\lambda_1^2 + y_1^2). \end{cases} \quad (4)$$

Характеристическое уравнение (16), а вместе с ним расчетные соотношения (17), (18) из [2] не меняются, но  $v_m$  в них определяются по (2) с предельными значениями  $|x_1|$ , равными  $|x_1|_I$  и  $|x_1|_{II}$ , согласно (4).

На рис. 1 слева схематично показана область устойчивости, границы которой определяются предельными условиями (4). Согласно [2], рассматриваемая задача не зависит от знака  $\text{Im}(\Omega)$  (это следует из того, что в расчетные уравнения входят только четные степени  $y_1$ ). В таком случае возможна третья граница области устойчивости, определяемая из условия  $|y_1|=0$ , как это показано на рис. 1 справа.

Пользуясь соотношениями (17), (18) [2], можно убедиться, что в постановке [1] третья граница невозможна. При  $L=0$  область устойчивости стягивается в точку  $x_1=0$ , так что при этом граничные кривые  $M=M(L)$ , согласно предельным условиям (4), имеют общую точку и совпадающие значения  $|y_1|$ . При  $L=1$  эти кривые тоже имеют общую точку, но при разных значениях  $|y_1|$ .

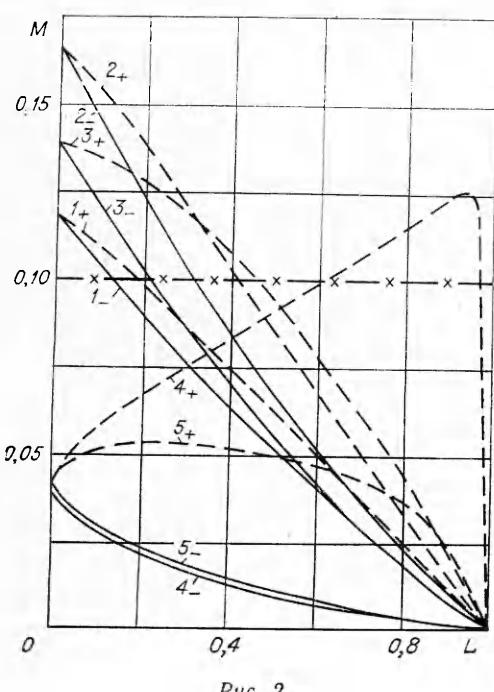


Рис. 2.

Номер точки	$\lambda$	$\mu$	$ y_1 $			
			$L=0$	$L=1$	$-$	$+$
1	0,1	1	2,05	1,29	1,01	
2	0,1	0	3,46	2,08	1,41	
3	1	0,5	3,18	3,10	1,17	
4	10	1	3,14	101	1,3	
5	10	0	48,6	146	3,4	

Таким образом, области устойчивости на диаграмме  $L-M$  при фиксированных значениях  $\lambda$  и  $\mu$  имеют форму, показанную на рис. 2, где нейтральные кривые, полученные в [2] из условия  $|x_1|=|x_1|_I$ , обозначены знаком минус, а кривые, соответствующие условию  $|x_1|=|x_1|_{II}$ , — зна-

ком плюс. Значение  $M=0,1$  выделено как возможная граница корректности теории [1]. Значения  $|y_1|$  для пяти расчетных групп приводятся в таблице. Из рис. 2 следует, что область устойчивости уменьшается вместе с  $\lambda$  и  $\mu$ . В длинноволновом приближении ( $\lambda \leq 1$ ) область устойчивости достаточно мала, что существенно отличается от результатов приближенного рассмотрения [1].

При  $\mu=1$  задача в постановке [2] определена двумя расчетными соотношениями при  $x_1 \neq 0$ :

$$\begin{aligned} M &= M_1 = \frac{1}{2} (1/v_3 - 1/v_1)(v_1 + x_1/v_1)^{-1} = M_2 = \\ &= \frac{1}{2} [(v_1 - 1) - (v_3 - 1)/L] (y_1^2/v_1 - v_1 x_1)^{-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

заменяющими формулы (21), (22) из [2]. Из (4) при  $\mu=1$  следует

$$|x_1|_I = 0 \leq |x_1| \leq |x_1|_{II} = 1/2L(\lambda_1^2 + y_1^2). \quad (6)$$

При  $|x_1|=|x_1|_{II}$  существует параметрическое решение (5) при параметре  $v_1 \geq 1$ :

$$\begin{aligned} |x_1| &= \frac{v_1}{3v_1 + 1} [\lambda_1^2 - (v_1^2 - v_1 - 1)], \\ y_1^2 &= \frac{v_1^2}{3v_1 + 1} \{[(v_1 + 1)^2(v_1 - 1) + 2v_1^2] - (v_1 + 1)\lambda_1^2\}, \\ L &= 2v_1 [\lambda_1^2 - (v_1^2 - v_1 - 1)] \{v_1^2 [(v_1 + 1)^2(v_1 - 1) + 2v_1^2] - \\ &\quad - [(v_1 + 1)^2(v_1 - 1) - 2v_1]\lambda_1^2\}^{-1}, \\ M &= (v_1 - 1)(3v_1 + 1) \{2v_1 [(4v_1^2 - 1) - \lambda_1^2]\}^{-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Эти формулы показывают существование третьей границы области устойчивости ( $|x_1|=|x_1|_{III}$ ), где  $y_1=0$ . Граница между  $|x_1|_{II}$  и  $|x_1|_{III}$  определяется соотношениями

$$\begin{aligned} \lambda_{1*}^2 &= [(v_1 + 1)^2(v_1 - 1) + 2v_1^2](v_1 + 1)^{-1} \geq 1, \\ L_* &= 2v_1^2 [(v_1 + 1)^2(v_1 - 1) + 2v_1^2]^{-1} \leq 1, \\ M_* &= \frac{v_1^2 - 1}{2v_1^3}. \end{aligned} \quad (8)$$

