

му, обусловлено неучетом реакций водородного цикла, вклад которых становится существенным при наличии избытка горючего. С увеличением p значение S_n уменьшается. Известно, что

$$S_n \sim p^{\nu/2-1} = p^m, \quad (3)$$

где ν — порядок реакции; p — давление, 10^{-5} Па.

Полученные экспериментальные данные позволили определить константу m в интервалах давлений $(1 \div 10) \cdot 10^5$ Па, $(1 \div 20) \cdot 10^5$ Па, $(1 \div 40) \cdot 10^5$ Па (табл. 4). Коэффициент m удовлетворительно сохраняет свое постоянство для смесей одного состава в разных интервалах давлений, а характер влияния состава соответствует изменению нормальных скоростей распространения пламени (ср. с табл. 2 и 3).

Сопоставление полученных величин m с данными [13] для медленно горящих смесей углеводород — воздух показывает, что они хорошо дополняют друг друга. Значения m , приведенные в табл. 4, хорошо согласуются с данными [4]: с ростом нормальной скорости распространения пламени m увеличивается.

*Поступила в редакцию 19/VII 1984,
после доработки — 5/XI 1984*

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Ф. Заказнов, Л. А. Куршева, З. П. Федина. ФГВ, 1978, 14, 6, 22.
2. В. Н. Кривулин и др. ФГВ, 1975, 11, 6, 890.
3. F. Maslanko. Petrochemia, 1977, 17, 4, 107.
4. И. В. Андреева, А. И. Эльпатапов. Производство азотных удобрений. Тр. ГИАП, № 17. М., 1982.
5. В. Л. Зайдман. Канд. дис. М.: МФТИ, 1982.
6. И. В. Андреева, А. И. Эльпатапов. — В кн.: Горючесть веществ и химические средства пожаротушения. Вып. 6. ВНИИПО, 1979.
7. В. С. Бабкин, А. В. Вьюн. — В кн.: Горение и взрыв. М.: Наука, 1972.
8. Л. А. Ловачев и др. Пределы воспламенения. Препринт ИХФ АН СССР, № 112. М., 1972.
9. Аналитический контроль производства в азотной промышленности. Вып. 2. М.: ГНТИ хим. лит., 1956.
10. V. Cardillo. La Revista dei Combustibili, 1980, 4, 2, 78.
11. К. П. Щелкин, Я. К. Трошин. Газодинамика горения. М., 1963.
12. Б. Люис, Г. Эльбе. Горение, пламя и взрывы в газах. М.: Мир, 1968.
13. В. Ф. Заказнов, Л. А. Куршева. ЖПХ, 1980, 53, 8, 1865.
14. Б. С. Бабкин, Л. С. Козаченко, И. Л. Кузнецов. ПМТФ, 1964, 3, 145.

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЛОСКОГО ПЛАМЕНИ С НЕЛИНЕЙНЫМ ЭФФЕКТОМ НОРМАЛЬНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ГОРЕНИЯ

Б. Е. Рогоза

(Днепропетровск)

В последние годы в связи с выводом замкнутого интегрированного дифференциального уравнения эволюции фронта пламени достигнут существенный прогресс в моделировании гидродинамической неустойчивости плоской волны горения. В частности, в рамках вычислительного эксперимента продемонстрированы эффекты формирования двух- и трехмерных ячеистых структур на первоначально гладком плоском пламени [1].

Однако в приближении гидродинамики медленного горения, когда исключены эффекты диссипации, численное решение уравнения эволюции искривленного пламени некорректно (и даже безотносительно к физической неустойчивости). Дело в том, что в силу эффекта нормального распространения горения нарушается гладкость фронта после прохождения каустики. Формирование линий излома сопровождается сильной

неустойчивостью численного решения задачи Коши для эволюционного уравнения. Для ее подавления в [2] предложена маркштейнова регуляризация, т. е. введение поправки на кривизну к скорости нормального распространения горения, что, вообще говоря, выходит за рамки гидродинамического приближения. В то же время, как показано в работах [3, 4], нелинейный эффект формирования линий излома и их динамика легко моделируются в рамках гидродинамики медленного горения методом геометрической акустики с применением смешанного лагранжево-эйлерова представления. Однако до сих пор метод геометрической акустики применялся в рассматриваемом контексте в предположении о «выключенной» гидродинамической неустойчивости горения.

