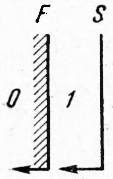
ОБ ОТРАЖЕНИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ОТ ГОРЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Ю. С. Рязанцев
(*Москва*)

В заметке рассматривается отражение плоской ударной волны от плоской горящей поверхности. Предполагается, что бесконечно тонкая зона химического превращения совпадает с поверхностью конденсированной фазы, а также, что массовая скорость горения зависит только от давления и эта зависимость имеет вид

$$\rho_0 U = A p^{\nu} \tag{1}$$



Фиг. 1

Здесь и дальше ρ_0 — плотность конденсированной фазы, U — линейная скорость горения, u — скорость газа, p — давление в газе (продуктах горения), A, ν — константы. Кроме того, принимается, что плотность ρ_0 и внутренняя энергия ε конденсированной фазы при взаимодействии не изменяются, продукты горения являются совершенным газом с адиабатической постоянной, равной γ.

Схематически картина отражения показана на фиг. 1 (до взаимодействия) и фиг. 2 (после взаимодействия), где буквами F, S, K обозначены соответственно фронт горения, ударная волна и контактный разрыв. Давления, плотности и скорости в областях *0—4* (фиг. 1, 2) связаны на ударных волнах, контактном разрыве и горящей поверхности соотношениями, которые могут быть представлены в виде:

Падающая ударная волна

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1)\,p_2 + (\gamma-1)\,p_1}{(\gamma-1)\,p_2 + (\gamma+1)\,p_1}, \qquad u_1 - u_2 = \sqrt{(p_2 - p_1)\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right)} \tag{2}$$

Фронт горения до взаимодействия

$$\rho_0 U_1 = \rho_1 (u_1 + U_1), \qquad p_{01} + \rho_0 U_1^2 = \rho_1 (u_1 + U_1)^2 + p_1$$

$$\frac{p_{01}}{\rho_0} + \varepsilon + \frac{U_1^2}{2} = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p_1}{\rho_1} + \frac{(u_1 + U_1)^2}{2}, \qquad \rho_0 U_1 = A p_1^{\nu} \tag{3}$$

Отраженная ударная волна

$$\frac{\rho_3}{\rho_2} = \frac{(\gamma+1)\,p_3 + (\gamma-1)\,p_2}{(\gamma-1)\,p_3 + (\gamma+1)\,p_2}, \qquad u_3 - u_2 = \sqrt{(p_3 - p_2)\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_3}\right)} \tag{4}$$

Контактный разрыв

$$u_3 = u_4, \qquad p_3 = p_4 \tag{5}$$

Фронт горения после взаимодействия

$$\rho_0 U_2 = \rho_4 (u_4 + U_2), \qquad p_{02} + \rho_0 U_2^2 = \rho_4 (u_4 + U_2)^2 + p_4$$

$$\frac{p_{02}}{\rho_0} + \varepsilon + \frac{U_2^2}{2} = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p_4}{\rho_4} + \frac{(u_4 + U_2)^2}{2}, \qquad \rho_0 U_2 = A p_4^{\nu} \tag{6}$$

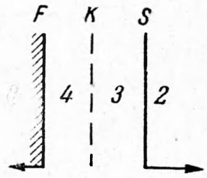
Из системы уравнений (2) — (6) получим уравнение, связывающее величину p с заданными величинами p_2, p_1, определяющими интенсивность падающей ударной волны, из которого величина p_3 может быть вычислена

$$\left[\frac{2\,(p_3 - p_2)^2}{(\gamma+1)\,p_3 + (\gamma-1)\,p_2}\right]^{1/2} - \left[\frac{2\,(p_2 - p_1)^2}{(\gamma-1)\,p_2 + (\gamma+1)\,p_1}\right]^{1/2} -$$

$$- \left\{\frac{[(\gamma+1)\,p_2 + (\gamma-1)\,p_1]\,A p_1^{\nu}}{[(\gamma-1)\,p_2 + (\gamma+1)\,p_1]\,(u_1 + A p_1^{\nu} / \rho_0)}\right\}^{1/2} (u_3 - u_1) = 0 \tag{7}$$

где

$$u_{1,3} = -\frac{\gamma p_{1,3}^{\,1-\nu}}{(\gamma-1)\,A} + \left\{\frac{\gamma^2 p_{1,3}^{\,2(1-\nu)}}{(\gamma-1)^2 A^2} + 2\left[\varepsilon - \frac{p_{1,3}}{(\gamma-1)\,\rho_0}\right]\right\}^{1/2}$$



Фиг. 2

Исследовав зависимость скорости продуктов горения от давления и сравнивая уравнение (7) с соответствующим уравнением в задаче об отражении ударной волны от поверхности абсолютно жесткого тела [1], можно установить, что если $\nu \leqslant 1$, то при заданной интенсивности падающей ударной волны p_2/p_1 интенсивность ударной волны, отраженной от горящей поверхности, p_3/p_2, меньше интенсивности ударной волны, отраженной от поверхности абсолютно жесткого тела.