Из (8) следует, что третья граница отсутствует в длинноволновом приближении ( $\lambda_1 \leq 1$ ). На рис. 3 представлена кривая  $M_*$  в функции  $L_*$ , разделяющая области, в одной из которых (слева от  $M_*$ ) существует вторая граница, а в другой (справа от  $M_*$ ) — третья граница. Здесь же приведена кривая  $\lambda_{1*}$  в функции  $L_*$ .

На рис. 4 представлены границы областей устойчивости для точек 1 и 4 (см. рис. 2). Кривые со звездочкой соответствуют расчету по соотношениям (5). Видно, что в длинноволновом приближении (точка 1) разница между областями устойчивости в постановках [1, 2] мала. В коротковолновом приближении (точка 4) разница между этими областями существенна: появление

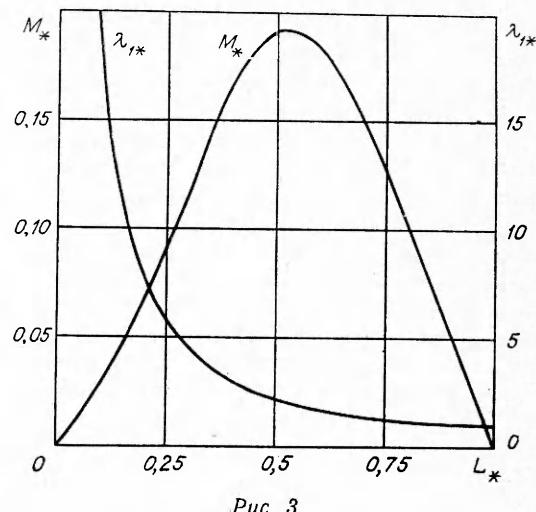


Рис. 3.

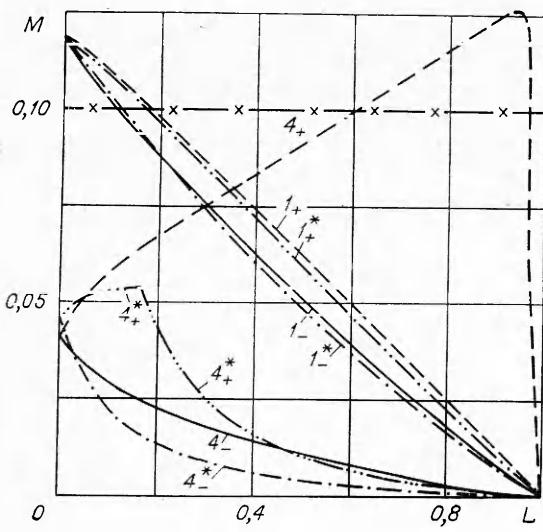


Рис. 4.

фрона пламени по отношению к диффузионно-тепловым возмущениям.

Государственный научно-исследовательский  
энергетический институт  
им. Г. М. Кржижановского,  
Москва

Поступила в редакцию  
23/XII 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. И. Баренблatt, Я. Б. Зельдович, А. Г. Истратов. ПМТФ, 1962, 4, 21.
2. П. П. Лазарев, А. С. Плешанов. ФГВ, 1976, 12, 4.
3. И. М. Гельфанд. УМН, 1959, 14, 87.

#### К ВОПРОСУ О ВОЛНООБРАЗОВАНИИ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ СОУДАРЕНИИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ТЕЛ

Ю. А. Гордополов, А. Н. Дремин, А. Н. Михайлов

Явление образования волн на контактной границе металлических тел, сталкивающихся под углом с большими относительными скоростями, было описано в [1]. Волнообразование в зоне соударения играет важную роль в процессе сварки металлов взрывом (экспериментальная схема приведена на рис. 1). Интересное с точки зрения физики высоких давлений явление образования волн приобрело, таким образом, большое прикладное значение. Этому вопросу посвящены работы [2—6], и все же до настоящего времени не удалось построить теоретическую модель, позволяющую рассчитать периодический режим на поверхности соударения и объяснить известные экспериментальные факты.

В условиях сварки взрывом, когда для разгона метаемых пластин используется энергия продуктов детонации, обычно достигаются скорости соударения порядка сотен метров в секунду. Давление в металле составляет при этом десятки тысяч атмосфер, что существенно прево-

третьей границы (излом на кривой  $4_+^*$ ) сильно уменьшает область устойчивости.

Резюмируя, можно сказать, что учет всех условий, перечисленных в начале работы, сильно уменьшает область устойчивости ламинарного фронта пламени. При этом значения  $L$ , близкие к единице, оказываются, как правило, вне области устойчивости. Поскольку эти значения чисел Льюиса представляют, по-видимому, наибольший практический интерес, можно считать, что в постановках работ [1, 2] имеет место неустойчивость ламинарного