В данной работе метод геометрической акустики расширен на случай гидродинамически неустойчивого пламени путем учета взаимодействия фронта горения с создаваемым им возмущением гидродинамического потока. Говоря детальней, в данной работе в уравнение эволюции фронта пламени, рассматриваемого как гидродинамический разрыв, введено дополнительное слагаемое, ответственное за гидродинамическую неустойчивость горения. Показано, что полученное выражение согласовано с уравнением Зельдовича [5] для скорости убывания амплитуды возмущений плоского пламени. Найдены формулы типа условий Ренкина — Гюгонио для скорости движения линий излома и установлена ее зависимость от коэффициента теплового расширения продуктов сгорания. Представлены результаты моделирования распространения фронта с учетом гидродинамической неустойчивости горения.

1. В дальнейшем фронт пламени отождествляется с гидродинамическим разрывом, уравнение эволюции которого хорошо известно:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} = u_n \left[\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (1)$$

где $F = x - x_f(y, t) = 0$ — поверхность фронта пламени; u_n — скорость нормального распространения фронта относительно реагирующей среды; (u, v) — полный гидродинамический поток реагирующей среды, состоящий из заданного внешнего гидродинамического потока (U, V) и экспоненциально растущих возмущений $(\delta u, \delta v)$, возникающих в силу гидродинамической неустойчивости горения. По существу, (1) представляет собой уравнение эйконала в форме Гамильтона — Якоби и является математическим эквивалентом принципа Гюйгенса, широко используемого в газодинамике медленного горения [5]. В классической теории Ландау — Даррье гидродинамической неустойчивости горения [6] формула (1) использовалась в линеаризованной форме как одно из граничных условий на фронте пламени.

Предположим, что первоначально плоский фронт пламени искривляется в силу проявления линейной неустойчивости до некоторого момента времени t_0 . Когда же амплитуда возмущений становится достаточно большой, «включается» нелинейный эффект стабилизации волны горения и форму возмущений следует находить из (1). Линейное приближение для этого уравнения справедливо только до некоторого момента t_* формирования линий излома на волне горения при ее прохождении через каустик. t_* находится из условия равенства радиуса кривизны и пути, пройденного пламенем: $u_n t_* = R$ [7, 8].

Для экспоненциально растущих (в силу линейной неустойчивости) гармонических возмущений плоского пламени $x_f(y, t) = ae^{\Omega t} \cos py$ радиус кривизны находится из выражения

$$\frac{1}{R} = \frac{\partial^2 x_f}{\partial y^2} \left/ \left[1 + \left(\frac{\partial x_f}{\partial y} \right)^2 \right]^{3/2} \right|_{\substack{t=t_* \\ y=y_*}} = ap^2 \exp(\Omega t_*),$$

где $y = y_* = \pi/p$ и t_* — координата и время формирования линии излома; p — волновое число возмущений пламени; a — затравочная амплитуда; Ω — инкремент роста гармонических возмущений фронта пламени,

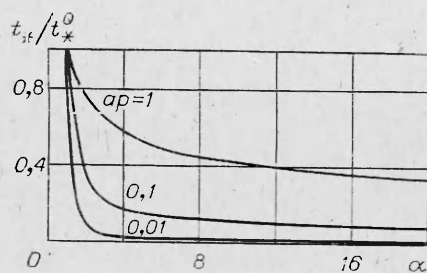


Рис. 1. Время образования линий излома (нарушение линейного приближения) на гидродинамически неустойчивом плоском фронте пламени в зависимости от коэффициента теплового расширения продуктов сгорания.

взятый из линейной теории Ландау — Даррье. Очевидно, что наибольшее время проявления линейной неустойчивости (до которого справедлива линейная теория) равно t_* и находится из трансцендентного уравнения

$$ap^2 u_n \exp(\Omega t_*) = 1/t_*. \quad (2)$$

На рис. 1 показана зависимость предельного времени от коэффициента теплового расширения продуктов сгорания ($t_*^0 = (au_n)^{-1} p^{-2}$ — время образования линий излома при включенной гидродинамической неустойчивости горения ($\alpha = 1$)). Следует подчеркнуть, что при учете гидродинамической неустойчивости плоского пламени t_* существенно уменьшается по сравнению со случаем отсутствия теплового расширения, рассмотренного в [3, 7].