Отметим, что если все рассмотрение вести, отбрасывая члены порядка ρ_{1-4}/ρ_0, нетрудно прийти к заключению о том, что в этом приближении при $\nu = 1$ ударная волна отражается от горящей поверхности как от жесткой, при $\nu < 1$ ее интенсивность меньше, а при $\nu > 1$ больше, чем интенсивность ударной волны, отраженной от поверхности абсолютно жесткого тела.

В предельном случае малой интенсивности падающей ударной волны, что соответствует звуковому приближению, линеаризируя и разрешая уравнение (7), получим выражение для коэффициента отражения слабой волны давления от горящей поверхности, которое обсуждалось в [2]

$$\frac{p_3 - p_2}{p_2 - p_1} \approx \frac{1 + \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right)\frac{\rho_0^2 U^2}{\rho^2 c^2} + \left[\gamma\left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right)(\nu - 1) - \frac{\rho}{\rho_0}\right]\frac{\rho_0 U}{\rho c}}{1 + \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right)\frac{\rho_0^2 U^2}{\rho^2 c^2} - \left[\gamma\left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right)(\nu - 1) - \frac{\rho}{\rho_0}\right]\frac{\rho_0 U}{\rho c}}$$

(c—скорость звука в газе)

Следует отметить, что в нестационарных условиях, какими являются условия отражения ударной волны, закон горения вида (1) может не выполняться, несмотря на это вывод о характере отражения ударной волны от горящей поверхности при различных значениях ν будет справедлив асимптотически при больших t.

Поступила 13 I 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. Гостехиздат, 1954.
2. Новиков С. С., Рязанцев Ю. С. Акустическая проводимость жесткой горящей поверхности. ПМТФ, 1961, вып. 6.

ВЛИЯНИЕ АРХИМЕДОВЫХ СИЛ НА ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ И ТЕПЛООТДАЧУ В КАНАЛЕ, ОБРАЗОВАННОМ ВЕРТИКАЛЬНЫМИ ВРАЩАЮЩИМИСЯ КОАКСИАЛЬНЫМИ ЦИЛИНДРАМИ, ПРИ НАЛИЧИИ ОСЕВОГО ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Э. П. Зимин

(*Москва*)

Рассматривается процесс конвективной теплоотдачи в зазоре между нагретыми до разной температуры вертикальными коаксиальными вращающимися цилиндрами при наличии осевого движения жидкости. Если число Грасгоффа сравнимо по порядку величины с единицей

$$G = \frac{g\beta T_0 l^3 \rho^2}{\mu^2} \sim 1$$

(здесь g — ускорение силы тяжести, T_0 — характерное значение температуры, l — линейный характерный размер, ρ, μ и β — плотность, динамическая вязкость и коэффициент теплового расширения жидкости), то архимедовы силы будут оказывать влияние на движение жидкости между цилиндрами.

Уравнение количества движения в рассматриваемом случае содержит член, характеризующий наличие архимедовых сил

$$\rho(\mathbf{w}\nabla)\mathbf{w} = -\nabla p^\circ + \mu\nabla\mathbf{w} + \mathbf{k}g\rho\beta T$$

Здесь $\mathbf{k}$ — орт, направленный вертикально вверх, $\mathbf{w}$ и p° — скорость и давление, соответственно.

Если течение предполагается полностью развившимся, то оно будет осесимметричным ($\partial/\partial\varphi \equiv 0$) и радиальная составляющая скорости равна нулю ($w_r = 0$).

Проектируя тогда уравнение количества движения и уравнение неразрывности $\operatorname{div}\mathbf{w} = 0$ на оси r, φ, z, получаем

$$\rho w_z \frac{\partial w_\varphi}{\partial z} = \mu\left(\frac{\partial^2 w_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial w_\varphi}{\partial r} - \frac{w_\varphi^2}{r} + \frac{\partial^2 w_\varphi}{\partial z^2}\right)$$

$$\frac{\partial p^\circ}{\partial z} = \mu\left(\frac{\partial^2 w_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial w_z}{\partial r}\right) + g\rho\beta T$$

$$\rho\frac{w_\varphi^2}{r} = \frac{\partial p^\circ}{\partial r}, \qquad \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0$$

(ось z совпадает с осью цилиндров)