Оценим границы применимости метода малых возмущений при построении линейной теории гидродинамической неустойчивости плоского фронта пламени. С одной стороны, гармонические возмущения являются асимптотическими и устанавливаются при временах, существенно больших $(pu_n)^{-1}$ [6], с другой — время линейного приближения должно быть меньше $t_* = R/u_n$ [9]. В результате приходим к неравенству, определяющему применимость линейной теории ($(pu_n)^{-1} \ll t < Ru_n^{-1}$)

$$ap \exp(\Omega t_*) \ll 1, \quad (3)$$

где a — начальная, сколь угодно малая (затравочная) амплитуда гармонических возмущений; $p = 2\pi/\lambda$ — волновое число, обратно пропорциональное длине волны гармонического возмущения; Ω — инкремент роста возмущений, взятый из линейной теории гидродинамической неустойчивости горения. Неравенство (3) показывает, что вплоть до момента нарушения линейного приближения экспоненциально выросшая амплитуда возмущений плоского фронта горения должна быть много меньше длины волны гармонических возмущений.

Если обозначить левую часть неравенства (3) через ε , то уравнение для предельного времени (2) принимает следующий безразмерный вид: $\Omega(pu_n \varepsilon)^{-1} = \ln(\varepsilon/ap)$. Можно сформулировать обратную задачу: определить по порядку величины наименьшую длину волны λ_* , для которой существенны нелинейные эффекты. Линейное приближение нарушается при $\varepsilon \approx 1$ или $\lambda \approx \lambda_* = 2\pi a \exp\left(\frac{\Omega}{pu_n}\right)$. В этом случае характерное время распространения фронта пламени на расстояние порядка длины волны гармонических возмущений равно времени образования линии излома, т. е. $\varepsilon = 1$.

Итак, учет эффекта формирования линий излома на искривленном фронте пламени уточняет границы применимости линейной теории гидродинамической устойчивости горения, в частности, длина волны возмущений должна быть значительно больше λ_* .

2. Вывод уравнения эволюции искривленного фронта пламени с учетом линейной гидродинамической неустойчивости горения проведем по следующей схеме. Воспользуемся результатом линейной теории [6] и запишем значение возмущений потока со стороны реагирующего газа $x < 0$:

$$\delta u = \Omega a \exp(px + ipy + \Omega t),$$

$$\delta v = i\Omega a \exp(px + ipy + \Omega t),$$

$$x_f(y, t) = a \exp(ipy + \Omega t).$$

Здесь p — волновое число; $\Omega = u_n p f(\alpha)$ — инкремент роста возмущений; $f(\alpha) = (\sqrt{\alpha^3 + \alpha^2} - \alpha - \alpha)/(\alpha + 1)$ — безразмерная функция от коэффициента теплового расширения. Далее выразим возмущения гидродинамического потока через возмущение формы поверхности фронта пламени. С учетом безвихревого характера течения реагирующего газа $\frac{\partial}{\partial y} \delta u - \frac{\partial}{\partial x} \delta v = 0$ можно записать

$$\begin{aligned} \delta u &= \Omega (x_f(y, t) - \langle x_f \rangle) \exp[p(x - \langle x_f \rangle)], \\ \delta v &= \frac{\Omega}{p} \frac{\partial x_f}{\partial y} \exp[p(x - \langle x_f \rangle)]. \end{aligned} \quad (4)$$

Формула (4) показывает, что величина возмущения продольной компоненты скорости реагирующего потока δu пропорциональна отклонению искривленного фронта горения от в среднем плоского положения $\langle x_f \rangle =$

$= \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda x_f(y, t) dy$. Коэффициент пропорциональности равен инкременту роста гармонических возмущений. Поперечная компонента скорости δv возмущенного реагирующего потока зависит от угла наклона пламени к среднему плоскому положению.

Теперь подставим полный гидродинамический поток на фронте горения $u|_{x=x_f} = U|_{x=x_f} + \delta u|_{x=\langle x_f \rangle}$, $v|_{x=x_f} = V|_{x=x_f} + \delta v|_{x=\langle x_f \rangle}$ в основное эволюционное уравнение (1)

$$-\frac{\partial x_f}{\partial t} + U - V \frac{\partial x_f}{\partial y} + \Omega (x_f - \langle x_f \rangle) - \frac{\Omega}{p} \left(\frac{\partial x_f}{\partial y} \right)^2 = u_n \sqrt{1 + \left(\frac{\partial x_f}{\partial y} \right)^2}, \quad (5)$$

$$x_f|_{t=t_0} = a e^{\Omega t_0} \cos(py).$$

Для дальнейшего отметим, что осредненная форма поверхности фронта горения $\langle x_f \rangle$ подчиняется нелинейному уравнению

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \langle x_f \rangle}{\partial t} + U - \frac{\Omega}{p} \left\langle \left(\frac{\partial x_f}{\partial y} \right)^2 \right\rangle &= u_n \left\langle \sqrt{1 + \left(\frac{\partial x_f}{\partial y} \right)^2} \right\rangle, \\ \langle x_f \rangle|_{t=t_0} &= 0. \end{aligned}$$

Нетрудно видеть, что осредненный фронт горения не меняет своего положения в лабораторной системе координат, если реагирующий газ движется относительно него со скоростью $U - u_n = u_n \left\langle \left(\frac{\partial x_f}{\partial y} \right)^2 \right\rangle [f(\alpha) + 0,5]$.

Можно найти явную форму ячеистого фронта горения, решая (5) методом характеристик с дополнительной процедурой выделения однозначных решений [4]. Вводя характеристическую функцию

$$\begin{aligned} \omega &\equiv -\frac{\partial x_f}{\partial t} = -U + Vk - \Omega (x_f - \langle x_f \rangle) + \frac{\Omega}{p} k^2 + u_n \sqrt{1 + k^2}, \\ k &\equiv \frac{\partial x_f}{\partial y}, \end{aligned}$$

запишем уравнения лучей, вдоль которых перемещаются точки фронта пламени

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= \frac{\partial \omega}{\partial k} = V + \frac{2\Omega k}{p} + \frac{u_n k}{\sqrt{1 + k^2}}, \\ \frac{dk}{dt} &= -\frac{\partial \omega}{\partial y} = \Omega k. \end{aligned}$$

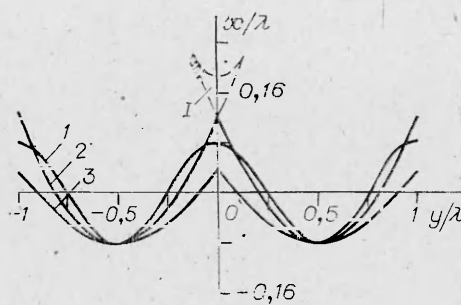


Рис. 2. Установление стационарной формы ячеистого пламени в результате взаимодействия эффектов нелинейной стабилизации и гидродинамической неустойчивости горения при $ap = 0,5$, $\alpha = 1,5$, $\Omega = 10$ 1/с, $u_n = 0,5$ м/с, $U = 0,55$ м/с, $V = 0$.

I — нефизическая особенность типа «ласточки-ного хвоста», формирующаяся после пересечения каустики возмущенным плоским фронтом горения. t/t_* : 1 — 0, 2 — 2, 3 — 20.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dy}{dt} - \omega = U + \frac{\Omega k^2}{p} - \frac{u_n}{\sqrt{1+k^2}} + \Omega x, \quad (6)$$

$$x|_{t=t_0} = ae^{\Omega t_0} \cos py, \quad k|_{t=t_0} = -pa e^{\Omega t_0} \sin py, \\ \langle x_i \rangle = 0.$$

Заметим, что при отсутствии теплового расширения продуктов сгорания система (6) переходит в описанную ранее модель [3] и, по существу, совпадает с классическим принципом Михельсона в дифференциальной форме. Основной интерес представляет поведение фронта пламени после прохождения каустики и формирования линий излома на первоначально гладкой поверхности горения. При постоянстве основного течения реагирующего потока система (6) допускает аналитическое решение, показанное на рис. 2.

3. Проведем вывод уравнения Зельдовича [5] для скорости убывания амплитуды возмущений искривленного фронта пламени. Удобно, как показано в [3], вместо уравнения эволюции фронта пламени рассмотреть формулу эволюции его фазовой кривой $k = k(y, t) = \frac{\partial x_i}{\partial y}$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \left(V + \frac{2\Omega}{p} k + \frac{u_n k}{\sqrt{1+k^2}} \right) \frac{\partial k}{\partial y} = \Omega k. \quad (7)$$

Здесь, аналогично [3, 8], под фазовой кривой фронта пламени понимается график локального углового коэффициента касательной к поверхности фронта горения, рассматриваемого как гидродинамический разрыв. Отметим, что (7) — предельная форма эталонного уравнения теории нелинейных волн [10] при отсутствии эффектов диссипации.

В силу определения углового коэффициента касательной амплитуда возмущения плоской волны горения численно равна площади под фазовой кривой пламени на расстоянии в половину длины волны

$$A(t) = \int_{y_m}^{y_*} k(y, t) dy. \quad (8)$$

Здесь $y_* = y_*(t)$ — мгновенная координата линии излома вдоль фронта пламени; y_m — координата вершины ячейки, или, другими словами, ведущей точки фронта горения. Дифференцируя (8) и подставляя в него формулу (7), находим

$$\frac{dA}{dt} = k_- \frac{dy_*}{dt} - k_m \frac{dy_m}{dt} + \Omega A - V k_- - \frac{\Omega}{p} k_-^2 - u_n (\sqrt{1+k_-^2} - 1), \quad (9)$$

где $k_- = k(y_* - 0; t)$ — угловой коэффициент касательной слева от линии излома. Поскольку асимптотически периодическая фазовая кривая превращается в периодический набор треугольных профилей [8], то

$$A(t) = 1/4 \cdot k_- \lambda, \quad (10)$$

где $\lambda = \lambda(t)$ — изменяющаяся со временем ширина ячейки пламени, рав-

пая удвоенному расстоянию между вершиной ячейки и линией излома: $\lambda(t) = 2|y_*(t) - y_m(t)|$.

Скорость движения линии излома вдоль фронта пламени определяется по типу условия Ренкина — Гюгонио [3]:

$$\frac{dy_*(t)}{dt} = \frac{\omega_+ - \omega_-}{k_+ - k_-},$$

плюс и минус обозначают величины справа и слева от линии излома. Для сопоставления с работой [5] ограничимся квадратичным приближением $\sqrt{1 + k_+^2} \approx 1 + \frac{1}{2} k_+^2$. Тогда для скорости движения линии излома имеем выражение

$$\frac{dy_*(t)}{dt} = V + u_n [f(\alpha) + 0,5] (k_+ + k_-), \quad (11)$$

совпадающее при $V = 0$ и $\alpha = 1$ с полученным в [3].

Уравнение для скорости убывания амплитуды возмущений плоского пламени легко находится после подстановки в (9) выражений (10) и (11):

$$\frac{dA}{dt} = \Omega A + \beta(t) A + \kappa A^2.$$

Здесь $\kappa = -8u_n/\lambda^2 \cdot [2f(\alpha) + 1]$ — коэффициент при нелинейном слагаемом, совпадающий при выключенной гидродинамической неустойчивости горения ($\alpha = 1$) с соответствующим значением из работы [5]; $\beta(t) = -\frac{4}{\lambda} \left[\frac{dy_*(t)}{dt} - V \right]$ — коэффициент, связанный с продольной скоростью движения линии излома. Поскольку, согласно лучевым уравнениям (6), скорость движения вершины ячейки $y_m(t)$ вдоль фронта пламени равна в точности составляющей гидродинамического потока V , то коэффициент $\beta(t)$ можно представить как логарифмическую производную от ширины ячейки: $\beta(t) = 2 \frac{d}{dt} \ln \lambda(t)$.

Амплитудное уравнение допускает точное решение, приведенное в [3]. Из него следует, что при больших временах устанавливается стационарное значение амплитуды, которое следующим образом зависит от коэффициента теплового расширения продуктов сгорания:

$$A_* = -\frac{\Omega}{\kappa} = \frac{\pi \lambda f(\alpha)}{8f(\alpha) + 4},$$

$$f(\alpha) = \frac{V\alpha^3 + \alpha^2 - \alpha - \alpha}{\alpha + 1}, \quad \alpha = \frac{\rho_u}{\rho_b}.$$

При α , для которого $f(\alpha) \ll 0,5$, предельная величина амплитуды совпадает с известным значением $A_* = \pi \lambda f(\alpha)/4$ [5]. На рис. 3 показана зависимость A_*/λ от α , уточняющая аналогичную зависимость, приведенную на рис. 6.19 в [6] (штриховая линия — асимптотика $A_*/\lambda = \pi/8$).

Следует подчеркнуть, что при отсутствии теплового расширения ($\alpha = 1$, $\Omega = 0$, т. е. гидродинамическая неустойчивость выключена) возмущенный фронт пламени вырождается в плоский в силу нелинейного эффекта нормального распространения горения. Наоборот, при ненулевом инкременте роста линейных гармонических возмущений система (6) допускает стационарные негладкие решения. Иначе говоря, значение

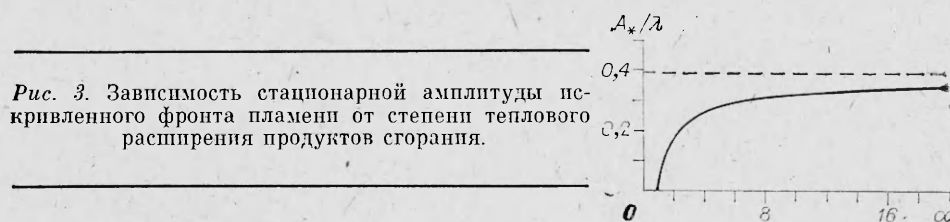


Рис. 3. Зависимость стационарной амплитуды искривленного фронта пламени от степени теплового расширения продуктов сгорания.

$\Omega = 0$ является бифуркационным для нелинейной системы (6): при $\Omega = 0$ существует только плоское установившееся решение; при $\Omega > 0$ — два типа решений: стационарный негладкий фронт пламени и плоский фронт горения. То или иное решение реализуется в зависимости от начальных условий.

Таким образом, можно утверждать, что выражение (5) или, эквивалентно, система уравнений (6) удовлетворительно описывают процесс формирования ячеистой структуры при взаимодействии гидродинамической неустойчивости плоского пламени с эффектом нормального распространения горения. Оправданием предложенного модельного уравнения (5) эволюции фронта пламени с учетом гидродинамической неустойчивости горения служат следующие результаты: 1) согласованность модели с уравнением Зельдовича для скорости убывания амплитуды возмущения плоского пламени, 2) возможность уточнения констант амплитудного уравнения благодаря учету при его выводе дополнительных квадратичных слагаемых, 3) построение формул типа условий Репкина — Гюгонио для скорости движения линий излома вдоль фронта пламени; указывающих на значительное увеличение скорости схлопывания мелко-масштабных ячеек с ростом коэффициента теплового расширения продуктов сгорания.

Поступила в редакцию 2/IV 1984

ЛИТЕРАТУРА

1. D. M. Michelson, G. I. Sivashinsky. Acta Astronautica, 1977, 4, 1207.
2. G. I. Sivashinsky. Acta Astronautica, 1977, 4, 1177.
3. Б. Е. Рогоза. ФГВ, 1983, 19, 2.
4. Б. Е. Рогоза. ФГВ, 1983, 19, 3.
5. Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1966, 1.
6. Я. Б. Зельдович, Г. И. Баренблатт, В. Б. Либрович и др. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980.
7. В. Р. Кузнецов. ФГВ, 1975, 11, 4.
8. Б. Е. Рогоза. ФГВ, 1982, 18, 3.
9. Е. Е. Мешков, В. И. Мохов. ФГВ, 1982, 18, 3.
10. М. И. Рабинович, А. Л. Фабрикант. Изв. вузов. Радиофизика, 1976, 19, 5—6.

О МЕХАНИЗМЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ДОПРОБОЙНОГО ПОСТОЯННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПЛАМЕНИ В ТРУБАХ С НЕИЗОЛИРОВАННЫМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

Н. И. Майоров

(Москва)

Изучение влияния электрического поля на пламена интересно в связи с проблемой создания эффективных физических способов управления процессами горения [1, 2]. К настоящему времени установлен ряд закономерностей, характеризующих возникновение и развитие возмущений на поверхности пламени, связь скорости его распространения с разностью потенциалов на электродах, составом смеси, ее влажностью и т. п. [3, 4]. Эти закономерности, полученные при распространении пламени в трубах с изолированными электродами, подтверждают электрогидродинамический характер воздействия постоянного электрического поля на зону горения. Что касается влияния электрического поля на распространение пламени в трубах с неизолированными электродами в условиях, обеспечивающих протекание по пламени электрического тока, то на первый взгляд создается впечатление, что при этом в основном реализуется тепловой механизм воздействия поля на пламя. К тому же обращает на себя внимание, что если в трубе с изолированными электродами [4]